13/1/2016 Esercizio 1

$$s(t) = -3 + e^{j\frac{2\pi t}{3}} + \sin\frac{2\pi t}{12} + 2\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$$

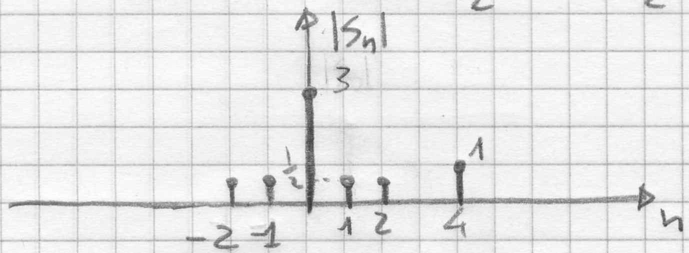
1) periodo $T_0 = 12$

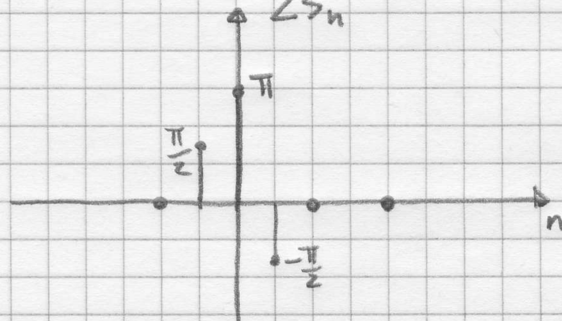
$$s(t) = -3 + e^{j2\pi\frac{4t}{12}} + \sin\left(2\pi\frac{t}{12}\right) + 2\cos\left(2\pi\frac{2t}{12}\right) =$$

$$= -3 + e^{j2\pi\frac{4t}{12}} + \frac{1}{2j}e^{j2\pi\frac{t}{12}} - \frac{1}{2j}e^{-j2\pi\frac{t}{12}} + \frac{e^{j2\pi\frac{2t}{12}}}{2} + \frac{e^{j2\pi\frac{2t}{12}}}{2}$$

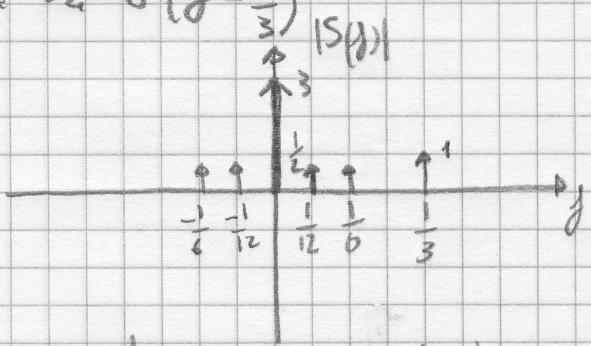
$S_0 = -3 = 3e^{j\pi}$ $\quad S_1 = \frac{1}{2j} = \frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{2}}$ $\quad S_{-1} = \frac{-1}{2j} = \frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{2}}$

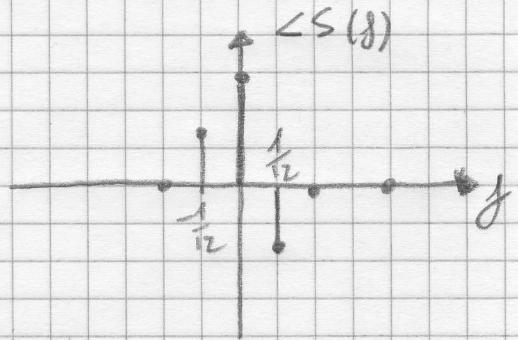
$S_4 = 1$ $\quad S_2 = \frac{1}{2}$ $\quad S_{-2} = \frac{1}{2}$





2) $S(f) = S_0\,\delta(f) + S_1\,\delta\left(f-\frac{1}{12}\right) + S_{-1}\,\delta\left(f+\frac{1}{12}\right) + S_2\,\delta\left(f-\frac{1}{6}\right) + S_{-2}\,\delta\left(f+\frac{1}{6}\right) +$
$+ S_4\,\delta\left(f-\frac{1}{3}\right)$





3) campionamento possibile di tipo passa basso

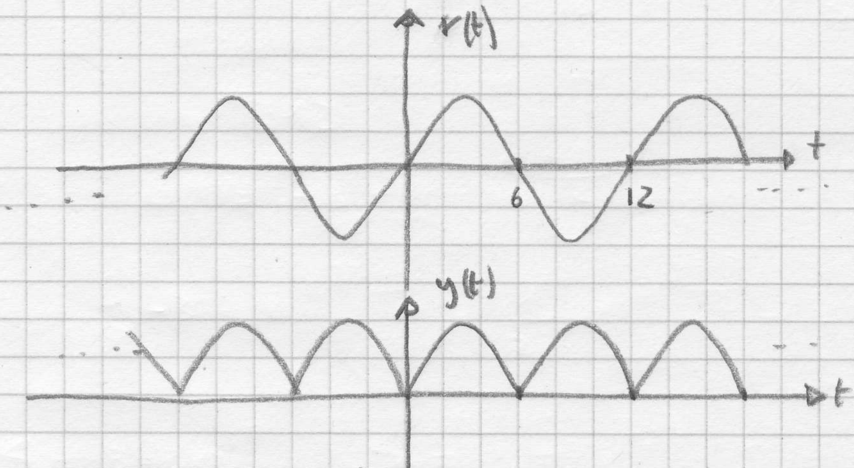
$$f_c \geq 2 f_{max} \Rightarrow f_c \geq \frac{2}{3} \qquad f_{c_{min}} = \frac{2}{3}$$

$$s[n] = s\left(n\frac{3}{2}\right) = -3 + e^{j2\pi n\frac{3}{2}} + \sin\frac{2\pi n}{12}\frac{3}{2} + 2\cos\frac{\pi 2n}{3}\frac{3}{2} =$$

$$= -3 + e^{j\pi n 3} + \sin\frac{\pi n}{4} + 2\cos\pi n$$

5) $v(t) = \sin \frac{2\pi t}{12}$

4)



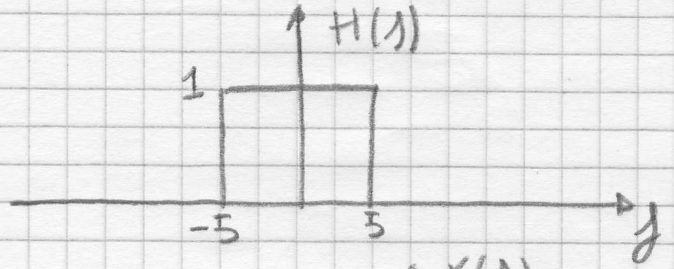
- il segnale $y(t)$ ha bisogno di infinite componenti per essere descritto. Le componenti sono multiple di $f_0 = \frac{1}{6}$

  il segnale $v(t)$ ha bisogno di 2 componenti $-\frac{1}{12}$ e $\frac{1}{12}$

- il valore medio di $v(t)$ è $\neq 0$
  il valore medio di $y(t)$ è $= 0$

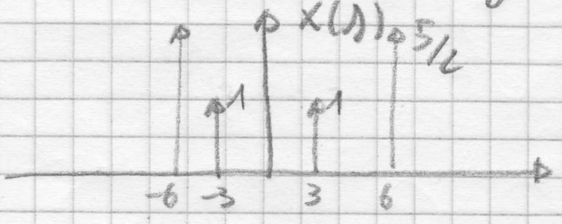
<u>Nota!</u> il sistema è non lineare. Si può evincere anche dal fatto che in uscita abbiamo componenti a frequenze diverse da quelle dell'ingresso

13/1/2016 Esercizio 2



$h(t) = 10 \, \text{sinc}(10t)$

1)



moltiplicando $X(f)$ e $H(f)$ troviamo

$$Y(f) = \delta(f+3) + \delta(f-3)$$

$$y(t) = 2\cos(6\pi t)$$

2) $x(t) = 3\delta(t) - \delta(t-10)$

$$y(t) = x(t) \otimes h(t) = 30 \, \text{sinc}(10t) - \text{sinc}(10t-100)$$

Filtro ideale: guadagno costante in banda passante
guadagno nullo in banda attenuata
banda di transizione nulla
Fase della risposta in frequenza lineare (in questo caso $= 0$)

Nel tempo il Filtro ideale comporta una risposta impulsiva non causale.

- $h_1(t) = h(t-1) \Rightarrow H_1(f) = H(f) e^{-j2\pi f} = \text{rect}\left(\frac{f}{10}\right) e^{-j2\pi f}$

1) $y(t) = 2\cos(6\pi t - 6\pi)$

$$Y(f) = e^{+j6\pi} \delta(f+3) + e^{-j6\pi} \delta(f-3)$$

Nel caso il sistema fosse fisicamente realizzabile, allora potremmo non avere banda di transizione nulla e quindi guadagno $\neq 0$ per $f = +6, -6$. $\rightarrow$ componenti freq. a 6 Hz in uscita

$df = 0{,}5\ Hz$ si ottiene con lo zero padding considerando la relazione tra TF e TDF della sequenza periodicizzata

$$\tilde{X}_K = \frac{1}{N_0}\,\overline{X}\left(\frac{k}{N_0 T}\right)$$

$T = \frac{1}{200}$ $\quad 0{,}5\ Hz = \frac{1}{N_0 \frac{1}{200}} \Longrightarrow N_0 = \frac{200}{0{,}5} = 400$

$\rightarrow \quad X = fft(x, 400)$

visto che la sequenza è pari a 40 campioni
(può essere vista come una sequenza infinita moltiplicata per una rect ampia 40 campioni)
la risoluzione ottenibile, nei termini richiesti, è $\frac{1}{T_{oss}} =$

$$= \frac{1}{40\,\frac{1}{200}} = 5\ Hz$$