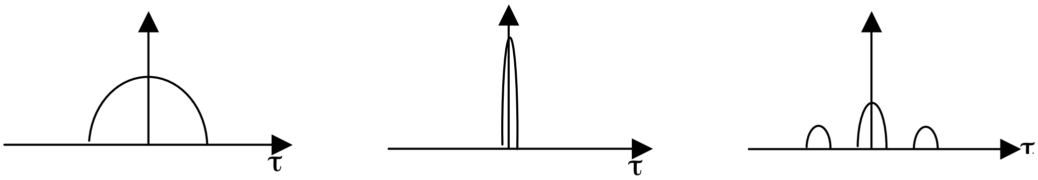
Soluzione ASB 16/11/10

Per la soluzione delle domande in grigio chiaro si rimanda al libro di testo e al materiale didattico. Per chiarimenti si prega di contattare il docente.

Esercizio 1. Fornire una classificazione dei segnali biomedici spontanei basata sulla forma di energia e o fenomeno fisico attraverso i quali essi si manifestano. Scegliere un segnale spontaneo a piacere riportandone valori tipici e discutendone brevemente le applicazioni cliniche.

Esercizio 2. Discutere le proprietà di un processo stocastico stazionario. In figura vengono mostrati gli andamenti delle funzioni di autocorrelazione di diversi processi stazionari. Discutere il significato del grafico della funzione di autocorrelazione, cosa rappresenta la variabile tau e come il valore dell'ordinata è legato ai valori assunti dal processo.
Disegnare e discutere anche in maniera qualitativa gli andamenti delle funzioni campione dei processi corrispondenti agli andamenti mostrati in figura.



Esercizio 3.
Consideriamo due eventi dipendenti A e B. Quali delle seguenti affermazioni è sempre vera

A. ☒ P(A|B)=P(AB)/P(B)
B. ☐ P(A|B)= P(A)
C. ☐ P(A|B)=P(B|A) P(B)/P(A)

Quali tra le seguenti formule corrisponde alla specificità di un test diagnostico (VP veri positivi, FP falsi positivi, VN veri negativi, FN falsi negativi, m malati, s sani)

A. ☐ VP/(VP+FN) B. ☒ VN/s C. ☐ VN/(FN+VP) D. ☐ VP/s

Dato un test con specificità pari a 0.97 e sensibilità pari a 0.98, dire quale è la probabilità che il test fornisca un risultato positivo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari allo 10%.

$p_{tp}= p_{tp|m}\, p_m+ p_{tp|s}\, p_s= p_{tp|m}\, p_m+ (1-p_{tn|s})\, (1-p_m)=0.98*0.1+(1-0.97)*0.9=0.125$

Esercizio 4. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente y ad una indipendente x.

I. Detta x_i la i-esima osservazione della variabile x si dica quale tra i seguenti è il criterio per la scelta dei parametri del modello:

A. ☒ minimizzare la quantità $\sum_{i=1}^{N}(y-a-bx_i)^2$ B. ☐ azzerare la quantità $\sum_{i=1}^{N}(y-a-bx_i)^2$

C. ☐ minimizzare la quantità $\sum_{i=1}^{N}(y-a-bx_i)$ D. ☐ azzerare la quantità $\sum_{i=1}^{N}(y-a-bx_i)$

II. Il modello di regressione assume che la retta di regressione in ogni punto sia pari a

A. ☒ $E(y \mid x)$ B. ☐ $E(y)$ C. ☐ $E(x \mid y)$ D. ☐ $E\left(\frac{y}{x}\right)$

III. Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive correttamente il legame tra il coefficiente angolare della retta, b, e il coefficiente di correlazione ρ tra la variabile dipendente e quella indipendente. Con σ_x e σ_y si indicano le deviazioni standard delle variabili indipendente e dipendente rispettivamente.

A. ☐ $b=\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ B. ☐ $b=\frac{\rho}{\sigma_x^2}$ C. ☐ $b=\rho$ D. ☒ $b=\rho\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ E. ☐ $b=\rho\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

IV. Quali delle seguenti affermazioni è falsa:
A. ☐ i parametri del modello non sono definibili se il coefficiente di correlazione tra variabile dipendente e indipendente è pari a 0
B. ☐ per ogni valore della variabile indipendente esiste una popolazione di valori della variabile dipendente
C. ☒ a parità di altri parametri il coefficiente di correlazione tra variabile indipendente e dipendente e la deviazione standard dell'errore, sono direttamente proporzionali

Esercizio 5. Si disegnino il modulo e la fase della Trasformata Continua di Fourier (TCF) del seguente segnale

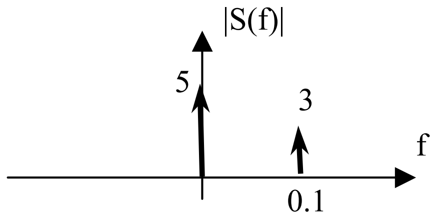
$$s(t) = -5 + 3e^{j\left(\frac{\pi}{5}t - \frac{\pi}{4}\right)}$$

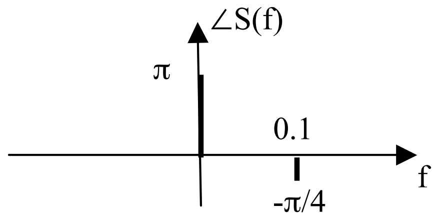
Si aggiungano al segnale s(t) una o più componenti in modo che il segnale $s_2(t)=s(t)+s_1(t)$ sia reale.

Si discutano le differenze tra la TCF di *s(t)* e la corrispondente rappresentazione come Sviluppo in Serie di Fourier.

Soluzione

La TCF di s(t) è $S(f) = 5e^{j\pi} + 3e^{-j\frac{\pi}{4}}\delta(f - 0.1)$





Per a

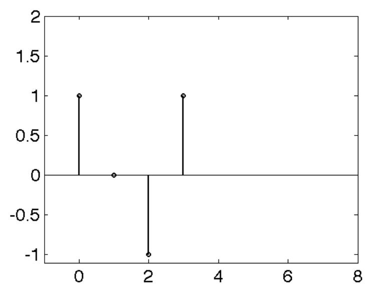
Dire se il segnale possiede una parte immaginaria e, in caso affermativo, aggiungere componenti frequenziali opportune in modo da rendere il segnale s(t) reale. Fare il grafico modulo e fase della TCF di tale segnale.

la parte immaginaria è $j3\sin(\pi/5t - \pi/4)$. *Per annullare la parte immaginaria bisogna aggiungere il fasore*

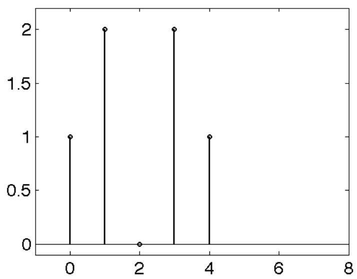
$s1(t) = 3e^{-j(\frac{\pi}{5}t - \frac{\pi}{4})}$ *che in frequenza possiede la seguente trasformata* $S(f) = 3e^{j\frac{\pi}{4}}\delta(f + 0.1)$

Il grafico ampiezza e fase viene modificato di conseguenza ottenendo una simmetrica pari per il modulo, ed una dispari per la fase

Esercizio 6 Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



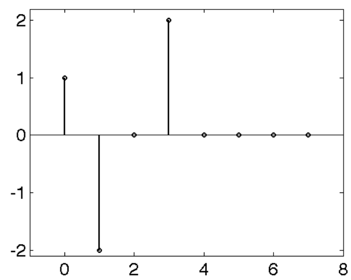
x[n]



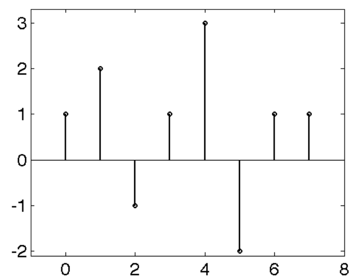
y[n]

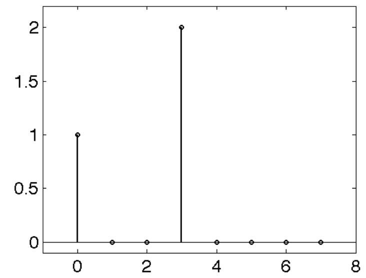
I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra x[n] e y[n]

A.☐

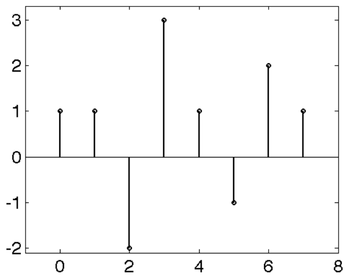


B. ☒





C. ☐



D. ☐

Si considerino il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y_1(t) = at^2 x\left(t + t_0^2\right)$ con a e t_0 costanti. Si dica se tale sistema è:

A. ☒ lineare e tempo variante

B. ☐ lineare e tempo invariante

C. ☐ non lineare e tempo invariante

D. ☐ non lineare e tempo variante

Dato un filtro FIR progettato con il metodo delle finestre, in particolare utilizzando una finestra rettangolare. In quale modo è possibile aumentare la selettività del filtro?

A. ☐ utilizzando una finestra di Hanning al posto della finestra rettangolare
B. ☒ aumentando la larghezza della finestra rettangolare
C. ☐ diminuendo la larghezza della finestra rettangolare
D. ☐ utilizzando una finestra di Hamming al posto della finestra rettangolare

Dato il filtro passa basso h[n], con modulo della risposta in frequenza H[k] in figura 1 e il segnale x[n] il cui modulo della trasformata è mostrato in fig 2

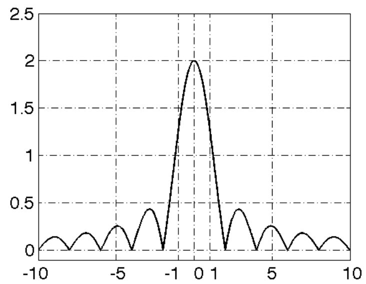


fig1

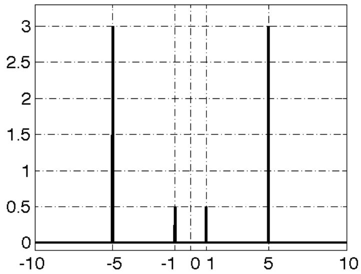
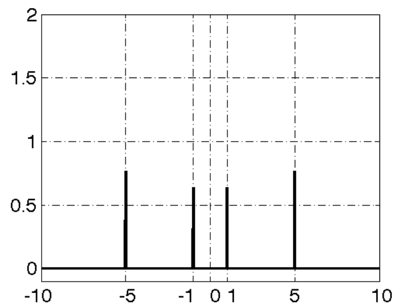
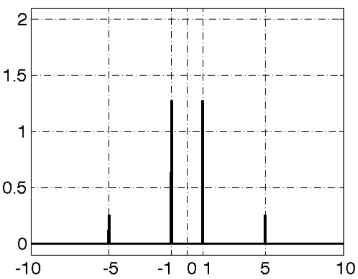


fig2

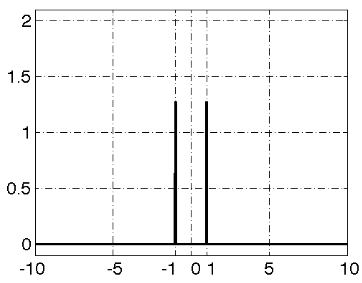
Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta il modulo della trasformata del segnale ottenuto in uscita dal filtro quando in ingresso è presente x[n]



A. ☒



B. ☐



C. ☐

Esercizio 7 Si consideri il segnale $s(t) = \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$. Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

ATTENZIONE NESSUNA RISPOSTA RISULTA CORRETTA

A. ☒ 20 Hz B. ☐ 10 Hz C. ☐ 40 Hz D. ☐ 80 Hz

Dato un segnale s(t) complesso di tipo passa banda con frequenza compresa tra a 2 e 3 kHz, si consideri il segnale $s_1(t) = s(t)e^{-j2\pi f_0 t}$, con $f_0 = 10\text{kHz}$. Quale é la banda occupata dal segnale $s_1(t)$?

Per trovare la soluzione si possono utilizzare diversi approcci. Il più immediato forse è quello basato sulla proprietà della traslazione in frequenza per cui se $s(t) \overset{F}{\leftrightarrow} S(f) \Rightarrow s(t)e^{j2\pi f_0 t} \overset{F}{\leftrightarrow} S(f - f_0)$. *Si deve tenere conto adesso del segno della frequenza, quindi* $\boxed{s(t) \overset{F}{\leftrightarrow} S(f) \Rightarrow s(t)e^{-j2\pi f_0 t} \overset{F}{\leftrightarrow} S(f + f_0)}$. *La traslazione avviene quindi verso sinistra. Il segnale s(t) inoltre ha banda compresa tra 2 e 3 kHz; è complesso e quindi non deve necessariamente avere componenti negative. Quindi:*

A. ☐ [12:13] kHz B. ☒ [-8:-7] kHz C. ☐ [7:8] kHz D. ☐ [2:10] kHz

Si consideri un segnale campionato alla frequenza di 10 Hz. Un segmento del segnale, di lunghezza T, è mandato in ingresso ad un sistema di tipo passa basso avente frequenza di taglio pari a f_{LP}=1 Hz e una risposta impulsiva h[n] lunga 21 campioni. Si indichi quanto deve valere T affinché un'analisi frequenziale, del segnale in uscita, permetta di ottenere una risoluzione pari a 10 mHz.

$T=N_{in}dt$

$df_{out}=1/(N_{out}dt)$

$N_{out}=N_{in}+lun_h-1$ da cui si ricava $df_{out}=1/[(N_{in}+lun_h-1)\,dt]$ e risolvendo per T $N_{in}dt=1/df_{out}-(lun_h-1)\,dt=98s$

A. ☒ 98s B. ☐ 97.9 C. ☐ 90s D. ☐ 89.5s

Esercizio 8 Descrivere la distribuzione della variabile t di Student, sottolineandone l'utilizzo nel test delle ipotesi. Spiegare le differenze con l'utilizzo della distribuzione della variabile standardizzata z.