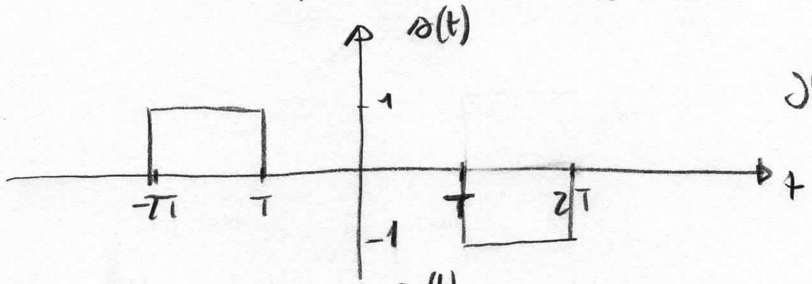
test ASB 4/4/16

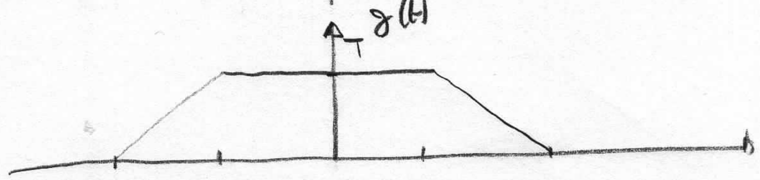
Es. 1

$$s(t) = \text{rect}\left(\frac{t+T_0}{T}\right) - \text{rect}\left(\frac{t-T_0}{T}\right) \quad , T_0 > T/2$$

grafico per $T_0 = \frac{3}{2}T$



1)



$$g(t) = \int_{-\infty}^{t} s(\alpha)\, d\alpha \quad \text{con } T_0 = \frac{3}{2}T$$

2) dal teorema di integrazione $\Rightarrow G(f) = \frac{S(f)}{j2\pi f}$ N.B. $S(0)=0$

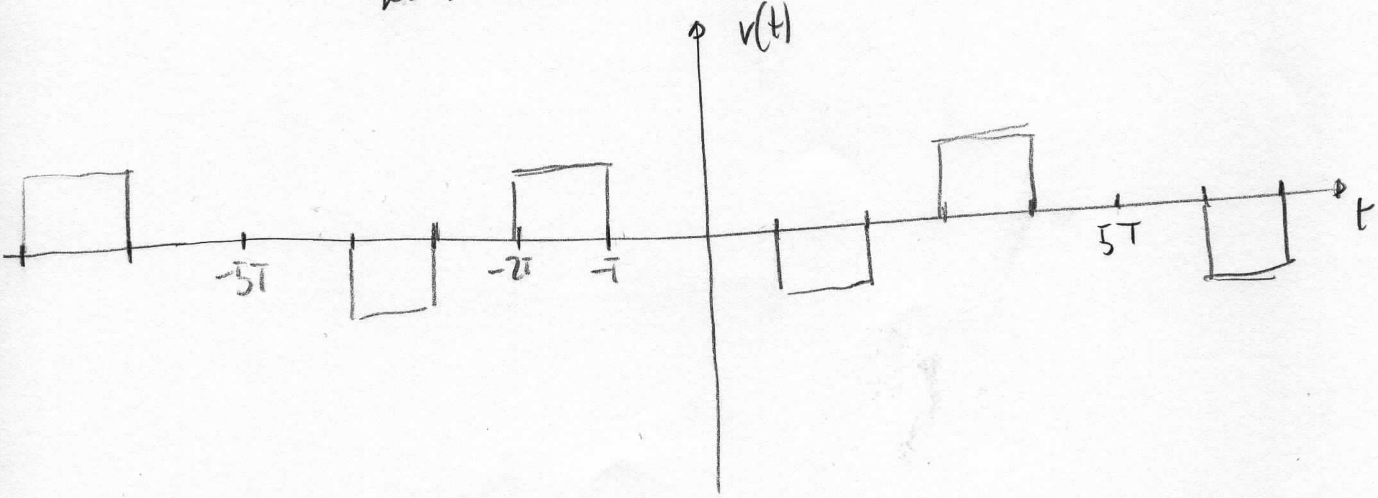
$$S(f) = T\,\text{sinc}(fT)\, e^{+j2\pi f T_0} - T\,\text{sinc}(fT)\, e^{-j2\pi f T_0} =$$

$$= T\,\text{sinc}(fT)\, e^{j\pi 3 fT} - T\,\text{sinc}(fT)\, e^{-j3\pi fT} =$$

$$= 2jT\sin(3\pi fT)\,\text{sinc}(fT)$$

$$G(f) = T\,\frac{\sin(3\pi fT)}{\pi f}\,\text{sinc}(fT) = 3T^2\,\text{sinc}(3fT)\,\text{sinc}(fT)$$

3) $r(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t - k5T)$ $\quad T_0 = \frac{3}{2}T$



4) sfrutto relazione tra TCF del segnale aperiodico e coeff. del segnale periodicizzato

$$R_n = \frac{1}{T_1} S\left(\frac{n}{T_1}\right) \qquad \text{con } T_1 = 5T$$

N.B. R_n in questo caso indica i coeff. complessi del segnale $r(t)$

$$R_n = \frac{1}{5T}\, 2j\, T \sin\left(3\pi T \frac{n}{5T}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{n}{5T} T\right) =$$

$$= \frac{2}{5} j \sin\left(\frac{3}{5}\pi n\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{n}{5}\right)$$

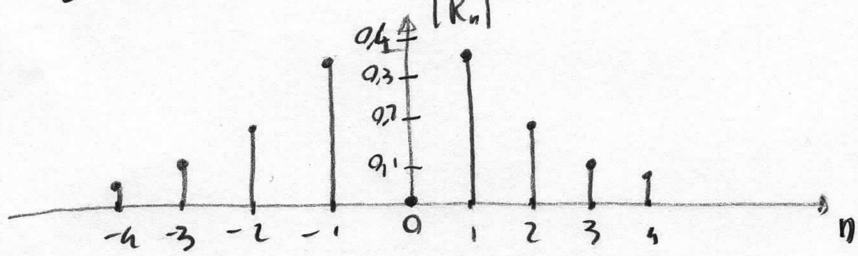
$$R_0 = 0$$

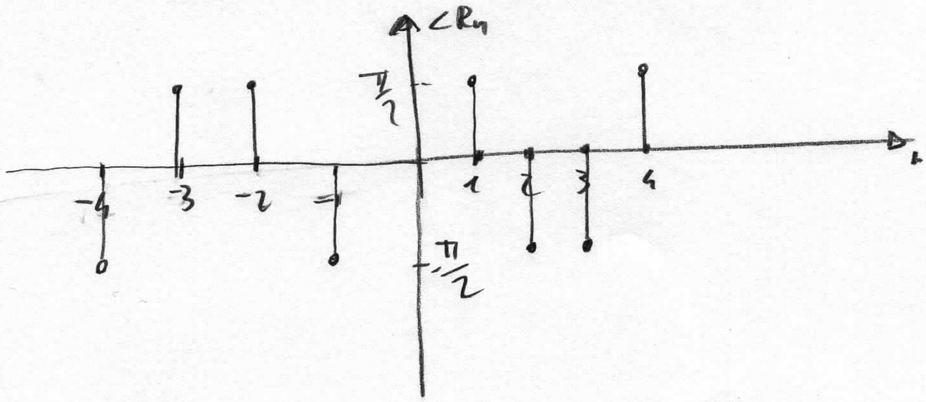
$$R_1 = \frac{2}{5} j \sin\left(\frac{3}{5}\pi\right) \sin\left(\frac{1}{5}\right) = R_{-1}^* = j\,0{,}3559 = 0{,}3559\, e^{j\pi/2}$$

$$R_2 = \frac{2}{5} j \sin\left(\frac{6}{5}\pi\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{2}{5}\right) = R_{-2}^* = -j\,0{,}1779 = 0{,}1779\, e^{-j\pi/2}$$

$$R_3 = \frac{2}{5} j \sin\left(\frac{9}{5}\pi\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{3}{5}\right) = R_{-3}^* = -j\,0{,}1186 = 0{,}1186\, e^{-j\pi/2}$$

$$R_4 = \frac{2}{5} j \sin\left(\frac{12}{5}\pi\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{4}{5}\right) = R_{-4}^* = +j\,0{,}0890 = 0{,}0890\, e^{j\pi/2}$$





Es. 2

$$H(z) = \frac{1-z^{-1}}{1+0{,}9z^{-1}}$$

1) I segnali in ingresso sono sequenze

$$x[n] = 2\cos(2\pi f_1 nT) + 3\cos(2\pi f_2 nT) = \qquad T = 0{,}1$$
$$= 2\cos(2\pi nT) + 3\cos(6\pi nT)$$

NON RILEVANTE AI FINI DELL'ESECUZIONE DEL TEST

N.B. si fa notare che il periodo della sequenza $x_1[n] = 3\cos(2\pi f_1 nT)$ non è $1/3$. Infatti tempo di campionamento è pari a $T = 0{,}1s$ e periodo del segnale di partenza pari a $1/3$ $\Rightarrow$ periodo segnale campionato si trova cercando m, q interi più piccoli tali che

$$m\frac{1}{3} = q \cdot \frac{1}{10} \Rightarrow m = 3 \quad q = 1$$

$\Downarrow$

periodo di $x_1[n]$ è pari a $1s$

$$\bar{H}(f) = \frac{1-e^{-j2\pi fT}}{1+0{,}9\,e^{-j2\pi fT}}$$

$$y[n] = \bar{H}(1)e^{j0{,}2\pi n} + \bar{H}(-1)e^{-j0{,}2\pi n} + \bar{H}(3)\frac{3}{2}e^{j0{,}6\pi n} + \bar{H}(-3)\frac{3}{2}e^{-j0{,}6\pi n}$$

$$\bar{H}(1) = \frac{1-e^{-j0{,}2\pi}}{1+0{,}9\,e^{-j0{,}2\pi}} = 0{,}342\,e^{j1{,}55} \Rightarrow \bar{H}(-1) = 0{,}342\,e^{-j1{,}55}$$

$$\bar{H}(3) = \frac{1-e^{-j0{,}6\pi}}{1+0{,}9\,e^{-j0{,}6\pi}} = 1{,}445\,e^{j1{,}50} \qquad \bar{H}(-3) = 1{,}445\,e^{-j1{,}50}$$

$$y[n] = 0{,}684\cos(2\pi nT + 1{,}55) + 4{,}3351\cos(6\pi nT + 1{,}50)$$

2) $H(z) = \dfrac{1-z^{-1}}{1+0{,}9z^{-1}}$

$$Y(z)(1+0{,}9z^{-1}) = X(z)(1-z^{-1})$$
$$y[n] + 0{,}9\,y[n-1] = x[n] - x[n-1]$$
$$y[n] = x[n] - x[n-1] - 0{,}9\,y[n-1]$$

per calcolare $h[n]$ $\rightarrow x[n] = \delta[n] \qquad y[n-1] = 0$

$\Downarrow$

test. ASB 4/4/16 (4)

Es. 2. (cont)

n	$y[n]$
0	$y[0] = \delta[0] - \delta[-1] - 0{,}9\, y[-1] = 1$
1	$y[1] = \delta[1] - \delta[0] - 0{,}9\, y[0] = -1{,}9$
2	$y[2] = \delta[2] - \delta[1] - 0{,}9\, y[1] = 1{,}71$
3	$y[3] = -0{,}9 \cdot 1{,}71 = -1{,}539$
4	$y[4] = -1{,}539 \cdot (-0{,}9) = 1{,}3851$
5	$y[5] = -0{,}9 \cdot 1{,}3851 = -1{,}247$

3) essendo il sistema di tipo IIR la risposta impulsiva calcolata risulta soffrire dell'errore di troncamento. Possiamo considerarla come moltiplicata per un impulso rettangolare ampio 6 campioni → in frequenza questa equivale ad una convoluzione della $\bar{H}(f)$ per una funzione simile ad uno sinc

4) un modo per aumentare selettività del filtro (senza aggiungere poli o zeri) è aumentare modulo polo (sempre < 1)

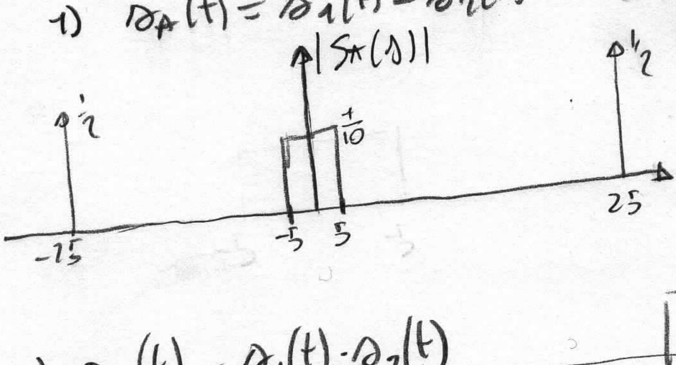
Es. 3

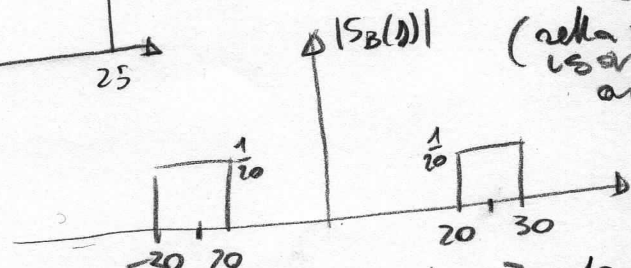
$s_1(t) = \cos(50\pi t)$

$s_2(t) = \text{sinc}(10t)$

1) $s_A(t) = s_1(t) - s_2(t)$

la frequenza massima è 25 Hz
il segnale è di tipo passa basso
⇓
$f_{c\,min} = 50\ Hz$
(nella pratica si deve usare una f_c superiore alla minima)





2) $s_B(t) = s_1(t) \cdot s_2(t)$

si può usare campionamento passa banda

$B = 10 \quad m = \left\lfloor \frac{30}{10} \right\rfloor = 3$

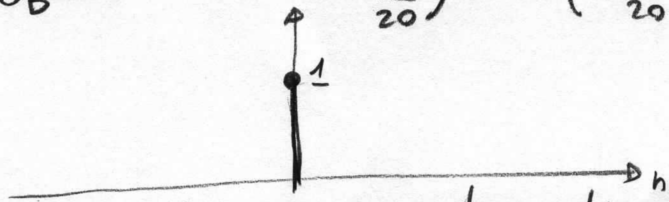
$f_c = 2 \cdot \frac{30}{3} = 20$

Attenzione il campionamento passa banda prevede che $f_c = 2 \frac{f_{max}}{m}$

m è l'intero sup a $\frac{f_{max}}{B}$ ed è scorretto dire $f_c \geq 2 f_{max}$

3) $f_c = 20 \quad T = 1/20$

$$s_B[n] = \cos\left(50\pi \frac{n}{20}\right) \operatorname{sinc}\left(10 \frac{n}{20}\right) = \cos\left(\frac{5}{2}\pi n\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{n}{2}\right)$$



il risultato è congruente con il risultato del punto a), infatti.

4)

$$\overline{S}_B(f) = \frac{1}{T} \sum_{K=-\infty}^{\infty} S_B\left(f - \frac{K}{T}\right)$$