Indicazioni es. 1   16/6/14

$T_0 = 2s$ $s(t)$ segnale periodico di periodo T_0

$$S_n = \frac{\sqrt{2} + e^{j\frac{\pi n}{4}}}{n^2} \quad \text{per } n \neq 0 \quad \text{e} \quad S_0 = -2$$

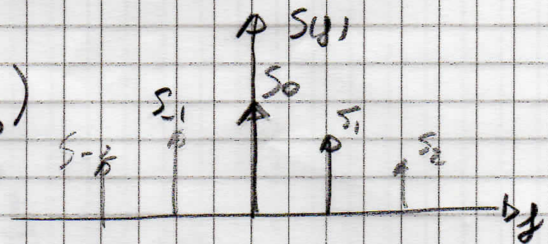
1) vediamo la relazione tra S_n e S_{-n}

$$S_{-n} = \frac{\sqrt{2} + e^{-j\frac{\pi n}{4}}}{(-n)^2} = \frac{\sqrt{2} + \cos\frac{\pi}{4}n - j\sin\frac{\pi n}{4}}{n^2} = S_n^* \Rightarrow s(t) \in \mathbb{R}$$

2) Sappiamo che $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$ eq. sintesi

eseguendo la TCF di entrambi i membri, si ottiene

$$S(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n \, \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right)$$



3) $n = 0$ $\quad S_0 = -2 = 2e^{j\pi}$

$n = 1$ $\quad S_1 = \frac{\sqrt{2} + e^{j\frac{\pi}{4}}}{1^2} = \sqrt{2} + \cos\frac{\pi}{4} + j\sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} =$

$$= \sqrt{\frac{9\cdot 2}{4} + \frac{2}{4}}\; e^{j\,\mathrm{atg}\frac{1}{3}} = \sqrt{5}\, e^{j\,\mathrm{atg}\frac{1}{3}} = \sqrt{5}\, e^{j0{,}3218}$$

$n = -1$ $\quad S_{-1} = S_1^* = \sqrt{5}\, e^{-j0{,}3218}$

N.B. può essere utile ricalcolare S_{-1} in modo da verificare eventuali errori

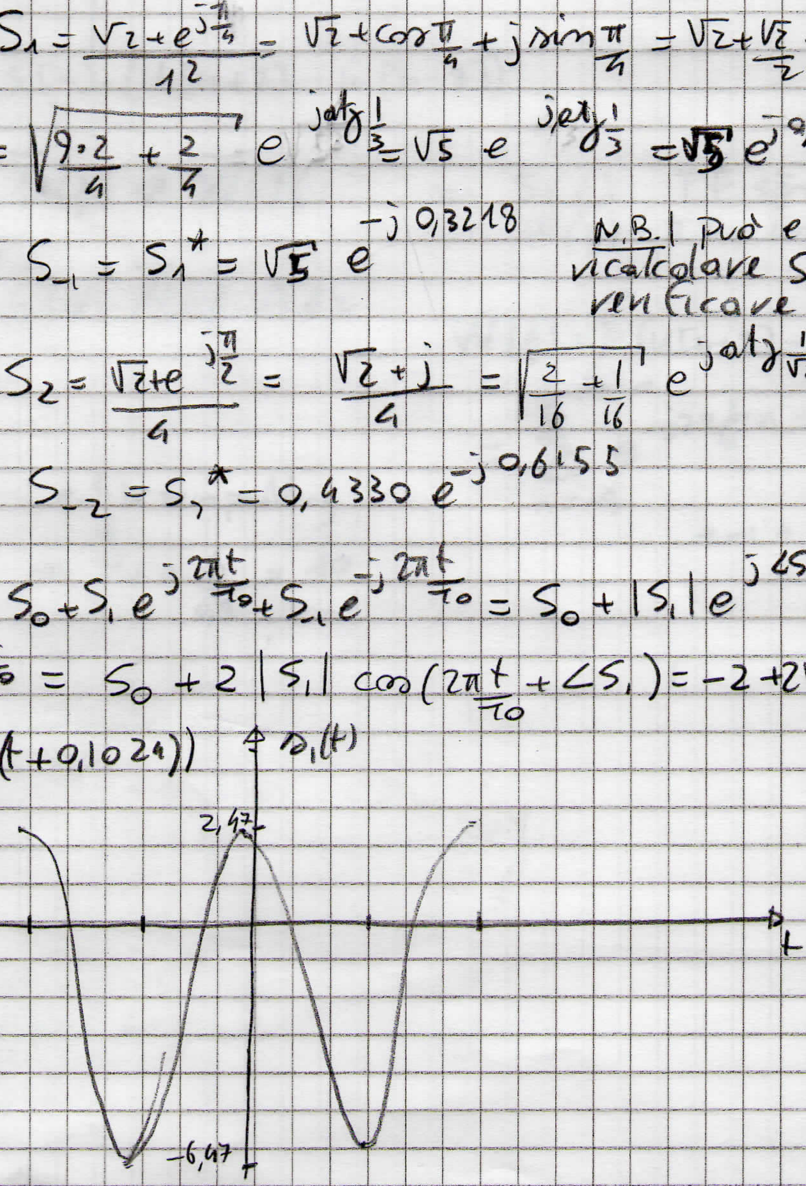
$n = 2$ $\quad S_2 = \frac{\sqrt{2} + e^{j\frac{\pi}{2}}}{4} = \frac{\sqrt{2} + j}{4} = \sqrt{\frac{2}{16} + \frac{1}{16}}\; e^{j\,\mathrm{atg}\frac{1}{\sqrt{2}}} = 0.4330\, e^{j0{,}6155}$

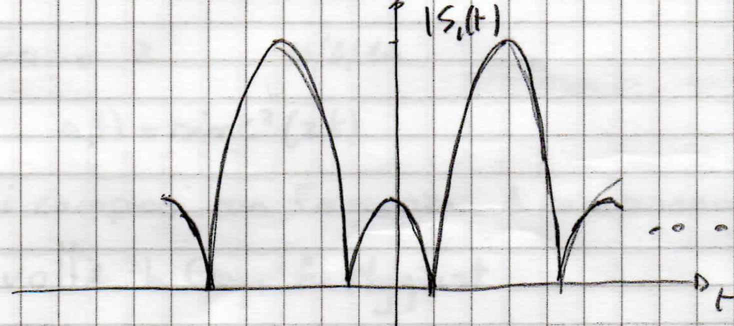
$n = -2$ $\quad S_{-2} = S_2^* = 0{,}4330\, e^{-j0{,}6155}$

4) $s_1(t) = S_0 + S_1 e^{j2\pi\frac{t}{T_0}} + S_{-1} e^{-j2\pi\frac{t}{T_0}} = S_0 + |S_1| e^{j\angle S_1} e^{j2\pi\frac{t}{T_0}} + |S_{-1}| e^{-j\angle S_1} \cdot$

$\cdot e^{-j2\pi\frac{t}{T_0}} = S_0 + 2|S_1| \cos\left(2\pi\frac{t}{T_0} + \angle S_1\right) = -2 + 2\sqrt{5}\cos(\pi t + 0{,}3218) =$

$= -2 + 2\sqrt{5}\cos(\pi(t + 0{,}1024))$





5) il segnale $|s_1(t)|$ ha lo stesso periodo del segnale $s_1(t)$

Ha però bisogno di infinite armoniche (multiple di $\frac{1}{T_0}$)
(la derivata presenta discontinuità)
L'andamento dei coeff. di Fourier per $|n| \to \infty$ è $\propto \frac{1}{n^2}$

Il valore medio è maggiore di zero

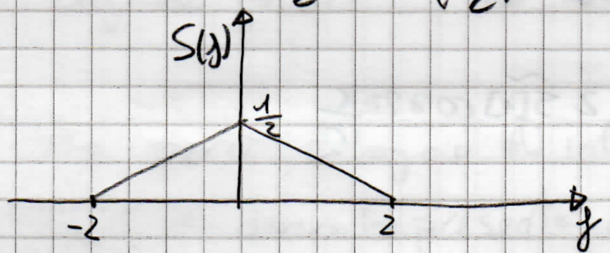
6) il segnale $s_1(t-1{,}024)$ è traslato rispetto a $s_1(t)$
Dal punto di vista frequenziale le differenze riguardano
la fase dei coefficienti
Inoltre diventa pari e quindi $R_n = R_{-n}$ $I_n = 0$ $\forall n$ (visto che è anche Reale)

Esercizio 2 16/6/14

$$s(t) = \text{sinc}^2(2t)$$

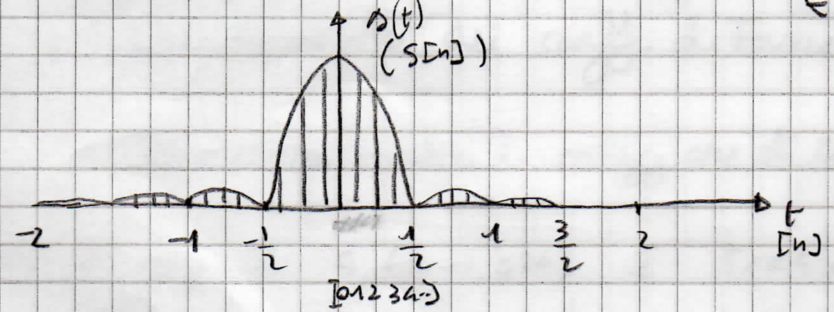
- si campioni con frequenza di campionamento superiore a 2 volte la freq. di Nyquist

$$S(f) = \frac{1}{2}\,\text{rect}\left(\frac{f}{2}\right) \otimes \frac{1}{2}\,\text{rect}\left(\frac{f}{2}\right)$$



$f_{max} = 2$ $\quad f_c \geq 4$

$f_{Ny} = 4$ $\quad f_{c1} = 2 f_{Ny} = 8\,Hz$



$$S_1[n] = s[n] \cdot (u[n+1] - u[n-2])$$

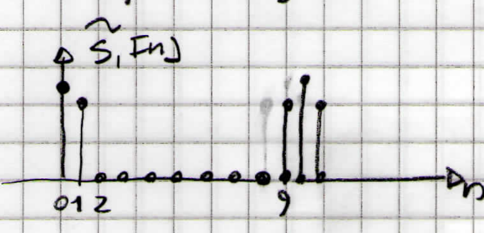
$$\overline{S_1}(f) = \overline{S}(f) \otimes \overline{W}(f) = \qquad \text{con } \overline{W}(f) = 1 + 2\cos 2\pi f T$$

$$= T \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \overline{S}(\nu) \cdot \overline{W}(f-\nu)\, d\nu$$

N.B. $\quad \overline{S}(f) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} S\left(f - \frac{k}{T}\right)$

Devo studiare $S_1[n]$ in frequenza utilizzando la TDF (in modo da stimare la TF) per avere $df = 0{,}8\,Hz$ devo operare uno zero padd. $\to$ pari a

$$N_0 = \frac{f_c}{df} = \frac{8}{0{,}8} = 10$$



per cui periodicizzo con $N_0 = 10$

$$\tilde{S}_{1k} = \frac{1}{10} \sum_{n=0}^{9} \tilde{S}_1[n]\, e^{-j 2\pi n \frac{k}{10}} =$$

$$= \frac{1}{10}\left(1 + \tilde{S}_1[1]\, e^{-j 2\pi \frac{k}{10}} + \tilde{S}_1[9]\, e^{-j 2\pi 9 \frac{k}{10}}\right) =$$

$$= \frac{1}{10}\left(1 + \tilde{S}_1[1]\, e^{-j 2\pi \frac{k}{10}} + \tilde{S}_1[-1]\, e^{j 2\pi \frac{k}{10}}\right) =$$

$$= \frac{1}{10}\left(1 + 2\,\tilde{S}_1[1] \cos \frac{2\pi k}{10}\right)$$

dove si sono sfruttate

le seguenti relazioni

$$e^{j2\pi\frac{Kn}{10}} = e^{j2\pi\frac{K(n+h10)}{10}} \quad \forall h \in \mathbb{Z}$$

$$e \quad \tilde{S}_1[1] = \tilde{S}_1[-1]$$

quindi $\quad S_1\left(\frac{K}{10T}\right) = 1 + 2\,\tilde{S}[1]\cos 2\pi\frac{K}{10}$