

Soluzione ASB 13/09/2010 AA0809 e prec. Test #1

Per la soluzione delle domande in grigio chiaro si rimanda al libro di testo e al materiale didattico. Per chiarimenti si prega di contattare il docente.

Esercizio 1. Descrivere i parametri che determinano il contenuto informativo delle bioimmagini. Descrivere uno schema di principio per la loro misura. Fornire esempi di bioimmagini ottenute con metodiche differenti.

Esercizio 2. Fornire la definizione di processo stocastico: dire cosa si ottiene se osserviamo il processo ad un istante, in due o più istanti. Dare la definizione e fornire esempi di statistiche del primo e del secondo ordine del processo. Discutere le proprietà dei processi stazionari in senso lato e in senso stretto.

Esercizio 3. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente y ad una indipendente x .

I. Il modello di regressione assume che:

- A. $E(Y|X) = 0$ B. $\eta_{Y|X} = a + bx$ C. $\eta_{Y|X} = a + bx + \varepsilon$ D. $\eta_{Y|X} = y - (a + bx) = \varepsilon = 0$

I. Considerando e_i l'errore della misura i -esima rispetto al modello, i parametri della regressione sono tali da minimizzare

- A. $\sum_i e_i$ B. $\sum_i |e_i|$ C. $\left(\sum_i |e_i|\right)^2$ D. $\sum_i e_i^2$

II. Dire quali tra i seguenti scatter plot dei dati (ogni punto rappresenta una coppia di valori (x,y)) è relativo a variabili più fortemente correlate tra loro. Le scale sono le medesime per le diverse figure.



- A. B. C. D.

III. Si supponga che l'errore abbia una deviazione standard pari a 3 e che il numero di campioni di y e x sia pari a 2000. Nel caso si volessero determinare a priori gli estremi degli intervalli per la creazione dell'istogramma dell'errore, dire quali tra le seguenti è la coppia di valori migliore.

- A. -9 e 9 B. 0 e 6 C. -3 e 3 D. 0 e 2000

Data una distribuzione gaussiana con valore medio $m1$ e deviazione standard $s1$ la probabilità che un valore estratto da tale distribuzione appartenga all'intervallo $[m1-3s1:m1+3s1]$ è pari a 0.9974. Quindi con tale intervallo potremmo ragionevolmente rappresentare l'andamento della distribuzione con un basso errore. Si fa notare che è pari allo 0.6826 se consideriamo l'intervallo $[m1-s1:m1+s1]$

Esercizio 4. Si consideri il significato e l'uso della distribuzione binomiale e la sua applicabilità alla descrizione statistica di un esperimento costituito da più prove.

I. Scegliere quali tra i seguenti esperimenti può essere descritto da tale distribuzione

- A. il numero di carte di bastoni su 6 carte estratte senza reintroduzione da un mazzo di 52.
B. il numero di carte di bastoni su 5 carte, ognuna estratta da 5 mazzi diversi. I primi 3 mazzi con 52 carte, i rimanenti 2 con 64 carte.
C. il numero di pezzi difettosi in confezioni di 20 dispositivi all'uscita della catena di produzione.
D. il numero di volte, su misure giornaliere orarie, in cui i valori di glicemia misurati su una persona superano i 130 mg/dl

II. Dato un vettore che contiene h numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale caratterizzata da numero prove pari a 11, e probabilità di successo pari a 0.2, che valori può assumere il valore i -esimo del vettore?

- A. i valori compresi tra 0 e 11
B. valori compresi tra 0 e 1
C. 1 in caso di successo, 0 altrimenti
D. numero di volte che su h numeri si è ottenuto il valore i

III. In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.2. Si consideri un esperimento composto da 11 prove. Si calcoli:

IV. la probabilità di ottenere meno di 3 successi

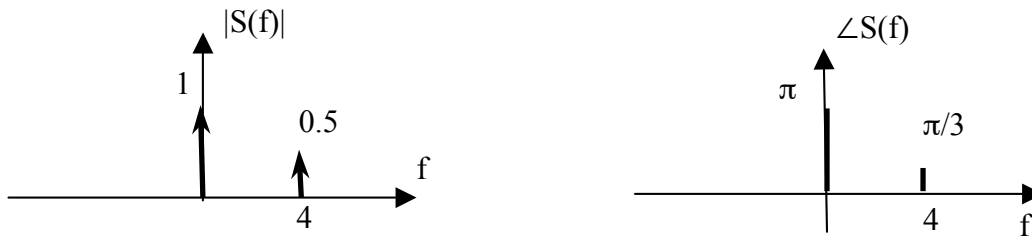
$$p\{succ < 3\} = p_{11}(0) + p_{11}(1) + p_{11}(2) = \frac{11!}{11!0!} p^0(1-p)^{11} + \frac{11!}{10!1!} p^1(1-p)^{10} + \frac{11!}{9!2!} p^2(1-p)^9 = 0.0859 + 0.2362 + 0.2953 = 0.6174$$

- A. 23.62% B. 61.74% C. 53.15% D. 20.94%

Esercizio 5 Discutere l'ambito di applicazione della Trasformata Continua di Fourier (TCF) e di come questa possa essere utilizzata per descrivere segnali a potenza media finita.

Specificare il significato temporale delle alte e delle basse frequenze e individuando sull'asse frequenziale la loro posizione.

Determinare l'andamento temporale del segnale $s(t)$ la cui Trasformata Continua di Fourier è descritta dai grafici modulo e fase seguenti.

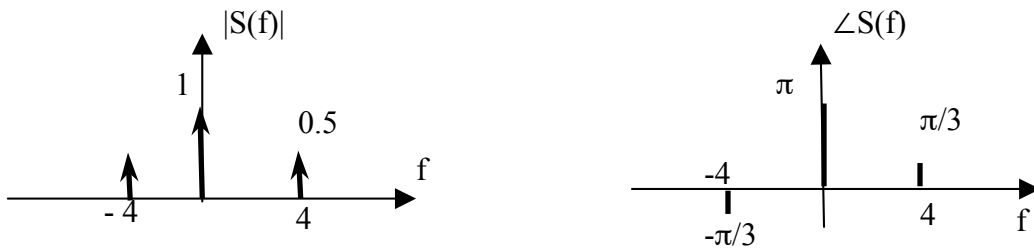


$$s(t) = e^{j\pi} + 0.5e^{j\pi/3} e^{j2\pi 4t} = e^{j\pi} + 0.5e^{j(8\pi t + \pi/3)}$$

Dire se il segnale possiede una parte immaginaria e, in caso affermativo, aggiungere componenti frequenziali opportune in modo da rendere il segnale $s(t)$ reale. Fare il grafico modulo e fase della TCF di tale segnale.

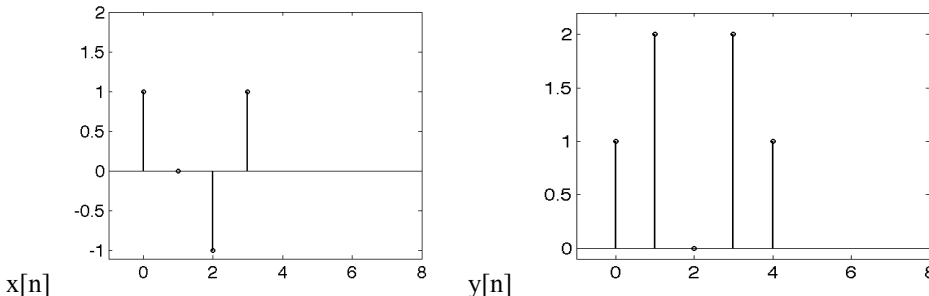
la parte immaginaria è $j0.5\sin(8\pi t + \pi/3)$. Per annullare la parte immaginaria bisogna aggiungere il fasore

$$s_1(t) = 0.5e^{-j(8\pi t + \pi/3)}$$

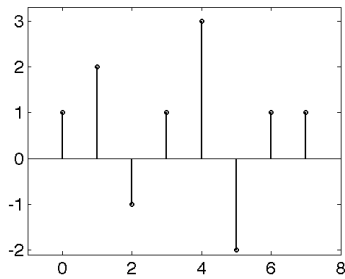


Esercizio 6

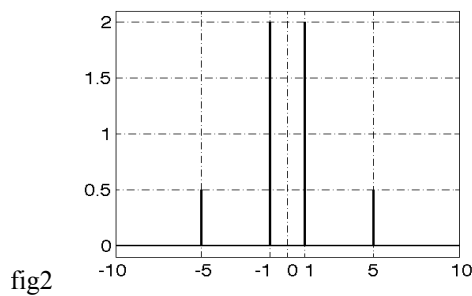
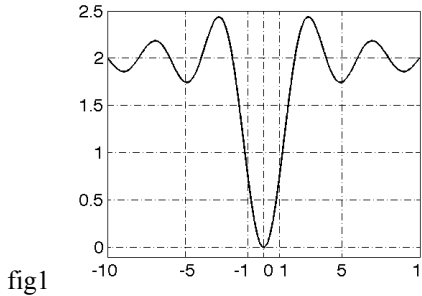
Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



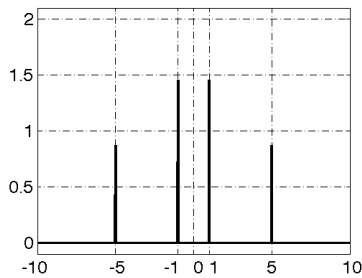
I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra $x[n]$ e $y[n]$



Dato il filtro passa alto $h[n]$, con modulo della risposta in frequenza $H[k]$ in figura 1 e il segnale $x[n]$ il cui modulo della trasformata è mostrato in fig 2



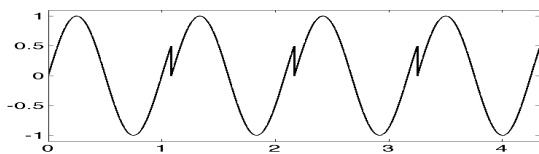
Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta il modulo della trasformata del segnale ottenuto in uscita dal filtro quando in ingresso è presente $x[n]$



Si consideri la progettazione di un filtro FIR col metodo delle finestre. Quale vantaggio comporta a parità di ordine del filtro, l'utilizzo della finestra di Hanning in confronto all'utilizzo della finestra rettangolare?

- A. permette una aumento dei lobi laterali della risposta in frequenza
- B. diminuisce la larghezza del lobo principale della risposta in frequenza
- C. migliora la selettività del filtro
- D. aumenta il rapporto tra l'altezza del lobo principale e l'altezza dei lobi laterali

Dato il segnale in figura di periodo di poco superiore a 1 s (1.08 s), si indichi quale dei seguenti filtri dovrebbe essere usato per esaltare la discontinuità presente ?

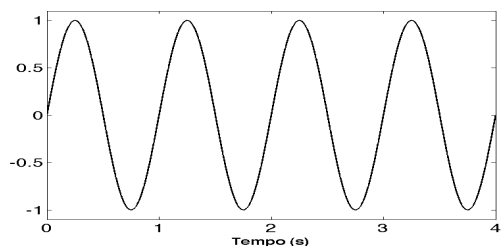


Dobbiamo essere sicuri di eliminare l'oscillazione più lenta che in frequenza si trova circa ad 1 Hz. Vista la possibile ambiguità della risposta è stata considerata anche la risposta filtro passa alto con frequenza di taglio pari a 1 Hz che se il filtro fosse ideale potrebbe fornire un risultato accettabile.

filtro passa alto con frequenza di taglio superiore a 1 Hz

Esercizio

Si consideri il segnale periodico in figura (viene visualizzata una finestra di 4 secondi)



Se volessimo campionare correttamente il segnale qual è il numero minimo di campioni al secondo necessario?

2 campioni/s

il segnale è una sinusoidale di frequenza 1 Hz

Dato un segnale $s(t)$ reale di tipo passa basso con frequenza massima pari a 2 kHz, si consideri il segnale $s_1(t) = s(t)e^{j2\pi f_0 t}$, con $f_0 = 6\text{kHz}$. Quale è la banda occupata dal segnale $s_1(t)$?

[4:8] kHz

il segnale è reale quindi possiede una simmetria dello spettro rispetto a $f=0$ per cui le frequenze del segnale vanno da -2 a 2 kHz. Utilizzando il teorema della modulazione o della traslazione in frequenza si trova il risultato richiesto.

Si consideri un segnale campionato alla frequenza di 20 Hz. Un segmento del segnale, di lunghezza T , è mandato in ingresso ad un sistema di tipo passa basso avente frequenza di taglio pari a $f_{LP}=5$ Hz e una risposta impulsiva $h[n]$ lunga 30 campioni. Si indichi quanto deve valere T affinché un'analisi frequenziale, del segnale in uscita, permetta di ottenere una risoluzione pari a 5 mHz.

$$T = N_{in} dt$$

$$df_{out} = 1 / (N_{out} dt)$$

$$N_{out} = N_{in} + l_{unh} - 1 \text{ da cui si ricava } df_{out} = 1 / [(N_{in} + l_{unh} - 1) dt] \text{ e risolvendo per } T \quad N_{in} dt = 1 / df_{out} - (l_{unh} - 1) dt = 198.55s$$

Esercizio 8 Discutere la distribuzione statistica della media campionaria nei casi di varianza nota e incognita. Spiegare in cosa consiste l'intervallo di confidenza e le operazioni necessarie per la sua stima nei due casi.