8/1/10

Es. 2

a) costruzione tabelle contingenza tramite test di riferimento (gold standard) in grado di determinare soggetti sani e malati (vedi test. p. 137 →)

b) sens = 0,975

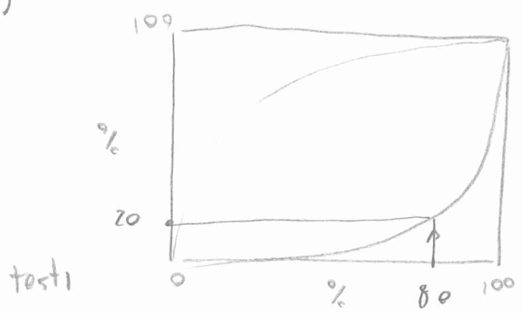
spec = 0,99

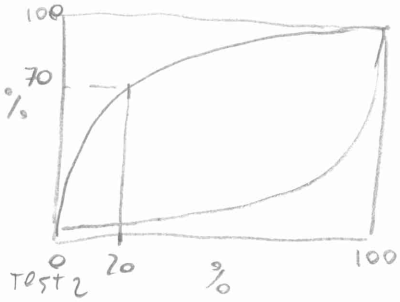
prev = 0,4%

$p(t_p) = p(t_p/m)\,p(m) + p(t_p/s)\,p(s) =$

$= 0,975 \cdot 0,004 + (1 - 0,99)\,0,996 = 1,39\%$

c)





3) a) $1/D_{7,7} = 0,000198\% \; \left(= \frac{1}{P_7}\right)$

b) $\frac{C_{2,2} \cdot P_5}{P_7} = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{6} = 2,38\%$

c) $n = 4 \quad p = 1/7$

$- P_4(3) = \frac{4!}{3!\,1!}\,p^3\,(1-p) = 1\%$

d) $- P_4(0) + P_4(1) + P_4(3) = 98,96\%$

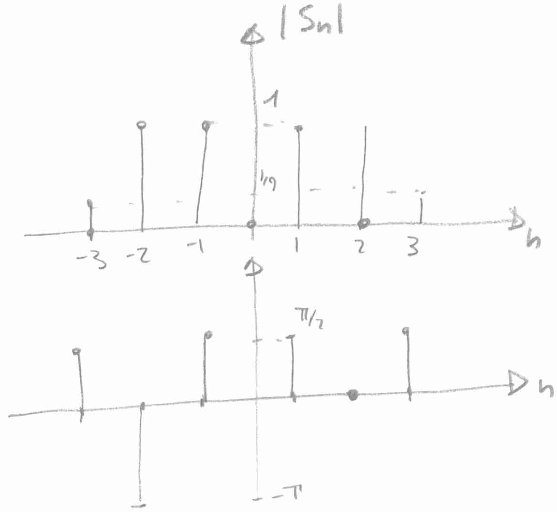
5|

$R_n = \frac{1+\cos \pi n}{n}$ $\quad I_n = \frac{\left(\sin \frac{\pi n}{2}\right)^2}{n^2}$ $\quad n \neq 0 \;, \; S_0 = 0$

$S_n = \frac{1+\cos \pi n}{n} + j \frac{\left(\sin \frac{\pi n}{2}\right)^2}{n^2}$

$S_{-n} = -\frac{1+\cos \pi n}{n} + j \frac{\left(\sin \frac{\pi n}{2}\right)^2}{n^2}$ $\quad S_n = -S_{-n}^*$

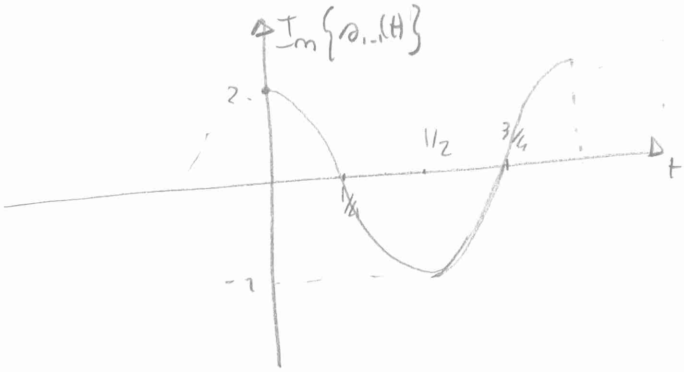
- è complesso (immaginario puro)
- non presenta simmetrie



$n=1$	$S_1 = j$	$S_{-1} = j$
$n=2$	$S_2 = 1$	$S_{-2} = -1$
$n=3$	$S_3 = \frac{j}{9}$	$S_{-3} = \frac{j}{9}$

$s_{1,-1}(t) = S_1 e^{j2\pi \frac{t}{T_0}} + S_{-1} e^{-j2\pi \frac{t}{T_0}} =$

$= j e^{j2\pi t} + j e^{-j2\pi t} = j\, 2\cos 2\pi t$



6|

$f_{max} = 4,6$

$f_{min} = 3$

$B = 1,6$ $\quad \frac{f_{max}}{B} = \frac{4,6}{1,6} \Rightarrow m = 2$ $\quad f_c = 4,6\ MHz$

h 300 sampl

$df_{out} = \frac{1}{N_{out} \cdot dt} = \frac{1}{(N_{in}+h-1)dt}$ $\quad N_{in}\, dt = \frac{1}{df_{out}} - (h-1)\, dt$

$N_{in} = \frac{1}{df_{out}\, dt} - 299 = 4301$

$T = N_{in} \cdot dt = 0,935\ mS$

7)

$y_1(t) = t_0^2\, x_1(t-t_0)$ $\qquad$ t_0 cost.

Lineare?

$x_1(t) \to y_1(t) = t_0^2\, x_1(t-t_0)$

$x_2(t) \to y_2(t) = t_0^2\, x_2(t-t_0)$

$x_3(t) = a\,x_1(t) + b\,x_2(t)$ $\qquad$ con a, b costanti

$$y_3(t) = t_0^2\, x_3(t-t_0) = t_0^2\,(a\,x_1(t-t_0) + b\,x_2(t-t_0)) = a\,t_0^2\,x_1(t-t_0) + b\,t_0^2\,x_2(t-t_0) =$$
$$= a\,y_1(t) + b\,y_2(t)$$

è lineare

tempo invariante?

$x_1(t) \to y_1(t) = t_0^2\, x_1(t-t_0)$

$x_2(t) = x_1(t-t_A) \to y_2(t) = t_0^2\, x_2(t-t_0) = t_0^2\, x_1(t-t_A-t_0) = y_1(t-t_A)$

tempo invariante

- $y(t) = A\,|x(t)|$ $\qquad$ A costante

$x_1(t) \to y_1(t) = A\,|x_1(t)|$

$x_2(t) \to y_2(t) = A\,|x_2(t)|$

$x_3(t) = a\,x_1(t) + b\,x_2(t)$ $\qquad$ $y_3(t) = A\,|x_3(t)| = A\,|a\,x_1(t) + b\,x_2(t)| \neq$

$\neq a\,A\,|x_1(t)| + b\,A\,|x_2(t)|$

non lineare

$x(t) \to y(t) = A\,|x(t)|$

$x_1(t) = x(t-t_0) \to y_1(t) = A\,|x_1(t)| = A\,|x(t-t_0)| = y(t-t_0)$

tempo invariante

il primo sist. è lineare tempo invariante: è possibile stimarne la risp. in frequenza

$$y(t) = t_0^2\, x(t-t_0) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} Y(f) = t_0^2\, X(f)\, e^{-j2\pi f t_0}$$

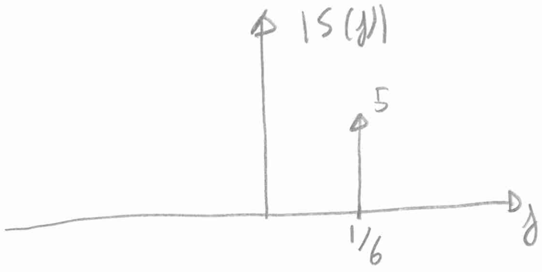
$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} = t_0^2\, e^{-j2\pi t_0 f}$$

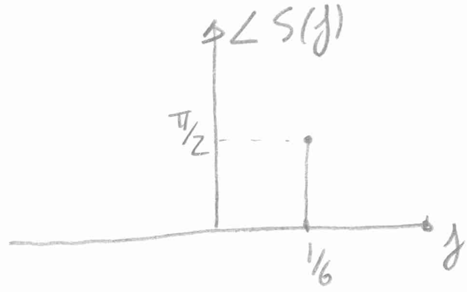
AA 0809

5]

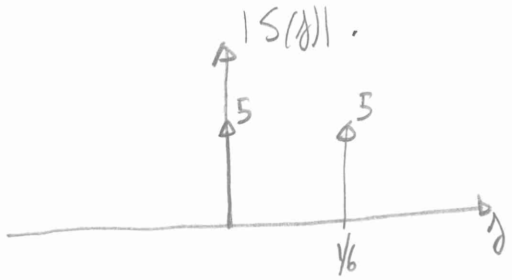
Ambito applicazione ved. libro e dispense

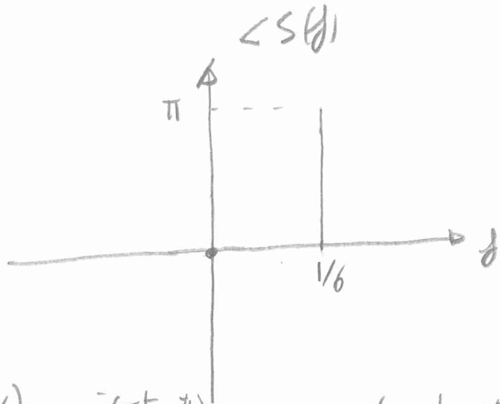
$$s_1(t) = 5\, e^{j(\pi t/3 + \pi/2)} = 5\, e^{j\frac{\pi}{2}}\, e^{j 2\pi \frac{1}{6} t}$$





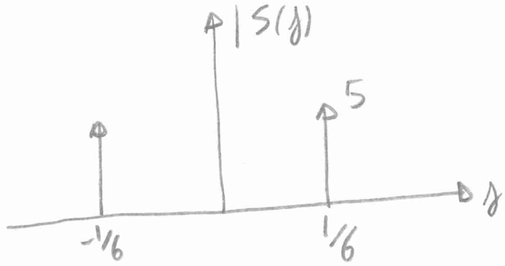
$$s_2(t) = j\, s_1(t) + 5 = -5\, e^{j\frac{2\pi t}{6}} + 5$$

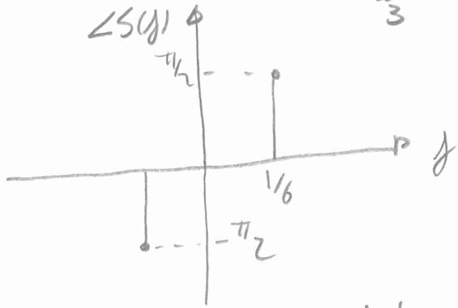




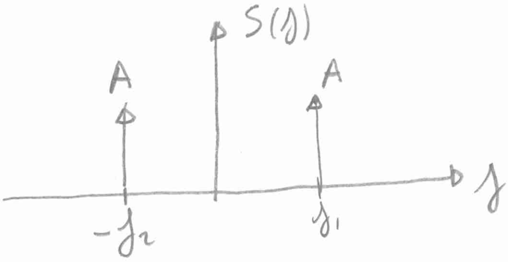
$$s_{reale}(t) = s_1(t) + 5 e^{-j\pi/2}\, e^{j2\pi \frac{1}{6} t} = 5\, e^{j\left(\frac{\pi t}{3} + \frac{\pi}{2}\right)} + 5\, e^{-j\left(\frac{\pi t}{3} + \frac{\pi}{2}\right)} = 10 \cos\left(2\pi \frac{t}{3} + \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$= -10 \sin \frac{2\pi t}{3}$$





$$S(f) = A\, \delta(f - f_1) + A\, \delta(f + f_2) \overset{\mathcal{F}}{\Longleftrightarrow} s(t) = A\, e^{j2\pi f_1 t} + A\, e^{-j2\pi f_2 t}$$



se $f_1 = f_2$

$$s(t) = 2A \cos 2\pi f_1 t$$

per gli altri esercizi vedere soluzioni AA precedenti.

08/01/10AA0809 test#2

Esercizio 1. Descrivere i parametri che determinano il contenuto informativo delle bioimmagini. Descrivere uno schema di principio per la loro misura. Fornire esempi di bioimmagini ottenute con metodiche differenti.

Esercizio 2. Si descrivano uso e caratteristiche dell'istogramma. Fare un esempio di un criterio per la stima del numero di classi nelle quali viene suddivisa la variabile aleatoria. Descrivere le operazioni per la stima tramite l'istogramma, delle densità di probabilità di una variabile aleatoria. Supponendo di avere 2000 numeri estratti da una distribuzione gaussiana con deviazione standard pari a 6 e valore medio pari a 4 fornire, anche tramite descrizioni grafiche e valutazioni quantitative, la forma attesa dell'istogramma stimato su tali dati.

Esercizio 3. Sei amici si incontrano ad una festa portando ognuno un regalo, in scatole di uguali dimensioni e colore. I regali vengono messi in una cesta e i sei amici scelgono a turno in maniera casuale un regalo dalla cesta.

Quale è la probabilità che ognuno scelga il regalo che ha portato?

A. ☑ $\frac{1}{D_{6,6}}$ B. ☐ $\frac{1}{C_{6,6}}$ C. ☐ $\frac{D_{6,6}}{C_{6,6}}$ D. ☐ $\frac{6!}{(6-1)!}$

Quale è la probabilità che Mario e Pino, due dei sei amici, scelgano i regali che hanno portato?

A. ☐ 0.333 B. ☑ 0.033 C. ☐ 1/6! D. ☐ 1/36

Si supponga adesso di rimettere i regali nella cesta. A Pino viene chiesto di scegliere per 4 volte di fila un regalo e rimetterlo ogni volta nella cesta. Si stimi:

la probabilità che Pino estragga per tre volte il regalo che aveva portato.

A. ☐ 0.31% B. ☐ 1.07% C. ☐ 38.58% D. ☐ 9.26% E. ☑ 1.54%

la probabilità che Pino estragga meno di tre volte il regalo che aveva portato.

A. ☐ 13.19% B. ☑ 98.38% C. ☐ 50.15% D. ☐ 38.58%

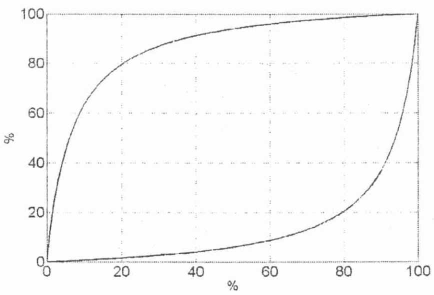
Esercizio 4. Quali tra le seguenti formule corripsonde alla sensibilità di un test diagnostico (VP veri positivi, FP falsi positivi, VN veri negativi, FN falsi negativi, m malati, s sani)

A. ☑ VP/(VP+FN) B. ☐ VN/(VN+FP) C. ☐ VP/s D. ☐ VP/(m+FN)

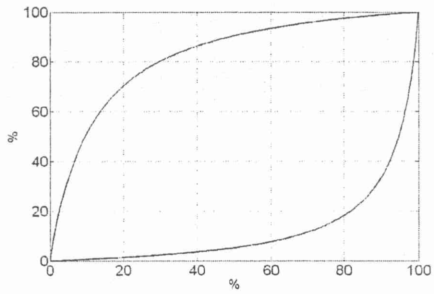
Dato un test con specificità pari a 0.99 e sensibilità pari a 0.975, dire quale è la probabilità che il test fornisca un risultato positivo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari allo 0.1%.

A. ☑ 1.1% B. ☐ 0.9890 C. ☐ 8.89% D. ☐ 2.6%

Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Si supponga di eseguire i due test in cascata su un soggetto, con probabilità a priori di malattia pari allo 80%. Si stimi dai grafici la probabilità a posteriori finale, con risultato negativo sul test 1 e positivo sul test 2.



test1



test2

Esercizio 5. Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier.

Rappresentare modulo e fase la trasformata continua di Fourier del segnale $s_1(t) = 5e^{j\left(\pi\frac{t}{6}+\frac{\pi}{2}\right)}$.

Si ripeta tale operazione per il segnale $s_2(t) = c_1 s_1(t) + 5$ con $c_1 = j$.

Sommare a $s_1(t)$ componenti frequenziali in modo da ottenere un segnale reale.

Si determini l'andamento temporale del segnale $s(t)$ la cui trasformata vale $S(f) = A\delta(f - f_1) + A\delta(f + f_2)$ nei due casi $f_1 = f_2$ e $f_1 \neq f_2$.

Esercizio 6 Sia data una sequenza di N campioni, con N dispari, ottenuta campionando un segnale analogico con passo di campionamento T. Quanto vale la frequenza positiva massima visualizzabile?

A. ☐ $\frac{1}{2T}$ B. ☐ $\frac{N-1}{2N}$ C. ☐ $\frac{2}{T}$ D. ☑ $\boxed{\left(1-\frac{1}{N}\right)\frac{1}{2T}}$

Sia dato un segnale analogico con banda compresa tra 3.2 e 4.6 MHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

A. ☑ 3.0667MHz B. ☐ 4.6MHz C. ☐ 2.8 MHz D. ☐ 9.2MHz

Si consideri un altro segnale s2 campionato alla frequenza di 1 MHz. Si filtri un segmento di tale segnale di lunghezza pari a T ms , tramite un sistema di tipo passa basso con frequenza di taglio pari a 0.2 MHz. Il sistema è di tipo FIR caratterizzato da una risposta impulsiva h[n] con una lunghezza pari a 300 campioni. Si indichi quanto deve valere T affinché un'analisi frequenziale ottenibile dall'analisi con TDF, del segmento di segnale in uscita, fornisca una risoluzione pari a df=1kHz.

A. ☐ 0.2525ms B. ☐ 0.25ms C. ☐ 0.7ms D. ☑ 0.701ms E. ☐ 1ms

Esercizio 7 Dato il filtro passa basso h[n], con modulo della risposta in frequenza H[k] in figura 1 e il segnale x[n] il cui modulo della trasformata è mostrato in fig 2

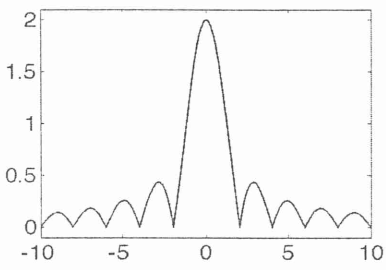


fig1

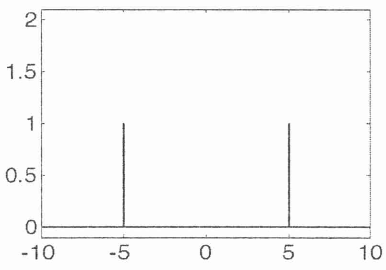
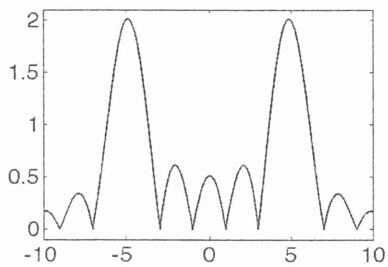
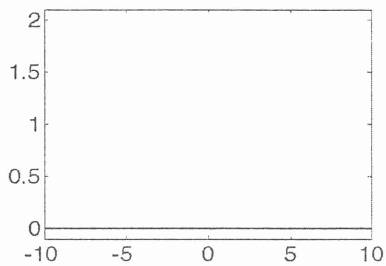
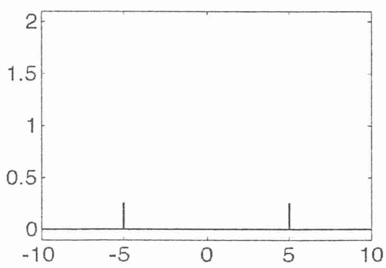


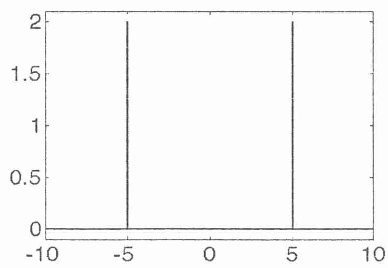
fig2

Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta il modulo della trasformata del segnale ottenuto in uscita dal filtro quando in ingresso è presente x[n]

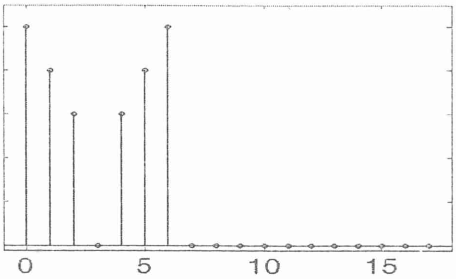
A. ☐


B. ☐


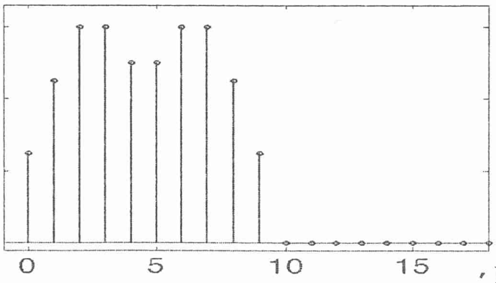
C. ☑


D. ☐


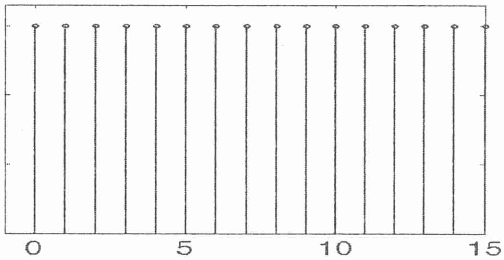
Dato un sistema, di tipo passa alto e la sequenza in ingresso x[n] si indichi quali tra i grafici A, B, C, D potrebbe rappresentare l'uscita del sistema stesso.



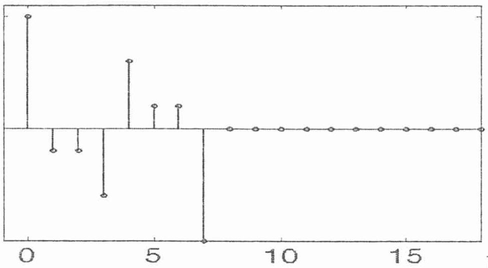
x[n]



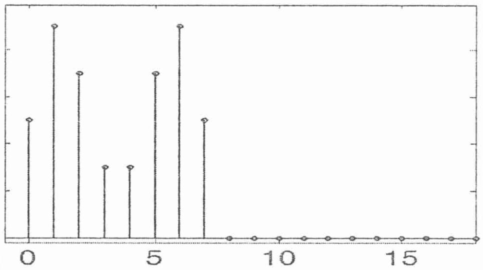
A. ☐



B. ☐



C. ☑



D. ☐

Si consideri la progettazione di un filtro FIR col metodo delle finestre. Quale vantaggio comporta a parità di ordine del filtro, l'utilizzo della finestra di Hanning in confronto all'utilizzo della finestra rettangolare?

A. ☐ permette una aumento dei lobi laterali delle risposta in frequenza
B. ☑ migliora il Ripple Ratio
C. ☐ migliora la selettività del filtro
D. ☐ diminuisce la larghezza del lobo principale della risposta in frequenza

In che modo una finestra w[n] di Hanning viene applicata ad un filtro FIR se si utilizza il metodo delle finestre.

A. ☑ tramite la moltiplicazione nel tempo tra w[n] e la risposta impulsiva del filtro
B. ☐ tramite la moltiplicazione in frequenza tra la trasformata del filtro e la trasformata di w[n]
C. ☐ tramite la convoluzione nel tempo tra w[n] e la risposta impulsiva del filtro
D. ☐ tramite la sostituzione dei primi e ultimi campioni della risposta del filtro con gli elementi corrispondenti di w[n]

Esercizio 8 Discutere la distribuzione statistica della media campionaria nei casi di varianza nota e incognita. Spiegare in cosa consiste l'intervallo di confidenza e le operazioni necessarie per la sua stima nei due casi.