11/06/09 Esercizio 1. Descrivere le differenze tra dato, segnale temporale e immagine. Descrivere quali tra le seguenti misure sono in grado di descrivere fenomeni dinamici, fornendo esempi.

Esercizio 2. Dare la definizione di processo stocastico e discuterne le proprietà nel caso sia stazionario. Discutere alcuni andamenti tipici della funzione di autocorrelazione nel caso di processo stazionario in senso lato, indicando nei vari casi andamenti tipici delle funzioni campione.

Esercizio 3. Sia dato un tavolo da gioco composto come in figura da 6 settori numerati di uguale superficie. Avendo a disposizione 11 colori differenti con i quali colorare i vari settori e i numeri, dire in quanti modi è possibile colorare il tavolo se:

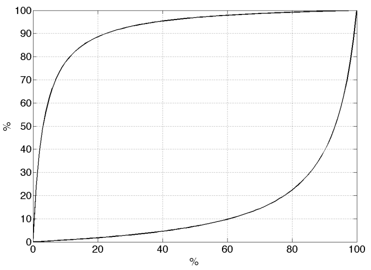
1	**2**	**3**
4	**5**	**6**

a) ogni settore può avere un colore diverso e i numeri hanno tutti lo stesso colore, diverso da quelli usati per i settori.
b) è possibile utilizzare lo stesso colore per più settori e i numeri hanno tutti lo stesso colore, diverso da quelli usati per i settori
Se nel lancio di una moneta sul tavolo, la probabilità che questa vada a finire in un settore è uguale all'area del settore rapportata all'area totale, dire quale è la probabilità che su 8 lanci la moneta vada 6 volte nel settore 5.

Dire inoltre quale è la probabilità che la moneta cada nel settore 5 almeno 7 volte su 8 lanci.

Esercizio 4. Descrivere il teorema di Bayes nell'applicazione al test diagnostico.
Punto a) Sia dato un test diagnostico tale che il numero di falsi positivi, quando applicato ad una popolazione di 1800 soggetti dei quali 900 malati, sia pari a 6 mentre il numero di falsi negativi è pari a 9. Calcolarne sensibilità e specificità.
Punto b) Dato un test diagnostico con sensibilità pari al 93% e specificità pari al 97% calcolare la probabilità di malattia di un soggetto risultato positivoal test; prima dell'esecuzione del test il soggetto in esame era considerato malato con una probabilità del 30%.

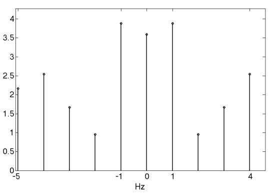
Punto c) Si riporti nel grafico in figura la probabilità di malattia di un soggetto, supposto malato con una probabilità prima del test pari a 0.6, che risulti negativo al test.



Esercizio 5. Il segnale s(t), periodico di periodo T_0, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$$S_n = \frac{1+\cos(\pi n)}{2n^2} + \frac{e^{-j\frac{\pi n}{2}}}{n^2}, \text{per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

Motivando le risposte, dire se il segnale s(t) è reale o complesso (*a*), e se presenta o meno qualche simmetria (*b*)
c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3
d) Disegnare l'andamento temporale del segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1, n=0 e n=1 nel caso di T_0=1 s. Se diverse da zero, disegnare su grafici separati la parte reale ed immaginaria di tale segnale
Esercizio 6. Sia dato il modulo dello spettro di Fourier, rappresentato in figura.



Si ipotizzi che tale risultato sia ottenuto applicando la TDF ad una sequenza discreta x[n] osservata per un tempo T e con intervallo temporale tra campioni dato da dt.
Si indichi quale tra queste coppie di valori è compatibile con il risultato in figura 1, senza che venga operato uno zero padding:
a) T=0.1 s, dt= 0.01 b) T=2 s, dt=0.2 s c) T=1 s, dt=0.1 s d) T=10 s, dt=1 s e) T=20 s, dt=2 s
Si indichi quale è la risoluzione in frequenza ottenibile dalla TDF della sequenza y[n] ottenuta in uscita ad un sistema al cui ingresso viene posto la sequenza x[n]. Il sistema in oggetto possiede una risposta impulsiva finita, lunga 15 punti, ed ha una caratteristica di tipo passa basso con frequenza di taglio 1Hz. Si scriva inoltre il valore delle frequenze minima e massima visualizzabili.
Esercizio 7 Si considerino i sistemi caratterizzati dalle seguenti trasformazioni ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y_1(t) = x(t) + x^2(t)$ e $y_2(t) = x(t) - x(t - t_0)$ con t_0 costante. Dimostrarne l'eventuale invarianza temporale e linearità. Ove possibile si stimi la risposta in frequenza del sistema.
Esercizio 8 Descrivere le operazioni alla base dell'analisi delle componenti principali e discuterne possibili applicazioni.

11/06/09 **A.A. 08/09 test #1**

Esercizio 1. Descrivere le differenze tra dato, segnale temporale e immagine. Descrivere quali tra le seguenti misure sono in grado di descrivere fenomeni dinamici, fornendo esempi.

Esercizio 2. Dare la definizione di processo stocastico e discuterne le proprietà nel caso sia stazionario. Discutere alcuni andamenti tipici della funzione di autocorrelazione nel caso di processo stazionario in senso lato, indicando nei vari casi andamenti tipici delle funzioni campione.

Esercizio 3. Sia dato un tavolo da gioco composto come in figura da 6 settori numerati di uguale superficie. Avendo a disposizione 11 colori differenti con i quali colorare i vari settori e i numeri, dire in quanti modi è possibile colorare il tavolo se:

1	**2**	**3**
4	**5**	**6**

I. ogni settore può avere un colore diverso e i numeri hanno tutti lo stesso colore, diverso da quelli usati per i settori.

A. ☐ 12000000 B. ☐ 55440 C. ☐ 2310 D. ☐ 332640 E. ☐ 1663200

II. è possibile utilizzare lo stesso colore per più settori e i numeri hanno tutti lo stesso colore, diverso da quelli usati per i settori

A. ☐ 11*10^6 B. ☐ 1663200 C. ☐ 19487171 D. ☐ 665127936 E. ☐ 55055

III. Se nel lancio di una moneta sul tavolo, la probabilità che questa vada a finire in un settore è uguale all'area del settore rapportata all'area totale, dire quale è la probabilità che su 7 lanci la moneta vada 4 volte nel settore 5.

A. ☐ 0.013 B. ☐ 0.0781 C. ☐ 0.3751 D. ☐ 0.0156 E. ☐ 1.2503*10^-4

IV. Dire inoltre quale è la probabilità che la moneta cada nel settore 5 almeno 6 volte.

A. ☐ 0.002 B. ☐ 1.2860*10^-4 C. ☐ 1.2503*10^-4 D. ☐ 0.0019 E. ☐ 0.6698

Esercizio 4. Sia dato un test diagnostico tale che il numero di falsi positivi, quando applicato ad una popolazione di 1800 soggetti dei quali 900 malati, sia pari a 5 mentre il numero di falsi negativi è pari a 8.
Si indichi la sensibilità del test (risultati approssimati alla 4^a cifra decimale)

A. ☐ 0.9944 B. ☐ 0.9911 C. ☐ 0.9945 D. ☐ 0.9856

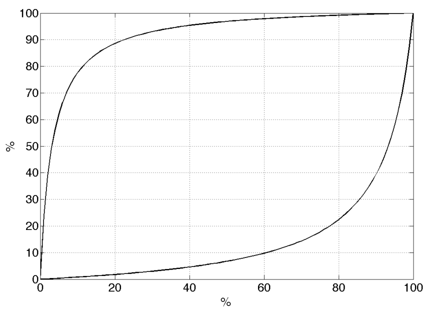
Si indichi la specificità del test

A. ☐ 0.9911 B. ☐ 0.9912 C. ☐ 0.9857 D. ☐ 0.9844

Dato un test diagnostico con sensibilità pari al 93% e specificità pari al 98% calcolare la probabilità di malattia di un soggetto risultato positivo al test; prima dell'esecuzione del test il soggetto in esame era considerato malato con una probabilità del 20 %.

A. ☐ 0.5023 B. ☐ 0.7778 C. ☐ 0.970308 D. ☐ 0.9208

Si riporti nel grafico in figura la modalità per determinare la probabilità di malattia di un soggetto, supposto malato con una probabilità prima del test pari a 0.2, che risulti positivo al test.



Esercizio 5. Il segnale s(t), periodico di periodo T_0, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$$S_n = \frac{1+\cos(\pi n)}{2n^2} + \frac{e^{-j\frac{\pi n}{2}}}{n^2}, \text{ per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

Motivando le risposte, dire se il segnale s(t) è reale o complesso (*a*), e se presenta o meno qualche simmetria (*b*)
c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3
d) Disegnare l'andamento temporale del segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1, n=0 e n=1 nel caso di T_0=1 s. Se diverse da zero, disegnare su grafici separati la parte reale ed immaginaria di tale segnale

Esercizio 6. Sia dato il modulo dello spettro di Fourier, rappresentato in figura.

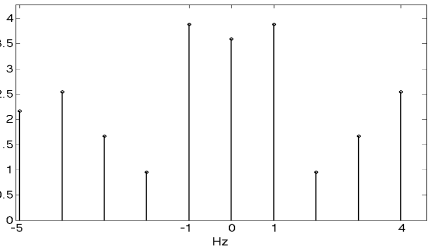


Fig.1.

Si ipotizzi che tale risultato sia ottenuto applicando la TDF ad una sequenza discreta x[n] osservata per un tempo T e con intervallo temporale tra campioni dato da dt.

I. Si indichi quale tra queste coppie di valori è compatibile con il risultato in figura 1, senza che venga operato uno zero padding:

A.☐ T=0.1s, dt=0.01s B.☐ T=2s, dt=0.2 s C.☐ T=20 s, dt=2 D.☐ T=10 s, dt=1 E.☐ T=1s,dt=0.1 s

II. Si ipotizzi di avere una sequenza x[n] con 12 campioni e dt=0.5. Si scriva il valore della frequenza massima visualizzabile dall'analisi con TDF della suddetta sequenza (si consideri l'intervallo frequenze centrato nell'origine)

A.☐ fmax=1Hz B.☐ fmax=2Hz C.☐ fmax=0.8333Hz D.☐ fmax=0.9167Hz E.☐ fmax=11Hz

III. Si indichi quale è la risoluzione in frequenza ottenibile dalla TDF della sequenza y[n] ottenuta in uscita ad un sistema al cui ingresso viene posto la sequenza x[n] del punto precedente. Il sistema in oggetto possiede una risposta impulsiva finita, lunga 15 punti, ed ha una caratteristica di tipo passa basso con frequenza di taglio 0.5Hz.

A.☐ df=0.385Hz B.☐ df=0.1667Hz C.☐ df=0.0769Hz D.☐ df=1Hz E.☐ df=0.0741Hz

Esercizio 7.

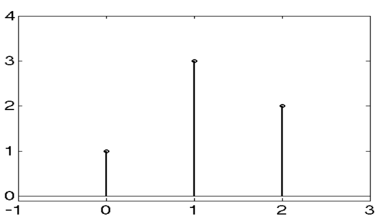
I. Quali tra le seguenti formule esprime correttamente il prodotto di convoluzione tra due sequenze x e y?

A.☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k]y[n-k]$ B.☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k]y[k-n]$ C.☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k]y[k]$ D.☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[n]y[k-n]$

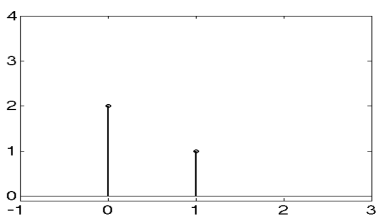
II. Nel caso di due sequenze x e y lunghe rispettivamente 5 e 7 campioni, dire quale è il numero minimo di zeri che bisogna aggiungere alle due affinché la convoluzione circolare dia lo stesso risultato della convoluzione lineare.

A.☐ 2 a x, 0 a y B.☐ 5 a x, 3 a y C.☐ 6 a x, 4 a y D.☐ 7 a x, 5 a y

Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



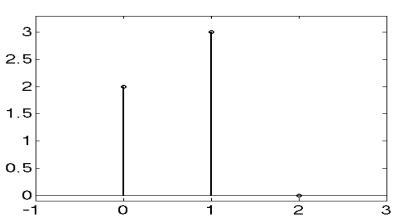
x[n]



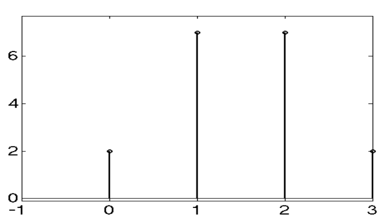
y[n]

III. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra x[n] e y[n]

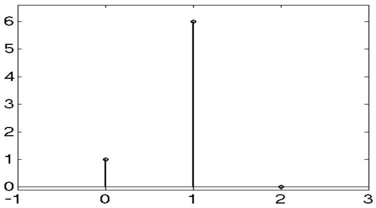
A.☐



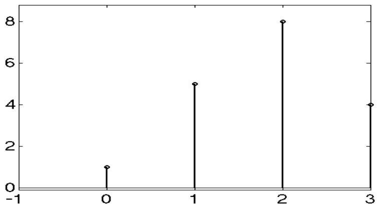
B.☐



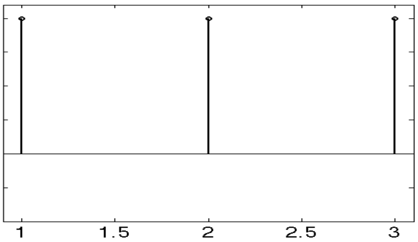
C. ☐



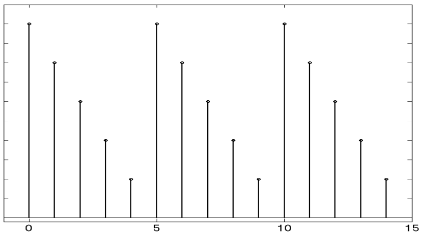
D. ☐



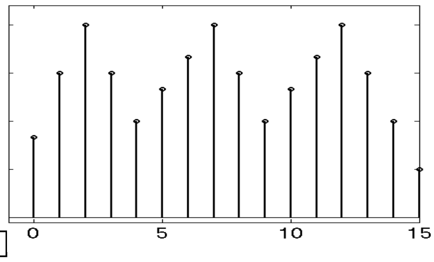
IV. Dato il sistema, di tipo passa basso, caratterizzato dalla risposta impulsiva h[n], e la sequenza in ingresso x[n] si indichi quali tra e seguenti rappresenta l'uscita del sistema stesso



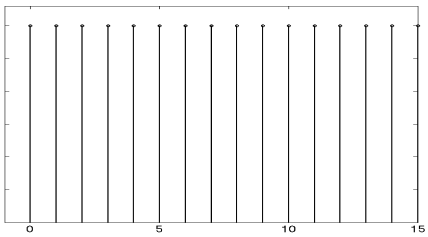
h[n]



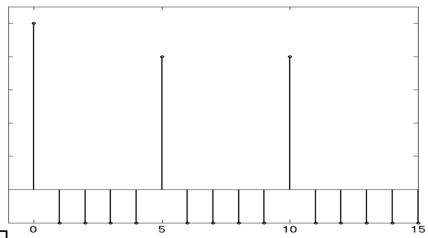
x[n]



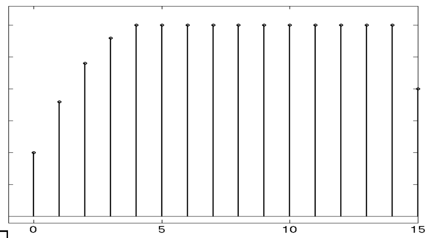
A. ☐



B. ☐



C. ☐



D. ☐

Esercizio 8 Descrivere le operazioni alla base dell'analisi delle componenti principali e discuterne possibili applicazioni.

29/06/09 Esercizio 1. Descrivere quali forme di energia sfruttano e in quale intervallo di frequenze operano i seguenti tipi di bioimmagini: ecografia, risonanza magnetica, tomografia computerizzata e PET. Definire e discutere i parametri di risoluzione spaziale, temporale e in ampiezza.

Esercizio 2. Formulare il teorema di Bayes, discutendo il significato di probabilità a priori e condizionata. Spiegare come sia possibile determinare il valore predittivo di un test diagnostico, basandosi sulle formule derivate dal teorema di Bayes e avendo a disposizione un test di riferimento (Gold standard).

Esercizio 3. Descrivere il modello di regressione lineare e i criteri utilizzati per la stima dei parametri del modello. Discutere la forma attesa dell'istogramma degli errori stimati e specificare se e come questo si modifichi al variare del coefficiente di correlazione tra variabile dipendente e indipendente. Specificare in formule il legame esistente tra la pendenza della retta di regressione e il coefficiente di correlazione tra variabile dipendente y e indipendente x. Disegnare sul piano (x,y) alcune distribuzioni di dati caratterizzate da questi valori del coefficiente di correlazione: a) $\rho=0$ b) $\rho=-0.5$ c) $\rho=1$.

Esercizio 4. Descrivere uso e forma della distribuzione binomiale. In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.3. Si consideri un esperimento composto da 12 prove, dire quale è: a) il valore atteso di successi totali b) la deviazione standard del numero di successi ottenibili c) la probabilità di ottenere 2 successi d) la probabilità di avere tra 0 e 3 successi. Specificare inoltre in quali condizioni la distribuzione binomiale tende ad una gaussiana.

Esercizio 5. Il segnale s(t), periodico di periodo T_0, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$R_n = \frac{\cos(\pi n)}{n^2}$ $I_n = \frac{\sin(\pi n)}{n^2}$ per $n \neq 0$ e $S_0 = 1$

Motivando le risposte, dire se il segnale s(t) è reale o complesso (*a*), e se presenta o meno qualche simmetria (*b*)

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3

d) Disegnare l'andamento temporale del segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1, n=0 e n=1 nel caso di T_0=1 s. Se diverse da zero, disegnare su grafici separati la parte reale ed immaginaria di tale segnale

Esercizio 6. Dati due segnali di lunghezza pari rispettivamente a 6 e 3 secondi, campionati alla frequenza di 10 Hz, si discutano le operazioni necessarie, fornendo anche valori quantitativi, per calcolarne la convoluzione utilizzando l'algoritmo fft. Calcolare la risoluzione frequenziale ottenibile dall'analisi in frequenza della sequenza risultante dalla convoluzione suddetta. Descrivere in seguito le operazioni necessarie per ottenere una risoluzione pari a 0.1 Hz.

Esercizio 7 Un segnale s(t) reale ha banda compresa tra 0 e 3 kHz. Calcolare la frequenza di campionamento minima utilizzabile. Il segnale viene mandato in ingresso ad un sistema con banda compresa tra 2.5 e 3.5 kHz. Calcolare la frequenza di campionamento minima utilizzabile sul segnale in uscita. Stimare l'occupazione di banda del segnale $s_1(t) = s(t) * \sin(2\pi f_1 t)$.

Esercizio 8 Discutere la distribuzione statistica della media campionaria nei casi di varianza nota e incognita. Spiegare in cosa consiste l'intervallo di confidenza e le operazioni necessarie per la sua stima nei due casi.

29/06/09 AA 08/09 test 1. Esercizio 1. Descrivere quali forme di energia sfruttano e in quale intervallo di frequenze operano i seguenti tipi di bioimmagini: ecografia, risonanza magnetica, tomografia computerizzata e PET. Definire e discutere i parametri di risoluzione spaziale, temporale e in ampiezza.

Esercizio 2. Formulare il teorema di Bayes, discutendo il significato di probabilità a priori e condizionata. Spiegare come sia possibile determinare il valore predittivo di un test diagnostico, basandosi sulle formule derivate dal teorema di Bayes e avendo a disposizione un test di riferimento (Gold standard).

Esercizio 3. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente y ad una indipendente x.

I. Il modello di regressione assume che:

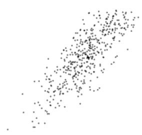
A. ☐ $E(Y \mid X) = 0$ B. ☐ $\eta_{Y|X} = a + bx + \varepsilon$ C. ☐ $\eta_{Y|X} = a + bx$ D. ☐ $\eta_{Y|X} = y - (a + bx) = \varepsilon = 0$

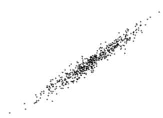
II. Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive correttamente il legame tra il coefficiente angolare della retta, *b*, e il coefficiente di correlazione ρ tra la variabile dipendente e quella indipendente. Con σ_x e σ_y si indicano le deviazioni standard delle variabili indipendente e dipendente rispettivamente.

A. ☐ $b = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ B. ☐ $b = \frac{\rho}{\sigma_x^2}$ C. ☐ $b = \rho$ D. ☐ $b = \rho\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ E. ☐ $b = \rho\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

III. Dire quali tra i seguenti scatter plot dei dati (ogni punto rappresenta una coppia di valori (x,y)) è relativo a variabili più fortemente correlate tra loro. Le scale sono le medesime per le diverse figure.


A. ☐


B. ☐


C. ☐


D. ☐

IV. Si supponga che l'errore abbia una deviazione standard pari a 5 e che il numero di campioni di *y* e *x* sia pari a 1000. Nel caso si volessero determinare a priori gli estremi degli intervalli per la creazione dell'istogramma dell'errore, dire quali tra le seguenti è la coppia di valori più probabile.

A. ☐ 0 e 5 B. ☐ -15 e 15 C. ☐ -5 e 5 D. ☐ 0 e 1000

Esercizio 4. Si consideri il significato e l'uso della distribuzione binomiale.

I. Scegliere tra le seguenti la frase che descrive meglio i valori forniti dalla suddetta distribuzione.

A. ☐ probabilità che il k-esimo evento di n prove fornisca come risultato un successo
B. ☐ il numero di successi ottenuti in n prove
C. ☐ probabilità di avere k successi in n prove successive
D. ☐ probabilità di avere successo in n prove successive

II. Indicati con n il numero di prove e q la probabilità di insuccesso. Indicare qual è il valore atteso della distribuzione

A. ☐ $\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{n}$ B. ☐ $n/2$ C. ☐ $n(1-q)$ D. ☐ $\frac{n(1-q)}{2}$

III. Se inoltre con p si indica la probabilità di successo, indicare qual è la varianza dei valori assunti dalla distribuzione

A. ☐ $\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(p_i - \sum_i^n p_i/n\right)^2}{n-1}$ B. ☐ $\sum_{i=1}^{n}\frac{p_i^2}{n-1}$ C. ☐ npq D. ☐ $\sqrt{npq}$

In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.4. Si consideri un esperimento composto da 13 prove. Si calcoli:

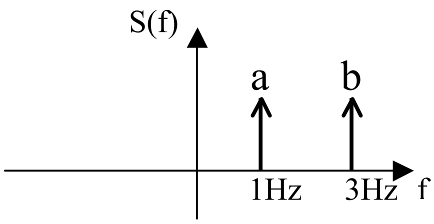
IV. la probabilità di ottenere 5 successi

A. ☐ 8.6% B. ☐ 6.56% C. ☐ 22.14% D. ☐ 1.0248% E. ☐ 26.56%

V. la probabilità di ottenere tra 0 e 2 successi.

A. ☐ 1.13% B. ☐ 4.4% C. ☐ 5.65% D. ☐ 5.79% E. ☐ 0.13%

Esercizio 5. Si consideri lo spettro in frequenza dato dal grafico seguente.



Si calcoli l'andamento temporale del segnale s(t), antitrasformato di S(f), con $a = 2e^{j\pi/2}$ e $b = 1$.
Tracciare il grafico dello spettro del segnale $s_1(t)$ ottenuto come $s_1(t) = s(t) + 2\cos(2\pi 5t)$.
Discutere se e come sia possibile aggiungere allo spettro altre componenti frequenziali in modo da ottenere un segnale reale.

Esercizio 6.

I. Quali tra le seguenti formule esprime correttamente il prodotto di convoluzione circolare tra due sequenze x e y di periodo N?

A.☐ $\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{k=N-1} x[k]y[n-k]$ B.☐ $\frac{1}{N}\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k]y[n-k]$ C.☐ $\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{k=N-1} x[k]y[k-n]$ D.☐ $\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{k=N-1} x[n]y[k-n]$

Sia dato il modulo dello spettro di Fourier di x ottenuto tramite l'algoritmo fft, rappresentato in figura. Tale spettro è stato ottenuto in modo da garantire il calcolo corretto della convoluzione ciclica tramite fft tra x e y.

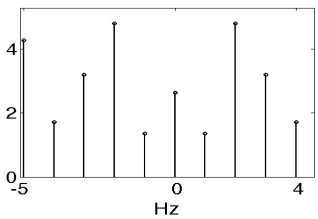
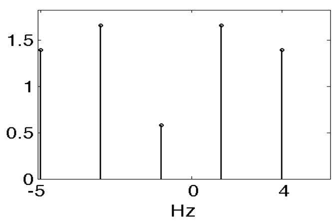
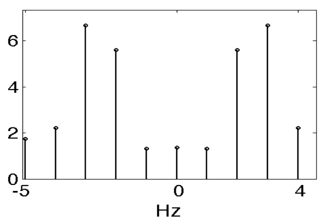


Fig.1.

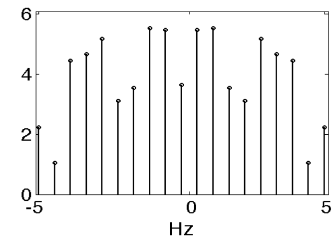
II. Si indichi quali tra i seguenti spettri di y ha le caratteristiche tali da permettere la realizzazione della convoluzione ciclica tramite TDF.



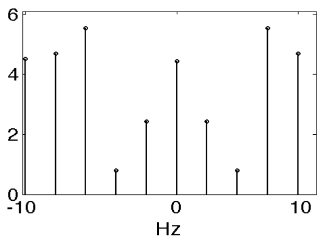
A.☐



B.☐



C.☐



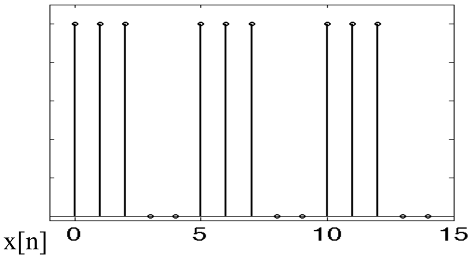
D.☐

III. Si indichi il periodo in campioni della sequenza ottenuta dalla convoluzione delle sequenze di cui al punto II.

A.☐10 B.☐19 C.☐14 D.☐ 20 E.☐ 9

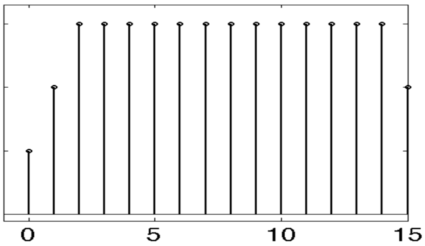
Esercizio 7.

I. Data la sequenza x[n] di 15 campioni con passo dt=0.1 secondi. Si consideri un sistema FIR di tipo passa alto caratterizzato da una frequenza di taglio pari a 2 Hz, e dalla risposta impulsiva lunga 2 campioni, si indichi la risoluzione ottenibile dall'analisi in frequenza della sequenza in uscita dal filtro.

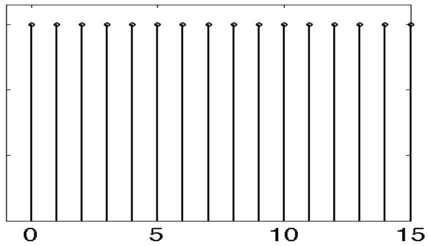


A. ☐ df=0.5882Hz B. ☐ df=0.6250Hz C. ☐ df=0.6667Hz D. ☐ df=0.25Hz E. ☐ df=4Hz

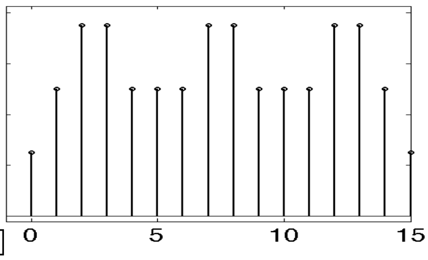
II. Dato un sistema, di tipo passa alto e la sequenza in ingresso x[n] si indichi quali tra i grafici A, B, C, D potrebbe rappresentare l'uscita del sistema stesso



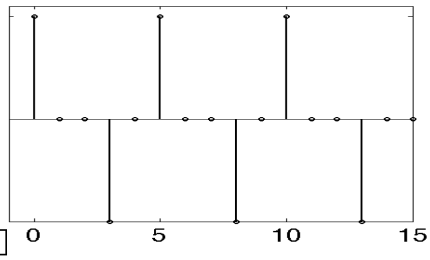
A. ☐



B. ☐

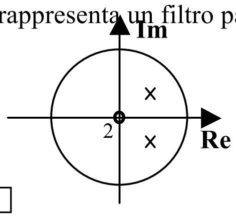


C. ☐

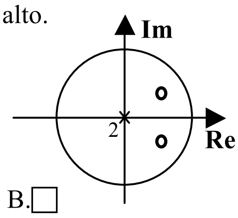


D. ☐

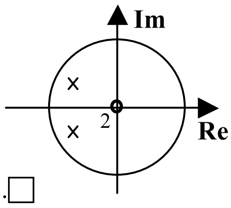
III. Sia data la seguente rappresentazione sul piano z dei seguenti filtri tempo discreti ("x" polo, "o" zero). Dire quale rappresenta un filtro passa alto.



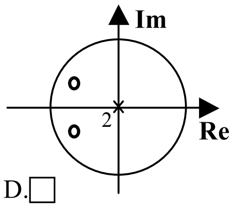
A. ☐



B. ☐

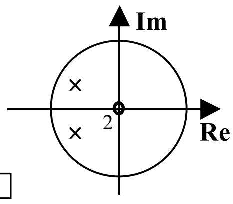


C. ☐

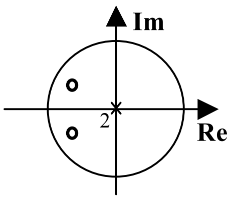


D. ☐

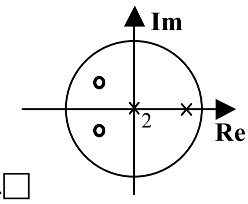
IV. Sia data la seguente rappresentazione sul piano z dei seguenti filtri tempo discreti. Dire quale tra i seguenti rappresenta un filtro di tipo FIR.



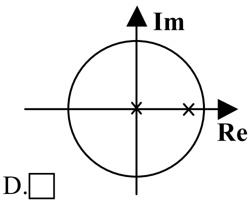
A. ☐



B. ☐



C. ☐

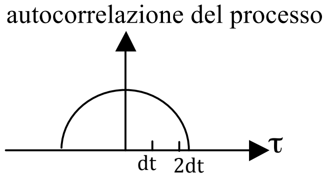


D. ☐

Esercizio 8 Discutere la distribuzione statistica della media campionaria nei casi di varianza nota e incognita. Spiegare in cosa consiste l'intervallo di confidenza e le operazioni necessarie per la sua stima nei due casi.

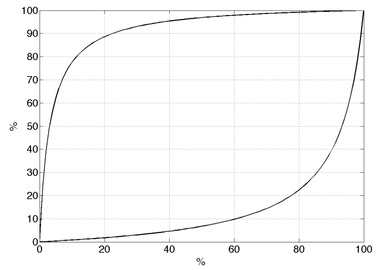
20/07/09 Esercizio 1. Dare una definizione di segnali biomedici spontanei riportando uno schema di principio di un'apparecchiatura per la loro misura. Fornire un esempio di segnale spontaneo riportando alcuni valori tipici e discutendone le applicazioni cliniche.

Esercizio 2. Date p variabili aleatorie, definire le matrici di covarianza e di correlazione. Dire quali valori assumono i termini sulla diagonale principale nel caso di variabili incorrelate. Fornire i passi per la stima di tali matrici partendo da un numero n di osservazioni per ciascuna variabile. Nel caso in cui le p variabili aleatorie siano estratte da un processo stazionario in senso lato, osservato ad istanti successivi distanti tra loro dt, dire quale può essere la forma di tali matrici nel caso in cui la funzione di autocorrelazione del processo abbia il seguente andamento.



Esercizio 3. Data un urna con 20 palline numerate da 1 a 20. Si calcolino le seguenti probabilità:
- nell'estrazione di due palline senza reintroduzione, di ottenere una pallina pari ed una dispari
- nell'estrazione di 5 palline senza reintroduzione, di ottenere 3 palline pari e 2 dispari
- nell'estrazione di 5 palline con reintroduzione, di estrarre palline numerate in ordine strettamente crescente
- su 5 estrazioni con reintroduzione di estrarre 4 palline aventi numero maggiore di 17

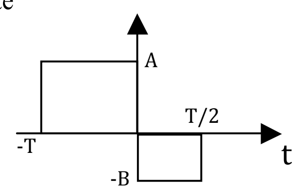
Esercizio 4. Descrivere il teorema di Bayes nell'applicazione al test diagnostico.
Punto a) Sia dato un test diagnostico tale che il numero di falsi positivi, quando applicato ad una popolazione di 2000 soggetti dei quali 1000 malati, sia pari a 4 mentre il numero di falsi negativi è pari a 10. Calcolarne sensibilità e specificità.
Punto b) Supponendo che tale test sia applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione per la quale la probabilità di malattia sia pari allo 1% si calcoli la probabilità che il test dia un risultato negativo.
Punto c) Si riporti nel grafico in figura la probabilità di malattia di un soggetto, supposto malato con una probabilità prima del test pari a 0.8, che risulti negativo al test.



Esercizio 5. Il segnale s(t), periodico di periodo T_0, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti
$S_n = \frac{\sin(\pi n)}{n^2} + j\frac{\cos(\pi n)}{n}$, per $n \neq 0$ e $S_0 = 2$
Motivando le risposte, dire se il segnale s(t) è reale o complesso (*a*), e se presenta o meno qualche simmetria (*b*)
c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3
d) Si consideri il segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1 e n=1 nel caso di T_0=1 s. Si dica se tale segnale è ad energia o potenza finita e se ne calcoli il valore.

Esercizio 6. Dato il segnale $s(t) = rect\left(\frac{t}{T}\right)$ si disegni il grafico della trasformata di 1) $s(t - t_0)$ 2) $s(2t)$

Si descriva l'andamento temporale e si calcoli la trasformata continua di Fourier del segnale rappresento nella figura seguente

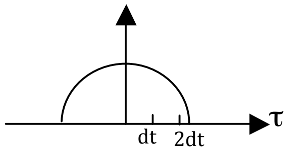


Esercizio 7 Sia dato un segnale con banda compresa tra 5 e 11 MHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile. Si filtri tale segnale con un sistema di tipo passa basso con frequenza di taglio pari a 7 MHz. Si consideri il segnale di uscita e si dica se e come cambia la frequenza di campionamento utilizzabile. Si considerino inoltre il numero di campioni in uscita al filtro utili per avere, in seguito ad un'analisi frequenziale con TDF, una risoluzione in frequenza pari a 100 Hz.
Esercizio 8 Spiegare il significato e l'uso del cerchio delle correlazioni nell'analisi delle componenti principali, anche con l'utilizzo di grafici. Discutere il significato degli autovalori e come la loro analisi possa servirci nella realizzazione e interpretazione del cerchio delle correlazioni.

20/07/09 AA 08/09 test #1 Parte I

Esercizio 1. Dare una definizione di segnali biomedici spontanei riportando uno schema di principio di un'apparecchiatura per la loro misura. Fornire un esempio di segnale spontaneo riportando alcuni valori tipici e discutendone le applicazioni cliniche.

Esercizio 2. Date p variabili aleatorie, definire le matrici di covarianza e di correlazione. Dire quali valori assumono i termini sulla diagonale principale nel caso di variabili incorrelate. Fornire i passi per la stima di tali matrici partendo da un numero n di osservazioni per ciascuna variabile. Nel caso in cui le p variabili aleatorie siano estratte da un processo stazionario in senso lato, osservato ad istanti successivi distanti tra loro dt, dire quale può essere la forma di tali matrici nel caso in cui la funzione di autocorrelazione del processo abbia il seguente andamento.



Esercizio 3. Data un urna con 20 palline numerate da 1 a 20. Si calcolino le seguenti probabilità:

I. nell'estrazione di due palline senza reintroduzione, di ottenere una pallina pari ed una dispari

A.☐0.5263 B. ☐0.2632 C. ☐0.25 D.☐0.5

II. nell'estrazione di 5 palline senza reintroduzione di ottenere 3 palline pari e 2 dispari.

A.☐0.0348 B.☐0.3483 C.☐0.41796 D.☐0.0312

III. nell'estrazione di 5 palline con reintroduzione di estrarre palline numerate in ordine strettamente crescente.

A.☐0.48% B.☐0.83% C.☐0.58% D.☐ 0.0037%

IV. su 5 estrazioni con reintroduzione di estrarre 4 palline con numero maggiore di 17

A.☐0.13% B.☐0.39% C.☐0.037% D.☐ 0.22%

Esercizio 4. Sia dato un test diagnostico tale che il numero di falsi positivi, quando applicato ad una popolazione di 1000 soggetti dei quali 500 malati, sia pari a 5 mentre il numero di falsi negativi è pari a 9.
Si indichi la sensibilità del test (risultati approssimati alla 4^a cifra decimale)

A. ☐ 0.9899 B. ☐ 0.99 C. ☐ 0.9723 D. ☐ 0.9820

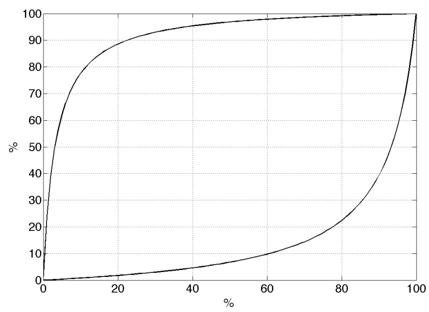
Si consideri un test diagnostico con sensibilità pari al 99.5% e specificità pari al 95% Supponendo che tale test sia applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione per la quale la probabilità di malattia sia pari allo 1% si calcoli la probabilità che il test dia un risultato positivo.

A. ☐ 0.1674 B. ☐ 1.45% C. ☐ 5.95% D. ☐ 0.9405

Dato un test diagnostico con sensibilità pari al 97% e specificità pari al 99% calcolare la probabilità di malattia di un soggetto risultato negativo al test; prima dell'esecuzione del test il soggetto in esame era considerato malato con una probabilità del 20 %.

A. ☐ 0.5051 B. ☐ 0.75% C. ☐ 0.26% D. ☐ 0.25%

Si riporti nel grafico in figura la modalità per determinare la probabilità di malattia di un soggetto, supposto malato con una probabilità prima del test pari a 0.6, che risulti negativo al test.



20/07/09 AA 08/09 test #1 Parte II

Esercizio 5. Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier. Dire se e in che modo la Trasformata Continua di Fourier può essere estesa a segnali periodici.

Rappresentare modulo e fase la trasformata continua di Fourier del segnale $s_1(t) = 3e^{j\left(\pi t+\frac{\pi}{3}\right)}$.

Si ripeta tale operazione per il segnale $s_2(t) = c_1 s_1(t)$ con $c_1 = 2 - j2$. Sommare a $s_2(t)$ componenti frequenziali in modo da ottenere un segnale reale. Ripetere tale operazione in modo da ottenere un segnale immaginario puro.

Si consideri il segnale $s_3(t) = 5 + 3e^{j\left(\pi t+\frac{\pi}{3}\right)}$. Rappresentarlo tramite lo sviluppo in serie di Fourier.

Esercizio 6. Sia dato un segnale con banda compresa tra 8 e 11 MHz. Si indichi la minima frequenza di campionamento utilizzabile

A. ☐ 6MHz B. ☐ 7.3333 MHz C. ☐ 22 MHz D. ☐ 11 MHz

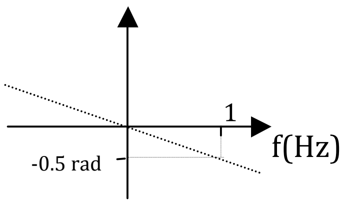
Si filtri il segnale con un filtro passa basso con frequenza di taglio pari a f_{LP}=10.5 MHz. Si determini la frequenza di campionamento minima utilizzabile per il segnale in uscita dal filtro

A. ☐ 1 MHz B. ☐ 21 MHz C. ☐ 5.25 MHz D. ☐ 5 MHz

Si consideri un segnale campionato alla frequenza di 10 kHz. Un segmento del segnale, di lunghezza T, è mandato in ingresso ad un sistema di tipo passa basso avente frequenza di taglio pari a f_{LP}=2 kHz e una risposta impulsiva h[n] lunga 15 campioni. Si indichi quanto deve valere T affinché un'analisi frequenziale, del segnale in uscita, permetta di ottenere una risoluzione pari a 10 Hz.

A. ☐ 0.0963s B. ☐ 0.0985s C. ☐ 0.0965s D. ☐ 0.0986s E. ☐ 0.1s

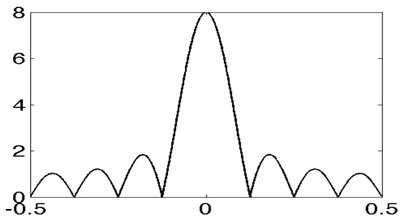
Esercizio 7 Sia data la seguente rappresentazione della fase della risposta in frequenza di un sistema LTI.



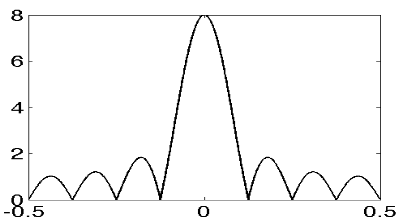
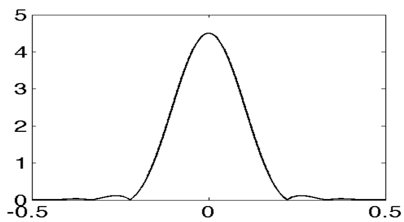
Si indichi il valore del ritardo introdotto dal sistema

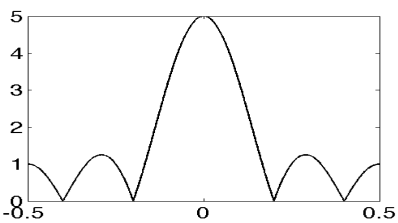
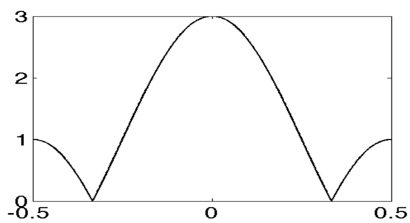
A. ☐ 0s B. ☐ 0.0796s C. ☐ 0.5s D. ☐ il ritardo varia al variare della frequenza

Dato il filtro passa basso con il modulo della risposta in frequenza nelle seguente figura

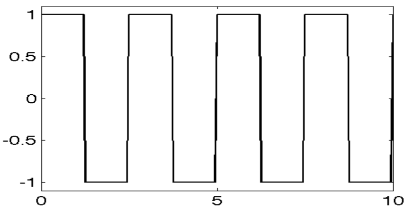


Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta la trasformata della risposta impulsiva del filtro alla quale è stata applicata una finestra di hamming

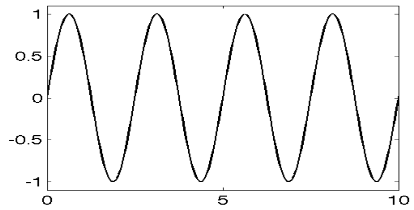
A. ☐  B. ☐ 

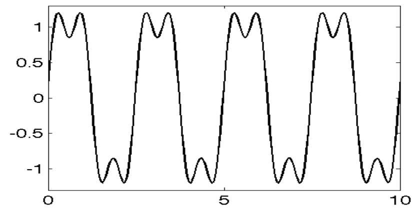
C. ☐  D. ☐ 

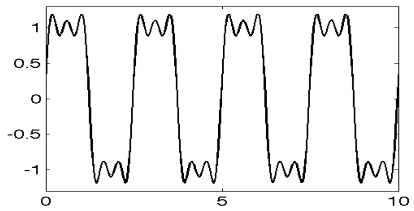
Dato il seguente segnale temporale

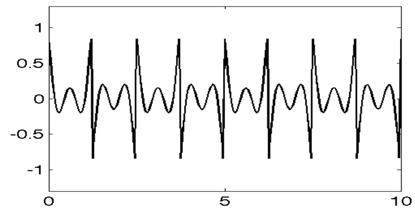


Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta l'uscita di un sistema passa basso con frequenza di taglio superiore alla prima armonica diversa da zero del segnale di partenza

A. ☐ 

B. ☐ 

C. ☐ 

D. ☐ 

Si consideri la progettazione di un filtro FIR col metodo delle finestre. Quale vantaggio comporta a parità di ordine del filtro, l'utilizzo della finestra rettangolare in confronto all'utilizzo di altre finestre?

A. ☐ permette una riduzione dei lobi laterali delle risposta in frequenza
B. ☐ aumenta la larghezza del lobo principale della risposta in frequenza
C. ☐ migliora il Ripple Ratio
D. ☐ migliora la selettività del filtro

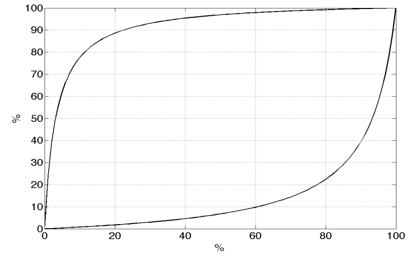
Esercizio 8 Spiegare il significato e l'uso del cerchio delle correlazioni nell'analisi delle componenti principali, anche con l'utilizzo di grafici. Discutere il significato degli autovalori e come la loro analisi possa servirci nella realizzazione e interpretazione del cerchio delle correlazioni.

14/09/09 Esercizio 1. Discutere anche con esempi il ruolo dell'elaborazione di segnali biomedici.

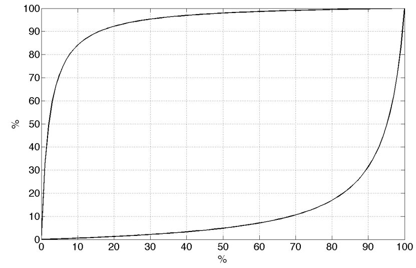
Esercizio 2. Si descrivano uso e caratteristiche dell'istogramma. Fare un esempio di uno o più criteri per la stima del numero di intervalli nei quali viene suddivisa la variabile aleatoria. Descrivere le operazioni per la stima tramite l'istogramma, delle densità di probabilità di una variabile aleatoria. Supponendo di avere 1000 numeri estratti da una distribuzione uniforme tra 0 e 10, discutere, anche tramite descrizioni grafiche e valutazioni quantitative, la forma attesa dell'istogramma stimato su tali dati. Come potrebbe cambiare l'istogramma se il numero di dati fosse pari a 15?

Esercizio 3. Descrivere uso e forma della distribuzione binomiale. In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.8. Si consideri un esperimento composto da 10 prove, dire qual è: a) il valore atteso di successi totali b) la deviazione standard del numero di successi ottenibili c) la probabilità di ottenere 8 successi d) la probabilità di avere più di 9 successi. Specificare inoltre in quali condizioni la distribuzione binomiale tende ad una gaussiana.

Esercizio 4. Descrivere il teorema di Bayes nell'applicazione al test diagnostico.
Punto a) Sia dato un test diagnostico tale che il numero di falsi positivi, quando applicato ad una popolazione di 2000 soggetti dei quali 1000 malati, sia pari a 8 mentre il numero di falsi negativi è pari a 5. Calcolarne sensibilità e specificità.
Punto b) Supponendo che tale test sia applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione per la quale la probabilità di malattia sia pari allo 7% si calcoli <u>la probabilità che il test dia un risultato positivo.</u>
Punto c) Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Un soggetto esegue i due test in cascata. In origine si pensa che sia malato con una probabilità pari a 0.2. Si indichi la probabilità di malattia del soggetto se al primo test risulta positivo e al secondo negativo. Indicare graficamente il processo per la stima di tale probabilità.



1)



2)

Esercizio 5. Il segnale s(t), periodico di periodo T_0, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$$S_n = \frac{e^{j\frac{\pi n}{2}}\cos(\pi n)}{n^2}, \text{per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

Motivando le risposte, dire se il segnale s(t) è reale o complesso (*a*), e se presenta o meno qualche simmetria (*b*)
c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3
d) Si consideri il segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1 e n=1 nel caso di T_0=1 s. Si dica se tale segnale è ad energia o potenza finita e se ne calcoli il valore.

Esercizio 6 Sia dato un segnale analogico con banda compresa tra 3 e 10 kHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile. Si filtri un segmento di tale segnale discretizzato, di lunghezza pari a T=100 ms, tramite un sistema di tipo passa alto con frequenza di taglio pari a 8 kHz. Il sistema è di tipo FIR caratterizzato da una risposta impulsiva h[n] con una lunghezza pari a 60 campioni. Si stimi la risoluzione frequenziale ottenibile dall'analisi con TDF del segmento di segnale in uscita.

Esercizio 7 Si considerino i sistemi caratterizzati dalle seguenti trasformazioni ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y_1(t) = t\sqrt{x(t-t_0)}$ e $y_2(t) = x(t-t_0) + 3x\left(t+t_0^2\right)$ con t_0 costante. Dimostrarne l'eventuale invarianza temporale e linearità. Ove possibile si stimi la risposta in frequenza del sistema.

Esercizio 8 Descrivere le distribuzioni delle variabili standardizzata Z e t di Student, sottolineando le differenze nel loro utilizzo nel test delle ipotesi. Descrivere se e in quali condizioni le due distribuzioni possono essere considerate coincidenti.

14/09/09 Test #1

Esercizio 1. Discutere anche con esempi il ruolo dell'elaborazione dei segnali biomedici.

Esercizio 2. Si descrivano uso e caratteristiche dell'istogramma. Fare un esempio di uno o più criteri per la stima del numero di intervalli nei quali viene suddivisa la variabile aleatoria. Descrivere le operazioni per la stima tramite l'istogramma, delle densità di probabilità di una variabile aleatoria. Supponendo di avere 1000 numeri estratti da una distribuzione uniforme tra 0 e 10, discutere, anche tramite descrizioni grafiche e valutazioni quantitative, la forma attesa dell'istogramma stimato su tali dati. Come potrebbe cambiare l'istogramma se il numero di dati fosse pari a 15?

Esercizio 3. Si consideri il significato e l'uso della distribuzione binomiale.

I. Scegliere tra le seguenti la frase che descrive meglio i valori forniti dalla suddetta distribuzione.

A. ☐ probabilità di avere k successi in n prove successive
B. ☐ probabilità di avere successo in n prove successive
C. ☐ probabilità che il k-esimo evento di n prove fornisca come risultato un successo
D. ☐ il numero di successi ottenuti in n prove

II. Indicati con n il numero di prove e q la probabilità di insuccesso. Indicare qual è il valore atteso della distribuzione

A. ☐ $\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{n}$ B. ☐ $n(1-q)$ C. ☐ $n/2$ D. ☐ $\frac{n(1-q)}{2}$

III. Se inoltre con p si indica la probabilità di successo, indicare qual è la deviazione standard dei valori assunti dalla distribuzione

A. ☐ npq B. ☐ $\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{p_i^2}{n-1}}$ C. ☐ $\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{\left(p_i - \sum_{i}^{n} p_i / n\right)^2}{n-1}}$ D. ☐ $\sqrt{npq}$

In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.7. Si consideri un esperimento composto da 10 prove. Si calcoli:

IV. la probabilità di ottenere 8 successi

A. ☐ 0.017% B. ☐ 1.27% C. ☐ 23.35% D. ☐ 0.14% E. ☐ 0.94%

V. la probabilità di ottenere più di 8 successi.

A. ☐ 38.28% B. ☐ 14.93% C. ☐ 12.11% D. ☐ 23.35% E. ☐ 0.143%

Esercizio 4. Sia dato un test diagnostico tale che il numero di falsi positivi, quando applicato ad una popolazione di 2000 soggetti dei quali 1000 malati, sia pari a 10 mentre il numero di falsi negativi è pari a 5.
Si indichi la sensibilità del test (risultati approssimati alla 4^a cifra decimale)

A. ☐ 0.99 B. ☐ 0.995 C. ☐ 0.9851 D. ☐ 0.9901

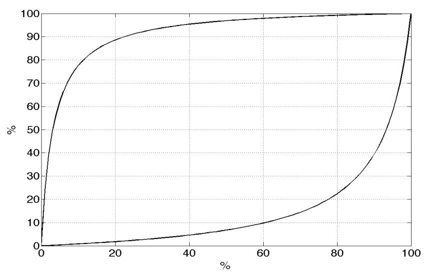
Si consideri un test diagnostico con sensibilità pari al 99% e specificità pari al 93% Supponendo che tale test sia applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione per la quale la probabilità di malattia sia pari allo 1% si calcoli la probabilità che il test dia un risultato positivo.

A. ☐ 1.92% B. ☐ 12.5% C. ☐ 7.92% D. ☐ 0.99

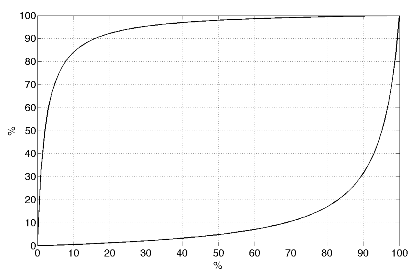
Dato un test diagnostico con sensibilità pari al 96% e specificità pari al 98% calcolare la probabilità di malattia di un soggetto risultato negativo al test; prima dell'esecuzione del test il soggetto in esame era considerato malato con una probabilità del 20 %.

A. ☐ 0.5102 B. ☐ 92.31% C. ☐ 85.96% D. ☐ 94.23%

Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Un soggetto esegue i due test in cascata. In origine si pensa che sia malato con una probabilità pari a 0.12. Si indichi la probabilità di malattia del soggetto se al primo test risulta positivo e al secondo negativo. Indicare graficamente il processo per la stima di tale probabilità.

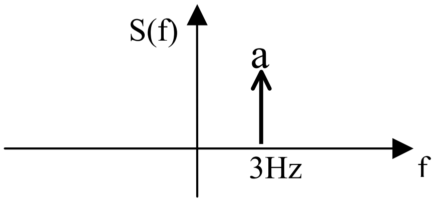


1)



2)

Esercizio 5. Si disegnino modulo e fase dello Sviluppo in Serie di Fourier dei seguneti segnali
$s_1(t) = 5\cos(20\pi t)$ e $s_1(t) = 3\sin(20\pi t)$
Discutere come sia possibile la rappresentazione di tali segnali in Frequenza utilizzando la Trasformata Continua di Fourier.
Si consideri lo spettro in frequenza dato dal grafico seguente.



Si calcoli l'andamento temporale del segnale s(t), antitrasformato di S(f), con $a = 3e^{-j\pi/4}$. Dato un segnale $s_3(t)$ la cui trasformata sia descritta da $S_1(f) = c\delta(f - f_A)$ determinare c e f_A affinché s(t)+ $s_3(t)$ sia reale

Esercizio 6. Sia dato un segnale con banda compresa tra 8.5 e 12 kHz. Si indichi la minima frequenza di campionamento utilizzabile

A. ☐ 8kHz B. ☐ 24 kHz C. ☐ 7 MHz D. ☐ 12 MHz

Si filtri il segnale con un filtro passa basso con frequenza di taglio pari a f_{HP}=9.8 kHz. Si determini la frequenza di campionamento minima utilizzabile per il segnale in uscita dal filtro

A. ☐ 24 kHz B. ☐ 4.4 kHz C. ☐ 19.6 kHz D. ☐ 4.8 kHz

Si consideri un segnale campionato alla frequenza di 10 kHz. Un segmento del segnale, di lunghezza T, è mandato in ingresso ad un sistema di tipo passa basso avente frequenza di taglio pari a f_{LP}=200 Hz e una risposta impulsiva h[n] lunga 10 campioni. Si indichi quanto deve valere T affinché un'analisi frequenziale, del segnale in uscita, permetta di ottenere una risoluzione pari a 1 Hz.

A. ☐ 0.975s B. ☐ 0.991s C. ☐ 0.99s D. ☐ 0.9975s E. ☐ 1s

Esercizio 7.

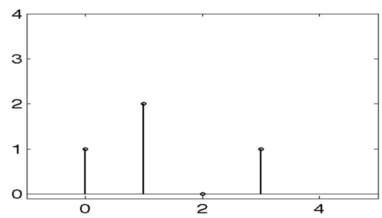
I. Quali tra le seguenti formule esprime correttamente il prodotto di convoluzione tra due sequenze x e y?

A.☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k]y[n-k]$ B. ☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k]y[k-n]$ C. ☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k]y[k]$ D. ☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[n]y[k-n]$

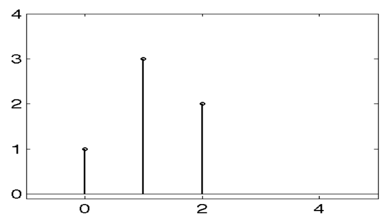
II. Date due sequenze x e y lunghe rispettivamente 7 e 13 campioni, si vuole calcolare la convoluzione lineare ramite la convoluzione circolare. Dire quale è il periodo della sequenza ottenuta dalla convoluzione circolare.

A.☐ 13 campioni B.☐ 20 campioni C.☐ 19 campioni D.☐ 7 campioni

Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



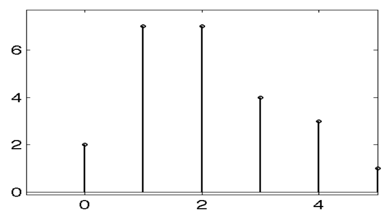
x[n]



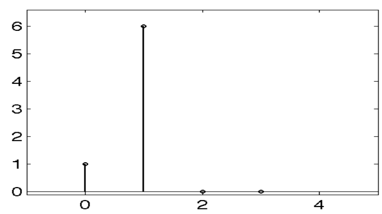
y[n]

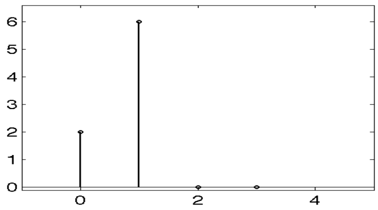
Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra x[n] e y[n]

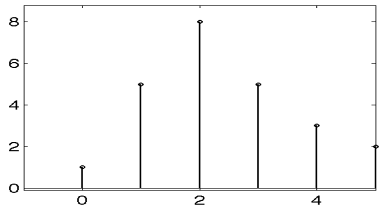
A.☐



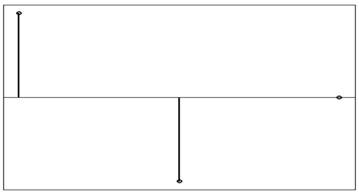
B.☐



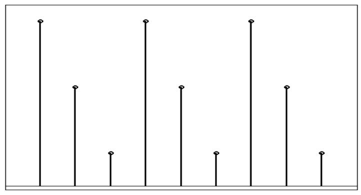
C. ☐ 

D. ☐ 

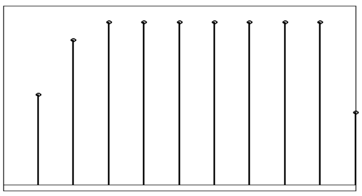
III. Dato il sistema, di tipo passa alto, caratterizzato dalla risposta impulsiva h[n], e la sequenza in ingresso x[n] si indichi quali tra e seguenti rappresenta l'uscita del sistema stesso



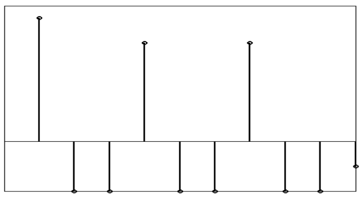
h[n]



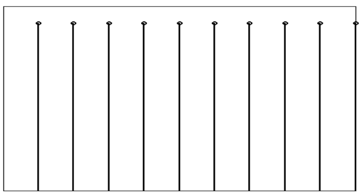
x[n]



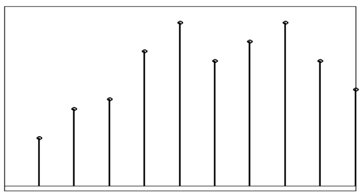
A. ☐



B. ☐



C. ☐

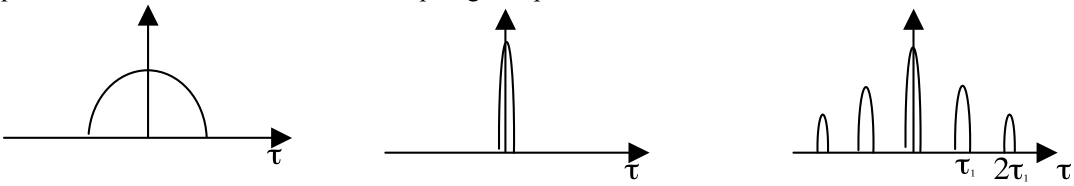


D. ☐

Esercizio 8 Descrivere le distribuzioni delle variabili standardizzata Z e t di Student, sottolineando le differenze nel loro utilizzo nel test delle ipotesi. Descrivere se e in quali condizioni le due distribuzioni possono essere considerate coincidenti.

20/11/09 Esercizio 1. Fornire una classificazione dei segnali biomedici spontanei basata sulla forma di energia e o fenomeno fisico attraverso i quali essi si manifestano. Discutere uso e importanza dei sensori o trasduttori nelle apparecchiature di acquisizione dei segnali biomedicali.

Esercizio 2. Discutere le proprietà di un processo stocastico stazionario. In figura vengono mostrati gli andamenti delle funzioni di autocorrelazione di diversi processi stazionari. Disegnare e discutere anche in maniera qualitativa gli andamenti delle funzioni campione dei processi corrispondenti. Si facciano degli esempi di misure biomediche che possano essere descritte dalle diverse tipologie di processo considerate.



Esercizio 3. Descrivere uso e forma della distribuzione binomiale. Dire in quali casi è possibile approssimare la binomiale con una guassiana. In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.3 e il numero di prove sia paria 12. Si tracci un grafico qualitativo dell'andamento della distribuzione. Dire quale è: a) il valore atteso di successi totali b) la deviazione standard del numero di successi ottenibili c) la probabilità di ottenere 3 successi d) la probabilità di avere più di 10 successi.

Esercizio 4. Descrivere il modello di regressione lineare e i criteri utilizzati per la stima dei parametri del modello. Discutere come può essere ricavato il grafico del valore atteso della variabile dipendente. Discutere la forma attesa dell'istogramma degli errori stimati e specificare se e come questo si modifichi al variare del coefficiente di correlazione tra variabile dipendente e indipendente. Specificare in formule il legame esistente tra la pendenza della retta di regressione e il coefficiente di correlazione tra variabile dipendente y e indipendente x. Disegnare sul piano (x,y) alcune distribuzioni di dati caratterizzate da questi valori del coefficiente di correlazione: a) ρ=-0.3 b) ρ=-0.5 c) ρ=1.

Esercizio 5. Il segnale s(t), periodico di periodo T_0, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

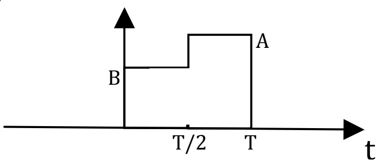
$S_n = \frac{|n|}{n^3} e^{j\frac{\pi n}{2}}$, per $n \neq 0$ e $S_0 = 0$

Motivando le risposte, dire se il segnale s(t) è reale o complesso (*a*), e se presenta o meno qualche simmetria (*b*)
c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3
d) Si consideri il segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1 e n=1 nel caso di T_0=1 s. Si dica se tale segnale è ad energia o potenza finita e se ne calcoli il valore.

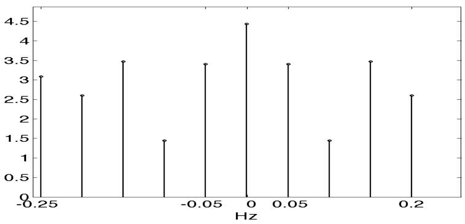
Esercizio 6. Dato il segnale $s(t) = rect\left(\frac{t}{T}\right)$ si disegni il grafico della trasformata di 1) $s(t - t_0)$ 2) $s(t)^2$ 3) $s(t) \otimes h(t)$

dove $\otimes$ è l'operatore di convoluzione e $h(t)$ possiede trasformata $H(f) = \begin{cases} 0 & per \quad |f| > \frac{1}{T} \\ 1 & per \quad |f| \le \frac{1}{T} \end{cases}$

Si descriva l'andamento temporale e si calcoli la trasformata continua di Fourier del segnale rappresento nella figura seguente



Esercizio 6. Sia dato il modulo dello spettro di Fourier, rappresentato in figura.



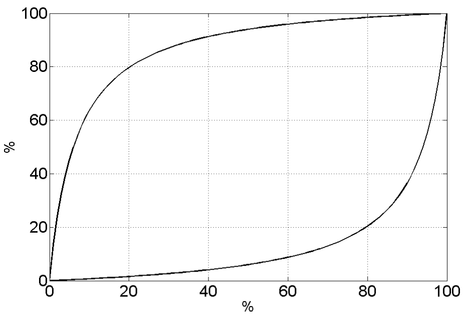
Si ipotizzi che tale risultato sia ottenuto applicando la TDF ad una sequenza discreta x[n] osservata per un tempo T e con intervallo temporale tra campioni dato da dt. Si indichi quale tra queste coppie di valori è compatibile con il risultato in figura 1, senza che venga operato uno zero padding:
a) T=40 s, dt= 4s b) T=0.2 s, dt=0.02 s c) T=400s s, dt=20s s d) T=20 s, dt=2 s e) T=2 s, dt=0.2 s
Si indichi quale è la risoluzione in frequenza ottenibile dalla TDF della sequenza y[n] ottenuta in uscita ad un sistema al cui ingresso viene posto la sequenza x[n]. Il sistema in oggetto possiede una risposta impulsiva finita, lunga 20 punti, ed ha una caratteristica di tipo passa basso con frequenza di taglio 0.1Hz. Si scriva inoltre il valore delle frequenze minima e massima visualizzabili.
Esercizio 8 Spiegare il significato e l'uso del cerchio delle correlazioni nell'analisi delle componenti principali, anche con l'utilizzo di grafici. Discutere caratteristiche e utilizzo del piano delle componenti principali.

08/01/10 **Esercizio 1.** Descrivere i parametri che determinano il contenuto informativo delle bioimmagini. Descrivere uno schema di principio per la loro misura. Fornire esempi di bioimmagini ottenute con metodiche differenti.

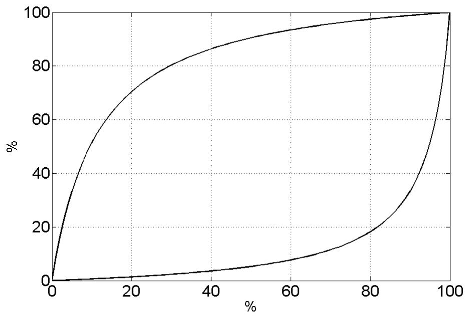
Esercizio 2. a) Si consideri un test diagnostico e si descrivano le procedure per determinarne sensibilità e specificità.

b) Dato un test con specificità pari a 0.99 e sensibilità pari a 0.975, dire quale è la probabilità che il test fornisca un risultato positivo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari allo 0.4%.

c) Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Si supponga di eseguire i due test in cascata su un soggetto, con probabilità a priori di malattia pari allo 80%. Si stimi dai grafici la probabilità a posteriori finale, con risultato negativo sul test 1 e positivo sul test 2.



test 1



test 2

Esercizio 3. Sette amici si incontrano ad una festa portando ognuno un regalo, in scatole di uguali dimensioni e colore. I regali vengono messi in una cesta e i sette amici scelgono a turno in maniera casuale un regalo dalla cesta.

a) Qual è la probabilità che ognuno scelga il regalo che ha portato? **b)** Qual è la probabilità che Mario e Pino, due dei sette amici, scelgano i regali che hanno portato?

Si supponga adesso di rimettere i regali nella cesta. A Pino viene chiesto di scegliere per 4 volte di fila un regalo e rimetterlo ogni volta nella cesta. Si stimi:

c) la probabilità che Pino estragga per tre volte il regalo che aveva portato.

d) la probabilità che Pino estragga meno di tre volte il regalo che aveva portato.

Esercizio 4. Si descrivano uso e caratteristiche dell'istogramma. Fare un esempio di un criterio per la stima del numero di classi nelle quali viene suddivisa la variabile aleatoria. Descrivere le operazioni per la stima tramite l'istogramma, delle densità di probabilità di una variabile aleatoria. Supponendo di avere 1000 numeri estratti da una distribuzione gaussiana con deviazione standard pari a 5 e valore medio pari a 3 fornire, anche tramite descrizioni grafiche e valutazioni quantitative, la forma attesa dell'istogramma stimato su tali dati.

Esercizio 5. Il segnale s(t), periodico di periodo T_0, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$$R_n = \frac{1+\cos(\pi n)}{n} \text{ e } I_n = \frac{\left(\sin\frac{\pi n}{2}\right)^2}{n^2} \text{ per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

Motivando le risposte date, dire se il segnale s(t) è reale e complesso (a) e se presenta qualche simmetria (b).

c) Tracciare i grafici modulo e fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3.

d) Disegnare l'andamento temporale del segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1 e n=1 nel caso di T_0=1 s. Se diverse da zero, disegnare su grafici separati la parte reale ed immaginaria di tale segnale

Esercizio 6 Sia dato un segnale con banda compresa tra 3 e 4.6 MHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile. Si filtri un segmento di segnale di lunghezza pari a T ms , tramite un sistema di tipo passa basso con frequenza di taglio pari a 4 MHz. Il sistema è di tipo FIR caratterizzato da una risposta impulsiva h[n] con una lunghezza pari a 300 campioni. Si indichi quanto deve valere T affinché un'analisi frequenziale ottenibile dall'analisi con TDF, del segmento di segnale in uscita, fornisca una risoluzione pari a df=1kHz.

Esercizio 7 Si considerino i sistemi caratterizzati dalle seguenti trasformazioni ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y_1(t) = t_0^2 x(t - t_0)$ e $y_2(t) = A|x(t)|$ con A e t_0 costanti. Dimostrarne l'eventuale invarianza temporale e linearità. Ove possibile si stimi la risposta in frequenza del sistema.

Esercizio 8 Discutere la distribuzione statistica della media campionaria nei casi di varianza nota e incognita. Spiegare in cosa consiste l'intervallo di confidenza e le operazioni necessarie per la sua stima nei due casi.

08/01/10AA0809 test#1

Esercizio 1. Descrivere i parametri che determinano il contenuto informativo delle bioimmagini. Descrivere uno schema di principio per la loro misura. Fornire esempi di bioimmagini ottenute con metodiche differenti.

Esercizio 2. Si descrivano uso e caratteristiche dell'istogramma. Fare un esempio di un criterio per la stima del numero di classi nelle quali viene suddivisa la variabile aleatoria. Descrivere le operazioni per la stima tramite l'istogramma, delle densità di probabilità di una variabile aleatoria. Supponendo di avere 1000 numeri estratti da una distribuzione gaussiana con deviazione standard pari a 5 e valore medio pari a 3 fornire, anche tramite descrizioni grafiche e valutazioni quantitative, la forma attesa dell'istogramma stimato su tali dati.

Esercizio 3. Cinque amici si incontrano ad una festa portando ognuno un regalo, in scatole di uguali dimensioni e colore. I regali vengono messi in una cesta e i cinque amici scelgono a turno in maniera casuale un regalo dalla cesta.

Quale è la probabilità che ognuno scelga il regalo che ha portato?

A.☐ $\frac{1}{D_{5,5}}$ B.☐ $\frac{1}{C_{5,5}}$ C.☐ $\frac{D_{5,5}}{C_{5,5}}$ D.☐ $\frac{5!}{(5-1)!}$

Quale è la probabilità che Mario e Pino, due dei cinque amici, scelgano i regali che hanno portato?

A. ☐ 0.4 B. ☐0.05 C. ☐ 1/5! D. ☐ 1/25

Si supponga adesso di rimettere i regali nella cesta. A Pino viene chiesto di scegliere per 4 volte di fila un regalo e rimetterlo ogni volta nella cesta. Si stimi:

la probabilità che Pino estragga per tre volte il regalo che aveva portato.

A. ☐ 15.36% B. ☐40.96% C. ☐0.64% D. ☐2.56% E. ☐ 1.64%

la probabilità che Pino estragga meno di tre volte il regalo che aveva portato.

A.☐18.08% B. ☐56.32% C. ☐97.28% D. ☐40.96%

Esercizio 4. Quali tra le seguenti formule corripsonde alla sensibilità di un test diagnostico (VP veri positivi, FP falsi positivi, VN veri negativi, FN falsi negativi, m malati, s sani)

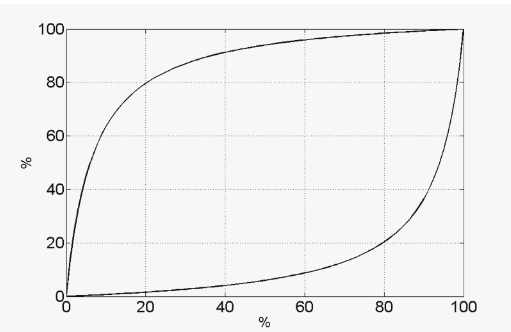
A. ☐ VP/s B. ☐ VN/(VN+FP) C. ☐ VP/(VP+FN) D. ☐ VP/(m+FN)

Dato un test con specificità pari a 0.99 e sensibilità pari a 0.975, dire quale è la probabilità che il test fornisca un risultato positivo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari allo 0.5%.

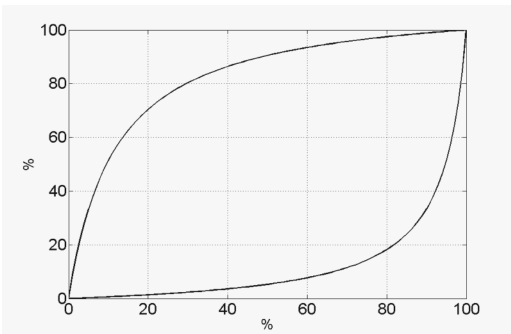
A. ☐ 98.52% B. ☐ 32.88% C. ☐ 2.98% D. ☐ 1.48%

Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Si supponga di eseguire i due test in cascata su un soggetto, con probabilità a priori di malattia pari allo 80%. Si stimi dai grafici la probabilità a posteriori finale, con risultato negativo sul test 1 e positivo sul test 2.

test1



test2



Esercizio 5. Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier.

Rappresentare modulo e fase la trasformata continua di Fourier del segnale $s_1(t) = 5e^{j\left(\pi \frac{t}{3} + \frac{\pi}{2}\right)}$.

Si ripeta tale operazione per il segnale $s_2(t) = c_1 s_1(t) + 5$ con $c_1 = j$.

Sommare a $s_1(t)$ componenti frequenziali in modo da ottenere un segnale reale.

Si determini l'andamento temporale del segnale $s(t)$ la cui trasformata vale $S(f) = A\delta(f - f_1) + A\delta(f + f_2)$ nei due casi $f_1 = f_2$ e $f_1 \neq f_2$.

Esercizio 6 Sia data una sequenza di N campioni, con N dispari, ottenuta campionando un segnale analogico con passo di campionamento T. Quanto vale la frequenza positiva massima visualizzabile?

A. ☐ $\frac{1}{2T}$ B. ☐ $\frac{N-1}{2N}$ C. ☐ $\left(1 - \frac{1}{N}\right)\frac{1}{2T}$ D. ☐ $\frac{2}{T}$

Sia dato un segnale analogico con banda compresa tra 3.1 e 4.3 MHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

A. ☐ 4.3MHz B. ☐ 2.8667MHz C. ☐ 2.4 MHz D. ☐ 8.6MHz

Si consideri un altro segnale s2 campionato alla frequenza di 1 MHz. Si filtri un segmento di tale segnale di lunghezza pari a T ms , tramite un sistema di tipo passa basso con frequenza di taglio pari a 0.4 MHz. Il sistema è di tipo FIR caratterizzato da una risposta impulsiva h[n] con una lunghezza pari a 300 campioni. Si indichi quanto deve valere T affinché un'analisi frequenziale ottenibile dall'analisi con TDF, del segmento di segnale in uscita, fornisca una risoluzione pari a df=2kHz.

A. ☐ 0.201ms B. ☐ 0.2ms C. ☐ 0.1263ms D. ☐ 0.125ms E. ☐ 0.5ms

Esercizio 7 Dato il filtro passa basso h[n], con modulo della risposta in frequenza H[k] in figura 1 e il segnale x[n] il cui modulo della trasformata è mostrato in fig 2

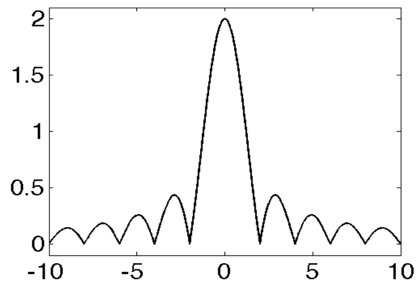


fig1

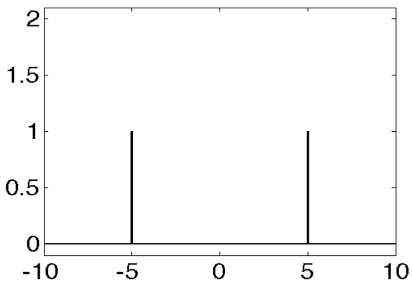
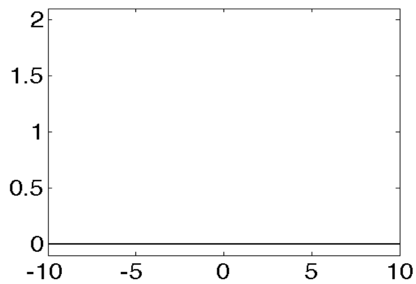
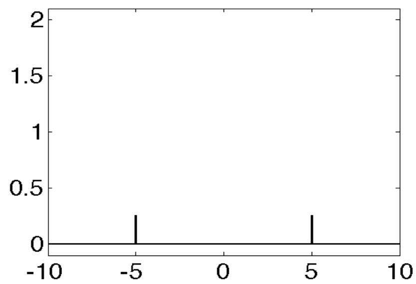


fig2

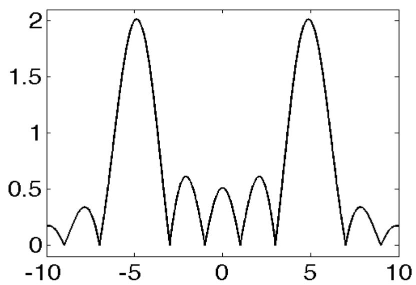
Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta il modulo della trasformata del segnale ottenuto in uscita dal filtro quando in ingresso è presente x[n]



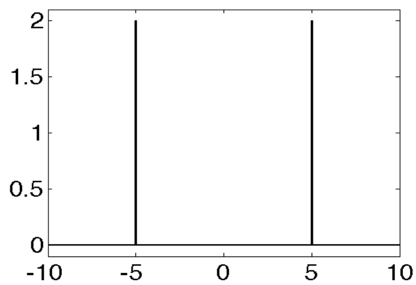
A. ☐



B. ☐

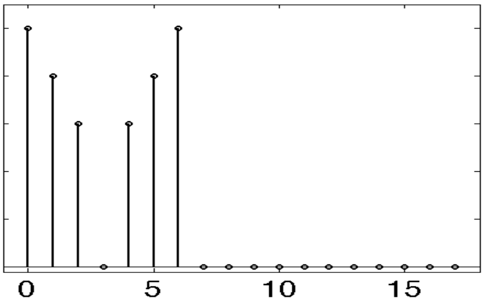


C. ☐

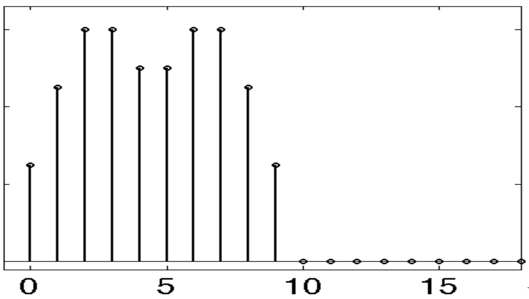


D. ☐

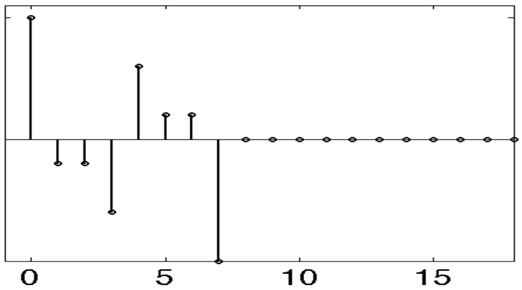
Dato un sistema, di tipo passa alto e la sequenza in ingresso x[n] si indichi quali tra i grafici A, B, C, D potrebbe rappresentare l'uscita del sistema stesso.



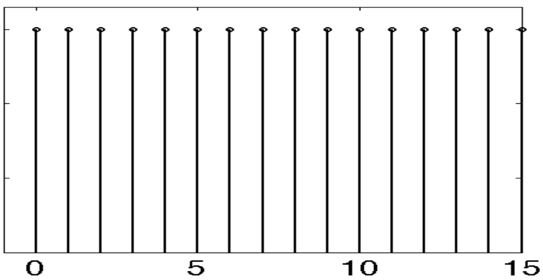
x[n]



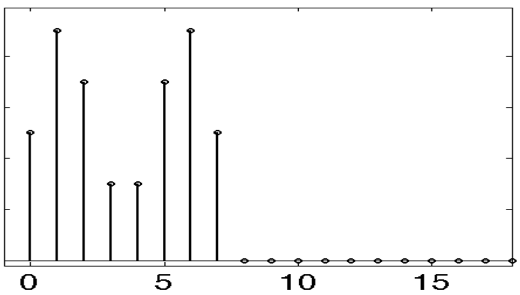
A. ☐



B. ☐



C. ☐



D. ☐

Si consideri la progettazione di un filtro FIR col metodo delle finestre. Quale vantaggio comporta a parità di ordine del filtro, l'utilizzo della finestra di Hanning in confronto all'utilizzo della finestra rettangolare?

A. ☐ permette una aumento dei lobi laterali delle risposta in frequenza
B. ☐ diminuisce la larghezza del lobo principale della risposta in frequenza
C. ☐ migliora la selettività del filtro
D. ☐ migliora il Ripple Ratio

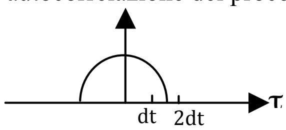
In che modo una finestra w[n] di Hanning viene applicata ad un filtro FIR se si utilizza il metodo delle finestre.

A. ☐ tramite la convoluzione nel tempo tra w[n] e la risposta impulsiva del filtro
B. ☐ tramite la moltiplicazione in frequenza tra la trasformata del filtro e la trasformata di w[n]
C. ☐ tramite la moltiplicazione nel tempo tra w[n] e la risposta impulsiva del filtro
D. ☐ tramite la sostituzione dei primi e ultimi campioni della risposta del filtro con gli elementi corrispondenti di w[n]

Esercizio 8 Discutere la distribuzione statistica della media campionaria nei casi di varianza nota e incognita. Spiegare in cosa consiste l'intervallo di confidenza e le operazioni necessarie per la sua stima nei due casi.

26/01/10 Esercizio 1. Descrivere come di formano le bioimmagini, sottolineando il tipo di energia impiegata. Fornire esempi di immagini biomediche che sfruttano forame di energia non ionizzanti.

Esercizio 2. Date p variabili aleatorie, definire le matrici di covarianza e di correlazione. Dire quali valori assumono i termini sulla diagonale principale nel caso di variabili incorrelate. Fornire i passi per la stima di tali matrici partendo da un numero n di osservazioni per ciascuna variabile. Nel caso in cui le p variabili aleatorie siano estratte da un processo stazionario in senso lato, osservato ad istanti successivi distanti tra loro dt, dire quale può essere la forma di tali matrici nel caso in cui la funzione di autocorrelazione del processo abbia il seguente andamento.



Esercizio 3. Descrivere il modello di regressione lineare e i criteri utilizzati per la stima dei parametri del modello. Discutere la forma attesa dell'istogramma degli errori stimati e specificare se e come questo si modifichi al variare del coefficiente di correlazione tra variabile dipendente e indipendente. Specificare in formule il legame esistente tra la pendenza della retta di regressione e il coefficiente di correlazione tra variabile dipendente *y* e indipendente *x*. Disegnare sul piano (*x*,*y*) alcune distribuzioni di dati caratterizzate da questi valori del coefficiente di correlazione: a) ρ=0 b) ρ=-0.5 c) ρ=-1.

Esercizio 4. Descrivere forma ed uso della distribuzione binomiale. Sottolineare le condizioni necessarie per un suo uso corretto nella descrizione di un modello sperimentale. Fornire le relazioni che legano il valore atteso e la deviazione standard della variabile aleatoria descritta da una distribuzione binomiale, ai parametri caratteristici della binomiale stessa.

Si consideri un processo industriale per la realizzazione di dispositivi elettronici; tale processo presenta una percentuale di dispositivi difettosi pari al 15%. Si calcoli: a) la probabilità di ottenere 4 dispositivi difettosi su 15 realizzati, b) la probabilità di ottenere meno di 3 componenti difettosi.

Esercizio 5. Il segnale s(t), periodico di periodo T_0, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$S_n = \frac{\sin(\pi n)}{n^3} + \frac{e^{j\frac{\pi n}{4}}}{n^2}$, per $n \neq 0$ e $S_0 = 0$

Motivando le risposte, dire se il segnale s(t) è reale o complesso (*a*), e se presenta o meno qualche simmetria (*b*)

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3

d) Si consideri il segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1 e n=1 nel caso di T_0=1 s. Si dica se tale segnale è ad energia o potenza finita e se ne calcoli il valore.

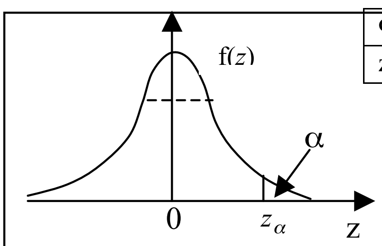
Esercizio 6. Si disegnino i grafici modulo e fase delle trasformate dei seguenti segnali

a) $s_1(t) = A\sin(16\pi t)$ b) $s_2(t) = A\sin\left(16\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ c) $s_3(t) = s_1(t)rect\left(\frac{t}{2}\right)$ d) $s_4(t) = s_1(t)rect\left(\frac{t}{4}\right)$

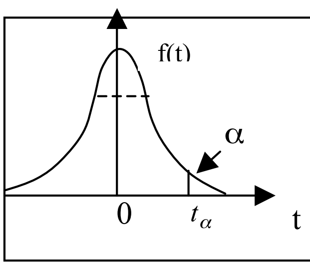
Esercizio 7 Dati due segnali di lunghezza pari rispettivamente a 0.4 e 0.3 secondi, campionati alla frequenza di 10 Hz, si discutano le operazioni necessarie, fornendo anche valori quantitativi, per calcolarne la convoluzione linerare e quella circolare utilizzando l'algoritmo fft. Calcolare la risoluzione frequenziale ottenibile dall'analisi in frequenza della sequenza risultante dalla convoluzione suddetta. Descrivere in seguito le operazioni necessarie per ottenere una risoluzione pari a 1 Hz.

Esercizio 8 In un esperimento funzionale tramite risonanza magnetica la corteccia visiva utilizzando un particolare disegno sperimentale è stata trovata pari allo 1.5%. Su un gruppo di 7 soggetti è stato ripetuto lo stesso esperimento ma dopo che gli stessi avevano assunto caffeina. Nella stessa regione le variazioni percentuali trovate sono state rispettivamente pari allo 1.24, 2.03, 1.7, 1.47, 1.98, 1.78, 1.85%. Sapendo che è stato dimostrato che la caffeina induce un aumento della percentuale di attivazione nella corteccia visiva, è possibile dire che l'effetto ritrovato anche in questi soggetti è significativo (α =0.05) la eventuale differenza potrebbe essere dovuta ad una variazione legata al campione?

N.B Per calcolare i valori critici si utilizzino le tabelle seguenti.



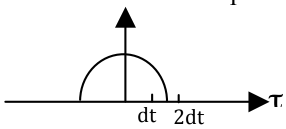
α	0.05	0.025
z_α	1.6449	1.96



α	0.05	0.025
t_α	1.9432	2.4469

26/01/10 AA0809 test#1 Esercizio 1. Descrivere come di formano le bioimmagini, sottolineando il tipo di energia impiegata. Fornire esempi di immagini biomediche che sfruttano forame di energia non ionizzanti.

Esercizio 2. Date p variabili aleatorie, definire le matrici di covarianza e di correlazione. Dire quali valori assumono i termini sulla diagonale principale nel caso di variabili incorrelate. Fornire i passi per la stima di tali matrici partendo da un numero n di osservazioni per ciascuna variabile. Nel caso in cui le p variabili aleatorie siano estratte da un processo stazionario in senso lato, osservato ad istanti successivi distanti tra loro dt, dire quale può essere la forma di tali matrici nel caso in cui la funzione di autocorrelazione del processo abbia il seguente andamento.



Esercizio 3. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente y ad una indipendente x.

I. Il modello di regression assume che la retta di regressione in ogni punto sia pari a

A.☐ $E(y \mid x)$ B. ☐ $E(y)$ C. ☐ $E(x \mid y)$ D. ☐ $E\left(\frac{y}{x}\right)$

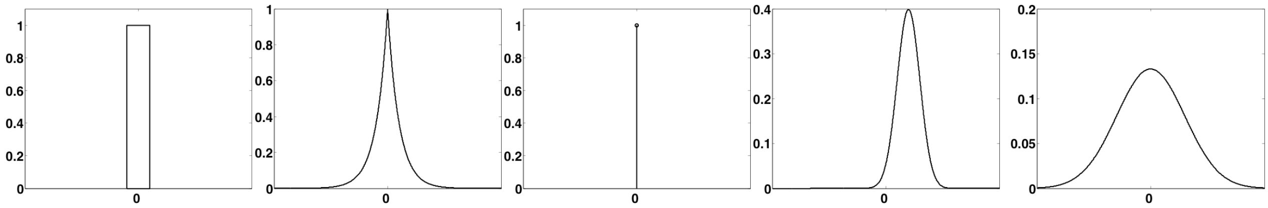
II. Considerando e_i l'errore delle misura i-esima rispetto al modello, i parametri della regressione sono tali da minimizzare

A.☐ $\sum_i e_i$ B. ☐ $\sum_i e_i^2$ C. ☐ $\sum_i |e_i|$ D. ☐ $\left(\sum_i |e_i|\right)^2$

III. Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive correttamente il legame tra il coefficiente angolare della retta, *b*, e il coefficiente di correlazione ρ tra la variabile dipendente e quella indipendente. Con σ_x e σ_y si indicano le deviazioni standard delle variabili indipendente e dipendente rispettivamente.

A.☐ $b = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ B. ☐ $b = \frac{\rho}{\sigma_x^2}$ C. ☐ $b = \rho$ D. ☐ $b = \rho\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ E. ☐ $b = \rho\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

IV. Supponendo la relazione tra la variabile dipendente e indipendente segua correttamente un modello di regressione lineare si individui quale tra i seguenti andamenti qualitativi dell'errore è più corretto.



A. ☐ B. ☐ C. ☐ D. ☐ E. ☐

Esercizio 4. Si consideri il significato e l'uso della distribuzione binomiale.

I. Scegliere tra le seguenti la frase che descrive meglio i valori forniti dalla suddetta distribuzione.

A. ☐ probabilità che il k-esimo evento di n prove fornisca come risultato un successo
B. ☐ il numero di successi ottenuti in n prove
C. ☐ probabilità di avere k successi in n prove successive
D. ☐ probabilità di avere successo in n prove successive

II. Dato un vettore che contiene h numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale, che significato il valore i-esimo del vettore?

A. ☐ è la probabilità di avere i successi
B. ☐ il numero di successi ottenuti nell'esperimento i-esimo
C. ☐ indica in quale prova si è avuto successo
D. ☐ indica la probabilità di avere successo alla i-esima prova

III. Indicati con n il numero di prove e q la probabilità di insuccesso. Indicare qual è il valore atteso della distribuzione

A. ☐ $\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{n}$ B. ☐ $n/2$ C. ☐ $n(1-q)$ D. ☐ $\frac{n(1-q)}{2}$

In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.3. Si consideri un esperimento composto da 10 prove. Si calcoli:

IV. la probabilità di ottenere 8 successi

A. ☐0.17% B. ☐ 0.14% C. ☐ 0.583 D. ☐ 0.17% E.☐0.23%

V. la probabilità di ottenere tra 2 e 3 successi.

A. ☐ 50.03% B. ☐ 3.334% C. ☐ 26.68% D. ☐ 1.04%

Esercizio 5. Il segnale s(t), periodico di periodo T_0=1 s, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$S_n = \frac{1}{2}\frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\frac{\pi n}{2}}$, per $n \neq 0$ e $S_0 = \frac{1}{2}$

Descrivere il significato dei termini al variare di n e come questi vengano utilizzati per comporre il segnale s(t). Specificare quali sono le condizioni che devono essere verificate affinché il segnale sia reale (è possibile descrivere tale condizioni anche tramite l'utilizzo di grafici dei fasori nel piano di Gauss).

Disegnare in un grafico in funzione del tempo la componente relativa alla seconda armonica diversa da zero e il contributo della fondamentale.

Esercizio 6. Sia dato un segnale con banda compresa tra 950 e 1200 kHz. Si indichi la minima frequenza di campionamento utilizzabile

A. ☐ 0.6MHz B. ☐ 1.2 MHz C. ☐ 500 kHz D. ☐ 2400 kHz

Dato un segnale s(t) di tipo passa basso con frequenza massima pari a 1 MHz, si consideri il segnale $s_1(t) = s(t)\cos(2\pi f_0 t)$, con $f_0 = 12\text{MHz}$. Quale è la banda occupata dal segnale $s_1(t)$?

A. ☐ [0:24] MHz B. ☐ [0:11] MHz C. ☐ [0:1] MHz + 12 MHz D. ☐ [11:13] MHz

Si consideri un segnale campionato alla frequenza di 20 kHz. Un segmento del segnale, di lunghezza T, è mandato in ingresso ad un sistema di tipo passa basso avente frequenza di taglio pari a f_{LP}=4 kHz e una risposta impulsiva h[n] lunga 200 campioni. Si indichi quanto deve valere T affinché un'analisi frequenziale, del segnale in uscita, permetta di ottenere una risoluzione pari a 19 Hz.

A. ☐ 0.0426s B. ☐ 0.0526s C. ☐ 0.0427s D. ☐ 0.0278s E. ☐ 0.276s

Esercizio 7

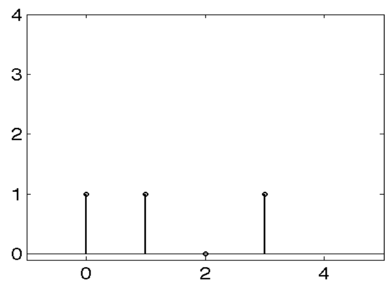
I. Quali tra le seguenti formule esprime correttamente il prodotto di convoluzione tra due sequenze x e y?

A. ☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k]y[n-k]$ B. ☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k]y[k-n]$ C. ☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k]y[k]$ D. ☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[n]y[k-n]$

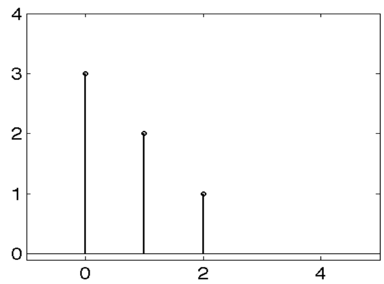
II. Nel caso di due sequenze x e y lunghe rispettivamente 3 e 5 campioni, dire quale è il numero minimo di zeri che bisogna aggiungere alle due affinché la convoluzione circolare dia lo stesso risultato della convoluzione lineare.

A. ☐ 2 a x, 0 a y B. ☐ 5 a x, 3 a y C. ☐ 4 a x, 2 a y D. ☐ 7 a x, 7 a y

Si considerino le sequenze nelle seguenti figure

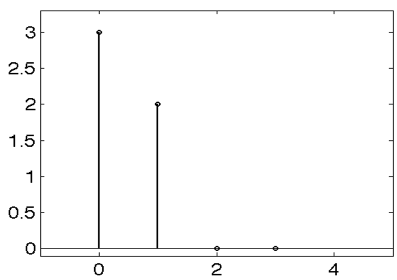


x[n]

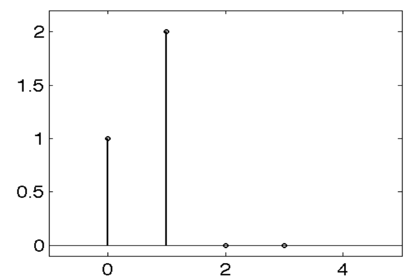


y[n]

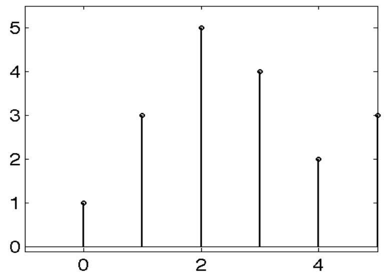
III. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra x[n] e y[n]



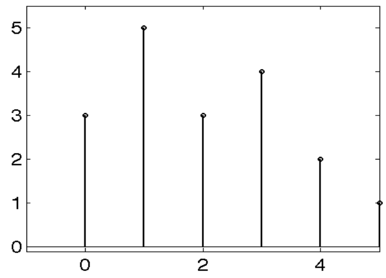
A. ☐



B. ☐



C. ☐

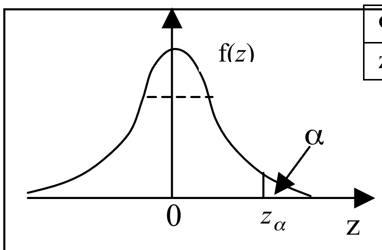


D. ☐

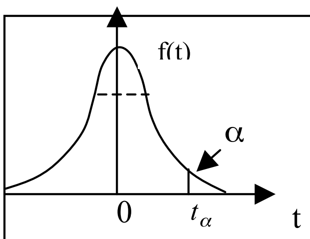
IV. Dato un sistema LTI come può essere stimata l'uscita di tale sistema ad un ingresso generico x?

A. ☐ convoluzione in frequenza tra la trasformata della risposta impulsiva del sistema e la trasformata di x
B. ☐ prodotto in frequenza tra la trasformata della risposta impulsiva del sistema e la trasformata di x
C. ☐ prodotto nel tempo tra la risposta impulsiva del sistema e x
D. ☐ prodotto tra la risposta in frequenza del sistema e x

Esercizio 8 In un esperimento funzionale tramite risonanza magnetica la corteccia visiva utilizzando un particolare disegno sperimentale è stata trovata pari allo 1.5%. Su un gruppo di 7 soggetti è stato ripetuto lo stesso esperimento ma dopo che gli stessi avevano assunto caffeina. Nella stessa regione le variazioni percentuali trovate sono state rispettivamente pari allo 1.24, 2.03, 1.7, 1.47, 1.98, 1.78, 1.85%. Sapendo che è stato dimostrato che la caffeina induce un aumento della percentuale di attivazione nella corteccia visiva, è possibile dire che l'effetto ritrovato anche in questi soggetti è significativo (α =0.05) o la eventuale differenza potrebbe essere dovuta ad una variazione legata al campione?
N.B Per calcolare i valori critici si utilizzino le tabelle seguenti.



α	0.05	0.025
z_α	1.6449	1.96



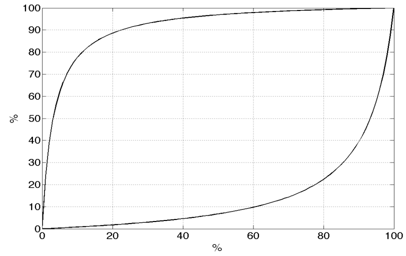
α	0.05	0.025
t_α	1.9432	2.4469

15/02/10 Esercizio 1. Descrivere le differenze tra dato, segnale temporale e immagine. Descrivere quali sono in grado di descrivere fenomeni dinamici, fornendo esempi.

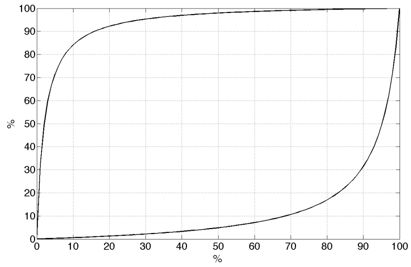
Esercizio 2. Dare la definizione di processo stocastico e discuterne le proprietà nel caso sia stazionario. Discutere alcuni andamenti tipici della funzione di autocorrelazione nel caso di processo stazionario in senso lato, indicando nei vari casi andamenti tipici delle funzioni campione.

Esercizio 3. Descrivere il teorema di Bayes nell'applicazione al test diagnostico. Descrivere la procedura per determinare sensibilità e specificità avendo a disposizione un test di riferimento (non si conoscono a priori parametri quali Falsi positivi, Falsi negativi etc).
Punto b) Supponendo che un test abbia sensibilità pari a 0.99 e specificità pari a 0.98 e venga applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione per la quale la probabilità di malattia sia pari allo 4% si calcoli <u>la probabilità che il test dia un risultato positivo.</u>

Punto c) Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Un soggetto esegue i due test in cascata. In origine si pensa che sia malato con una probabilità pari a 0.6. Si indichi la probabilità di malattia del soggetto se al primo test risulta negativo e al secondo positivo. Indicare graficamente il processo per la stima di tale probabilità.



1)



2)

Esercizio 4. Si descrivano uso e caratteristiche dell'istogramma. Fare un esempio di un criterio per la stima del numero di classi nelle quali viene suddivisa la variabile aleatoria. Descrivere le operazioni per la stima tramite l'istogramma, delle densità di probabilità di una variabile aleatoria. Supponendo di avere 2000 numeri estratti da una distribuzione binomiale con numero di prove pari a 10 e probabilità di successi pari a 0.2 fornire, anche tramite descrizioni grafiche e valutazioni quantitative, la forma attesa dell'istogramma stimato su tali dati.

Esercizio 5. Il segnale s(t), periodico di periodo T_0=1 s, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$$S_n = \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2} + j\frac{\cos(\pi n)}{n^3}, \quad \text{per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

Motivando le risposte, dire se il segnale s(t) è reale o complesso (*a*), e se presenta o meno qualche simmetria (*b*)
c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3
d) Si consideri il segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1 e n=1 nel caso di T_0=2 s. Si dica se tale segnale è ad energia o potenza finita e se ne calcoli il valore

Esercizio 6. . Dato il segnale $s(t) = rect\left(\frac{t}{T}\right)$, calcolare le seguenti trasformate dei seguenti segnali

1) $s(t - t_0)$ 2) $s(t)\cos\left(\frac{12\pi}{T}\right)$ 3) $s(t) \otimes h(t)$ dove $\otimes$ è l'operatore di convoluzione e $h(t)$ possiede trasformata

$$H(f) = \begin{cases} 1 & per \quad \frac{1}{T} < |f| < \frac{2}{T} \\ 0 & altrove \end{cases}$$

Si esegua nei diversi casi il grafico del modulo delle trasformate.

Esercizio 7 Si considerino il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y_1(t) = t_0 x(t - t_0) + x\left(t + t_0^2\right)$ con t_0 costante. Dimostrarne l'eventuale invarianza temporale e linearità. Se possibile si stimi la risposta in frequenza del sistema.

Esercizio 8 Spiegare il significato e l'uso del cerchio delle correlazioni nell'analisi delle componenti principali, anche con l'utilizzo di grafici. Discutere caratteristiche e utilizzo del piano delle componenti principali.

15/02/10 AA0809 test #1 Esercizio 1. Descrivere le differenze tra dato, segnale temporale e immagine. Descrivere quali sono in grado di descrivere fenomeni dinamici, fornendo esempi.

Esercizio 2. Dare la definizione di processo stocastico e discuterne le proprietà nel caso sia stazionario. Discutere alcuni andamenti tipici della funzione di autocorrelazione nel caso di processo stazionario in senso lato, indicando nei vari casi andamenti tipici delle funzioni campione.

Esercizio 3. Si consideri il significato e l'uso della distribuzione binomiale e la sua applicabilità alla descrizione statistica di un esperimento costituito da più prove.

I. Scegliere tra le seguenti la proprietà che deve essere verificata affinchè ciò sia possibile
A. ☐ ogni singola prova può avere un numero arbitrario di esiti
B. ☐ le prove devono essere dipendenti
C. ☐ gli eventi nelle diverse prove devono avere la stessa probabilità
D. ☐ gli eventi sono definiti su variabili che possono assumere solo valori discreti

II. Dato un vettore che contiene h numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale caratterizzata da numero prove pari a 12, e probabilità di successo pari a 0.1, che valori può assumere il valore i-esimo del vettore?

A. ☐ i valori compresi tra 0 e 12
B. ☐ valori compresi tra 0 e 1
C. ☐ 1 in caso di successo, 0 altrimenti
D. ☐ numero di volte che su h numeri si è ottenuto il valore i

III. In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.2. Si consideri un esperimento composto da 12 prove. Si calcoli:

IV. la probabilità di ottenere 8 successi
A. ☐2.0275*10^-6 B. ☐ 0.13% C. ☐ 2.1260*10^-4 D. ☐ 5.1905*10^-4

V. la probabilità di ottenere tra 1 e 3 successi.
A. ☐ 28.35% B. ☐ 3.01% C. ☐ 51.97% D. ☐ 72.58%

Esercizio 4. Quali tra le seguenti formule corripsonde alla sensibilità di un test diagnostico (VP veri positivi, FP falsi positivi, VN veri negativi, FN falsi negativi, m malati, s sani)

A. ☐ VP/s B. ☐ VN/(VN+FP) C. ☐ VP/(VP+FN) D. ☐ VP/(m+FN)

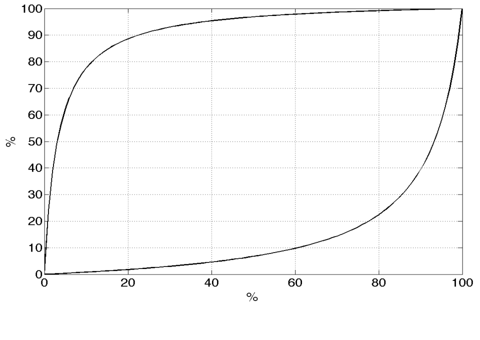
Dato un test con specificità pari a 0.98 e sensibilità pari a 0.95, dire quale è la probabilità che il test fornisca un risultato positivo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari allo 3%.

A. ☐ 92.21% B. ☐ 37.74% C. ☐ 4.79% D. ☐ 7.79%

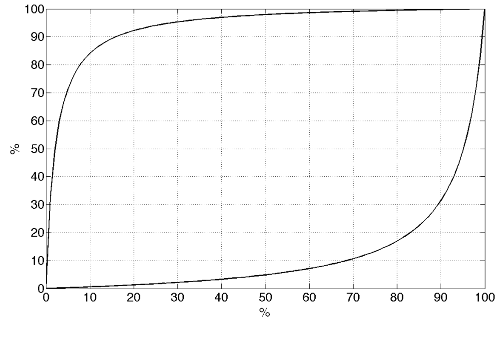
Dato un test diagnostico con sensibilità pari al 96% e specificità pari al 99.5% calcolare la probabilità di malattia di un soggetto risultato negativo al test; prima dell'esecuzione del test il soggetto in esame era considerato malato con una probabilità del 35 %.

A. ☐ 21.02% B. ☐ 99.04% C. ☐ 50.08% D. ☐ 93.05%

Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Si supponga di eseguire i due test in cascata su un soggetto, con probabilità a priori di malattia pari allo 20%. Si stimi dai grafici la probabilità a posteriori finale, con risultato positivo sul test 1 e negativo sul test 2.



1)



2)

Esercizio 5. Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier.
Specificare il significato delle alte e delle basse frequenze individuando sull'asse frequenziale la loro posizione.

Rappresentare modulo e fase la trasformata continua di Fourier del segnale $s_1(t) = 6 + ae^{j\left(14\pi t + \frac{\pi}{4}\right)}$ con $a = 1 - j$. Sommare a $s_1(t)$ componenti frequenziali in modo da ottenere un segnale reale. Ripetere tale operazione in modo da ottenere un segnale immaginario puro.

Esercizio 6. Il campionamento passa banda prevede che la frequenza di campionamento di un segnale con frequenza minima pari a f_min e massima pari a f_max avvenga alla frequenza

A. □ $f_c = \dfrac{2f_{\max}}{m}$ con $m = \left\lfloor \dfrac{f_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} \right\rfloor$

B. □ $f_c \geq \dfrac{2f_{\max}}{m}$ con $m = \left\lfloor \dfrac{f_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} \right\rfloor$

C. □ $f_c \geq \dfrac{2f_{\max}}{\dfrac{f_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}}} = 2(f_{\max} - f_{\min})$

D. □ $f_c = 2(f_{\max} - f_{\min})$

Dato un segnale s(t) di tipo passa banda, con banda compresa tra 5 e 7 kHz, si consideri il segnale $s_1(t) = s(t)e^{-j2\pi f_0 t}$, con $f_0 = 6\text{kHz}$. Quale è la banda occupata dal segnale $s_1(t)$?

A. □ [11:13] kHz B. □ [25:35] kHz C. □ [-1:1] kHz D. □ [5:7] kHz

Si consideri un segnale campionato alla frequenza di 10 kHz. Un segmento del segnale, di lunghezza T, è mandato in ingresso ad un sistema di tipo passa basso avente frequenza di taglio pari a f_{LP}=2 kHz e una risposta impulsiva h[n] lunga 300 campioni. Si indichi quanto deve valere T affinché un'analisi frequenziale, del segnale in uscita, permetta di ottenere una risoluzione pari a 3 Hz.

A. □ 0.3033s B. □ 0.2586s C. □ 0.2583s D. □ 0.3034s

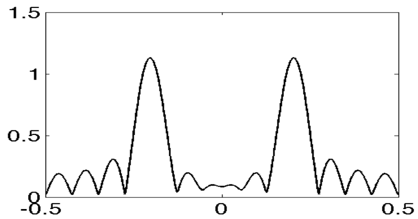
Esercizio 7 Si considerino il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y_1(t) = t_0 x(t - t_0) + x\left(t + t_0^2\right)$ con t_0 costante.

I. Si dica se tale sistema è:

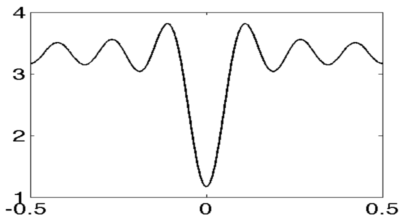
A. □ lineare e tempo variante B. □ lineare e tempo invariante

C. □ non lineare e tempo invariante D. □ non lineare e tempo variante

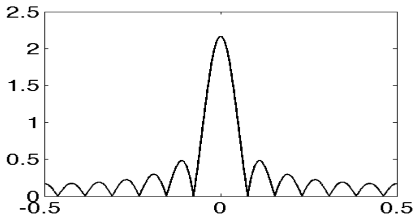
II. Dire quali tra le seguenti figure rappresenta il modulo della risposta in frequenza di un filtro passa basso



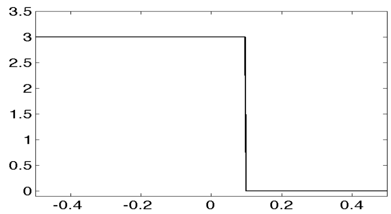
A. □



B. □

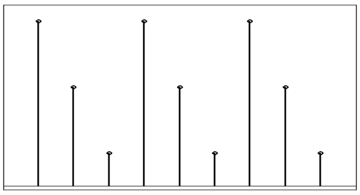


C. □

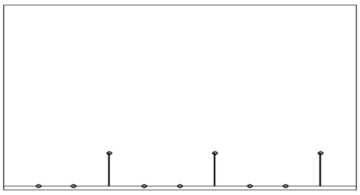


D. □

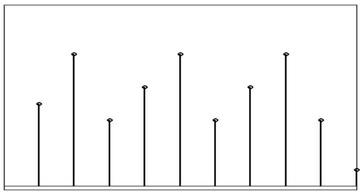
III. Dato un sistema, di tipo passa basso e la sequenza in ingresso x[n] si indichi quali tra A, B e C rappresenta una possibile uscita del sistema stesso



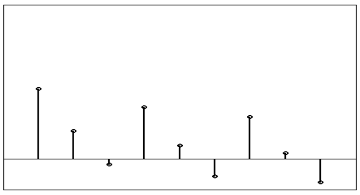
x[n]



A. ☐

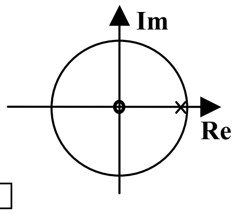


B. ☐

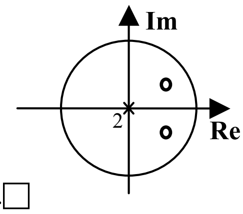


C. ☐

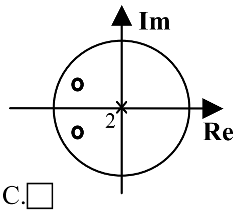
IV. Sia data la seguente rappresentazione sul piano z dei seguenti filtri tempo discreti ("x" polo, "o" zero). Dire quale rappresenta un filtro passa alto.



A. ☐



B. ☐

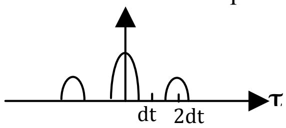


C. ☐

Esercizio 8 Spiegare il significato e l’uso del cerchio delle correlazioni nell’analisi delle componenti principali, anche con l'utilizzo di grafici. Discutere caratteristiche e utilizzo del piano delle componenti principali.

07/06/10 AA0809 e prec. test#1 Esercizio 1. Descrivere come si formano le bioimmagini, sottolineando il tipo di energia impiegata. Fornire esempi di immagini biomediche, riportando una breve descrizione delle applicazioni cliniche, che sfruttano forme di energia ionizzanti.

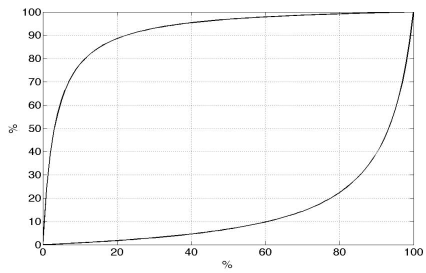
Esercizio 2. Date p variabili aleatorie, definire le matrici di covarianza e di correlazione. Dire quali valori assumono i termini sulla diagonale principale nel caso di variabili incorrelate. Fornire i passi per la stima di tali matrici partendo da un numero n di osservazioni per ciascuna variabile. Nel caso in cui le p variabili aleatorie siano estratte da un processo stazionario in senso lato, osservato ad istanti successivi distanti tra loro dt, dire quale può essere la forma di tali matrici nel caso in cui la funzione di autocorrelazione del processo abbia il seguente andamento.

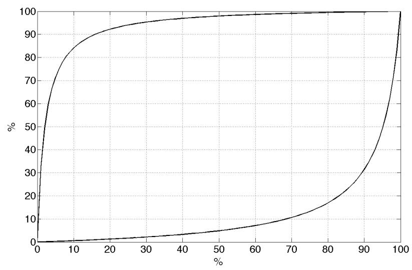


Esercizio 3. Sia dato un test diagnostico tale che il numero di falsi positivi, quando applicato ad una popolazione di 2000 soggetti dei quali 1000 malati, sia pari a 17 mentre il numero di falsi negativi è pari a 6.
Si indichi la sensibilità del test (risultati approssimati alla 4ª cifra decimale)
A. □ 0.983 B. □ 0.9832 C. □ 0.9940 D. □ 0.9939

Si consideri un altro test diagnostico con sensibilità pari al 98.5% e specificità pari al 96% Supponendo che tale test sia applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione per la quale la probabilità di malattia sia pari allo 6% si calcoli la probabilità che il test dia un risultato positivo.
A. □ 9.67% B. □ 9.033% C. □ 0.6112 D. □ 7.17%

Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Un soggetto esegue i due test in cascata. In origine si pensa che sia malato con una probabilità pari a 0.6. Si indichi la probabilità di malattia del soggetto se al primo test risulta positivo e al secondo negativo. Indicare graficamente il processo per la stima di tale probabilità.

1) 

2) 

Esercizio 4. Si consideri il significato e l'uso della distribuzione binomiale.

I. Scegliere tra le seguenti la frase che descrive meglio i valori forniti dalla suddetta distribuzione.
- A. □ probabilità che il k-esimo evento di n prove fornisca come risultato un successo
- B. □ il numero di successi ottenuti in n prove
- C. □ probabilità di avere k successi in n prove successive
- D. □ probabilità di avere successo in n prove successive

II. Dato un vettore che contiene h numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale caratterizzata da numero prove pari a 13, e probabilità di successo pari a 0.2, che valori può assumere il valore i-esimo del vettore?

- A. □ i valori compresi tra 0 e 13
- B. □ 1 in caso di successo, 0 altrimenti
- C. □ valori compresi tra 0 e 1
- D. □ numero di volte che su h numeri si è ottenuto il valore i

In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.3. Si consideri un esperimento composto da 10 prove. Si calcoli:

III. la probabilità di ottenere 8 successi
A. □0.17% B. □ 0.14% C. □ 0.265% D. □ 23.25%

IV. la probabilità di ottenere meno di 9 successi.
A. □ 0.8507 B. □ 0.9716 C. □ 0.9702 D. □ 0.9999

Esercizio 5. Si disegnino il modulo e la fase della Trasformata Continua di Fourier del seguente segnale

$s_1(t) = 5\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

Discutere le differenze di tale rappresentazione con quella relativa allo Sviluppo in Serie di Fourier del medesimo segnale.

Si rappresenti il seguente spettro in modulo e fase $S_1(f) = c\delta(f - f_A)$ con $c = e^{j\frac{\pi}{2}}$. Si determini l'espressione della antitrasformata di $S_1(f)$.

Esercizio 6. Sia dato un segnale con banda compresa tra 490 e 650 kHz. Si indichi la minima frequenza di campionamento utilizzabile

A. ☐ 325 kHz B. ☐ 1.3 MHz C. ☐ 320 kHz D. ☐ 650 kHz

Dato un segnale s(t) di tipo passa basso con frequenza massima pari a 1 MHz, si consideri il segnale $s_1(t) = s(t)\cos(2\pi f_0 t) + 5s(t)\sin(2\pi f_0 t)$ con $f_0 = 13\text{MHz}$. Quale è la banda occupata dal segnale $s_1(t)$?

A. ☐ [0:26] MHz B. ☐ [0:14] MHz C. ☐ [10:15] MHz D. ☐ [12:14] MHz

Si consideri un segnale campionato alla frequenza di 100 Hz. Un segmento del segnale, di lunghezza T, è mandato in ingresso ad un sistema di tipo passa basso avente frequenza di taglio pari a fLP=10 Hz e una risposta impulsiva h[n] lunga 20 campioni. Si indichi quanto deve valere T affinché un'analisi frequenziale, del segnale in uscita, permetta di ottenere una risoluzione pari a 0.1 Hz.

A. ☐ 9.8s B. ☐ 9.05s C. ☐ 9s D. ☐ 9.81s

Esercizio 7

Quali tra le seguenti formule esprime correttamente il prodotto di convoluzione tra due sequenze x e y?

A. ☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k]y[n-k]$ B. ☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k]y[k-n]$ C. ☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k]y[k]$ D. ☐ $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[n]y[k-n]$

Indicare quali tra le seguenti funzioni sono autofunzioni di un sistema lineare tempo invariante (in questo caso in uscita si trova la stessa funzione in ingresso eventualmente ritardata e moltiplicata per una costante)

A. ☐ $u[k]$ B. ☐ $\delta[k]$ C. ☐ $e^{j2\pi k\frac{n}{N}}$ D. ☐ $\frac{\sin\left(2\pi\frac{n}{N}\right)}{2\pi\frac{n}{N}}$

Si considerino il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y_1(t) = x(t/t_0) + t_0 x\left(t + t_0^2\right)$ con t_0 costante. Si dica se tale sistema è:

A. ☐ lineare e tempo variante B. ☐ lineare e tempo invariante

C. ☐ non lineare e tempo invariante D. ☐ non lineare e tempo variante

Dato un sistema LTI come può essere stimata l'uscita di tale sistema ad un ingresso generico x?

A. ☐ convoluzione in frequenza tra la trasformata della risposta impulsiva del sistema e la trasformata di x
B. ☐ prodotto in frequenza tra la trasformata della risposta impulsiva del sistema e la trasformata di x
C. ☐ prodotto nel tempo tra la risposta impulsiva del sistema e x
D. ☐ prodotto tra la risposta in frequenza del sistema e x

Esercizio 8 Discutere la distribuzione statistica della media campionaria nei casi di varianza nota e incognita. Spiegare in cosa consiste l'intervallo di confidenza e le operazioni necessarie per la sua stima nei due casi.

28/06/10 AA0809 e prec. test#1 Esercizio 1. Fornire una classificazione dei segnali biomedici spontanei basata sulla forma di energia e o fenomeno fisico attraverso i quali essi si manifestano. Scegliere un segnale spontaneo a piacere riportandone valori tipici e discutendone brevemente le applicazioni cliniche.

Esercizio 2. Si descrivano uso e caratteristiche dell'istogramma, specificando un possibile criterio per la stima del numero di classi. Si discuta anche con l'utilizzo di grafici la forma attesa dell'istogramma nei seguenti casi: a) variabile a distribuzione gaussiana b) variabile a distribuzione uniforme c) variabile aleatoria di tipo binomiale (caratterizzata da numero di prove n pari a 12 e p=0.333).

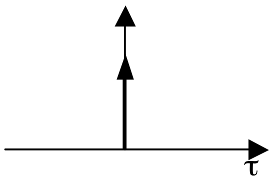
Esercizio 3. Si consideri la definizione di processo stocastico. Si scelga quale tra le sequenti definizioni è corretta

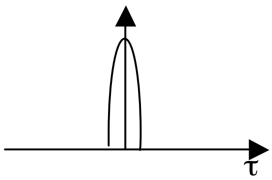
A. ☐ se fissiamo un istante di tempo t, l'insieme dei valori del processo per tale istante è una funzione deterministica
B. ☐ ogni realizzazione è una funzione deterministica
C. ☐ se fissiamo tempo ed evento otteniamo una variabile aleatoria

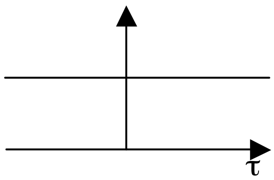
Detta $R_X(t_1,t_2)$ la funzione di autocorrelazione di un processo stazionario in senso stretto, dire quali tra le seguenti affermazioni è vera

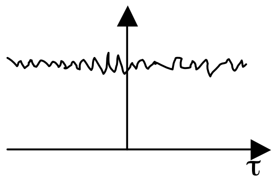
A. ☐ $R_X(t_1,t_2)$= costante.
B. ☐ $R_X(t_1,t_2) = R_X(t_1+T_A, t_2+T_A)$ per ogni T_A
C. ☐ $R_X(t_1,t_2) = R_X(t_1+\varepsilon, t_2)$ per ogni ε

Quale tra le seguenti funzioni di autocorrelazione sono caratteristiche di un processo di rumore bianco:









A. ☐ B. ☐ C. ☐ D. ☐

Esercizio 4.
Consideriamo due eventi indipendenti A e B. Quali delle seguenti affermazioni è vera

A. ☐ P(A|B)=P(A)
B. ☐ P(A|B)=[P(A)+P(B)-P(A+B)]/P(B)
C. ☐ P(A|B)=P(B|A)P(B)/P(A)

Quali tra le seguenti formule corripsonde alla sensibilità di un test diagnostico (VP veri positivi, FP falsi positivi, VN veri negativi, FN falsi negativi, m malati, s sani)

A. ☐ VP/(VP+FN) B. ☐ VN/(VN+FP) C. ☐ VP/s D. ☐ VP/(m+FN)

Dato un test con specificità pari a 0.985 e sensibilità pari a 0.975, dire quale è la probabilità che il test fornisca un risultato positivo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari allo 0.2%.

A. ☐ 7.32% B. ☐ 2.69% C. ☐ 1.69%

Esercizio 5. Si disegnino il modulo e la fase della Trasformata Continua di Fourier (TCF) del seguente segnale
$s_2(t) = 3 + 10\sin\left(8\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

Si consideri adesso il segnale $s_2(t) = s_1(t)rect\left(\frac{t}{2}\right)$. Si rappresenti la TCF di tale segnale (solo modulo).

Esercizio 6.

Il campionamento passa banda prevede che la frequenza di campionamento di un segnale con frequenza minima pari a f_min e massima pari a f_max avvenga alla frequenza

A. ☐ $f_c = \frac{2f_{\max}}{m}$ con $m = \left\lfloor \frac{f_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} \right\rfloor$

B. ☐ $f_c \geq \frac{2f_{\max}}{m}$ con $m = \left\lfloor \frac{f_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} \right\rfloor$

C. ☐ $f_c \geq \frac{2f_{\max}}{\frac{f_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}}} = 2(f_{\max} - f_{\min})$

D. ☐ $f_c = 2(f_{\max} - f_{\min})$

Sia data una sequenza di N campioni, con N dispari, ottenuta campionando un segnale analogico con passo di campionamento T. Quanto vale la frequenza massima (in valore assoluto) visualizzabile?

A. ☐ $\frac{1}{2T}$ B. ☐ $\frac{1}{2}$ C. ☐ $\frac{N-1}{2TN}$ D. ☐ $\frac{2}{T}$

Dato un segnale *s(t)* di tipo passa basso con frequenza massima pari a 1 MHz, si consideri il segnale $s_1(t) = s(t)\cos(2\pi f_0 t) + s(t)$ con $f_0 = 6\text{MHz}$. Dire qual è la frequenza di campionamento minima per questo segnale?

A. ☐ 4,6667 MMHz B. ☐ 14 MHz C. ☐ 4 MHz D. ☐ 2MHz

Esercizio 7

Dato il filtro passa basso h[n], con modulo della risposta in frequenza H[k] in figura 1 e il segnale x[n] il cui modulo della trasformata è mostrato in fig 2

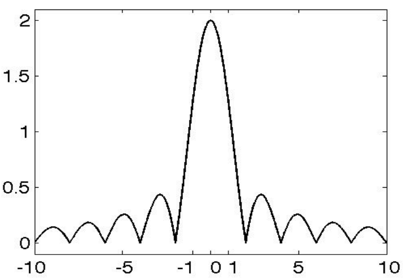


fig1

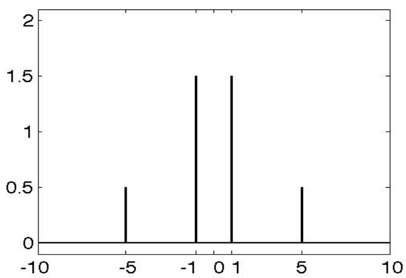
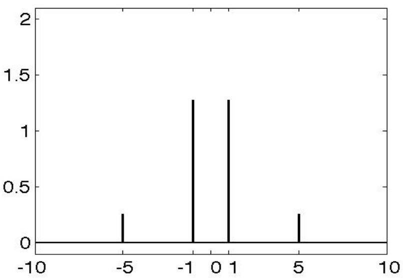


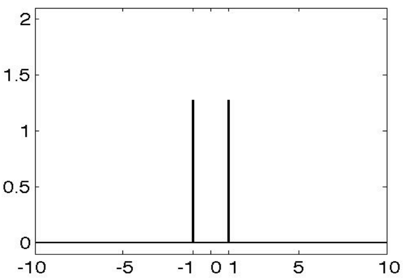
fig2

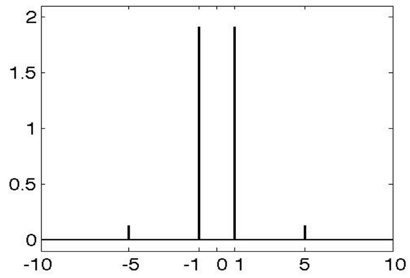
Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta il modulo della trasformata del segnale ottenuto in uscita dal filtro quando in ingresso è presente x[n]

A. ☐

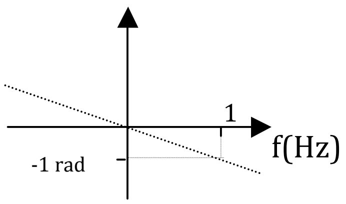


B. ☐



C. ☐ 

Sia data la seguente rappresentazione della fase della risposta in frequenza di un sistema LTI.



Si indichi il valore del ritardo introdotto dal sistema

A. ☐ 0s B. ☐ 0.1592s C. ☐ 1s D. ☐ il ritardo varia al variare della frequenza

Indicare quali tra le seguenti funzioni sono autofunzioni di un sistema lineare tempo invariante (in questo caso in uscita si trova la stessa funzione in ingresso eventualmente ritardata e moltiplicata per una costante)

A.☐ $u[k]$ B. ☐$\delta[k]$ C. ☐ $e^{j2\pi k\frac{k}{N}}$

Si considerino il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y_1(t) = \left|a + b * x(t - t_0)\right|$ con a,b e t_0 costanti. Si dica se tale sistema è:

A.☐ lineare e tempo variante B. ☐ lineare e tempo invariante

C. ☐ non lineare e tempo invariante D. ☐ non lineare e tempo variante

Esercizio 8 Descrivere la distribuzione delle variabile t di Student, sottolineando l'utilizzo nel test delle ipotesi. Spiegare i criteri per la scelta dell'utilizzo della ipotesi alternativa unilatera o bilatera.

ASB AA0809 e precedenti 19/07/10 Esercizio 1. Dare una definizione di segnali biomedici spontanei riportando uno schema di principio di un'apparecchiatura per la loro misura. Dare una breve descrizione delle diverse componenti del sistema. Fornire un esempio di segnale spontaneo riportando alcuni valori tipici e discutendone le applicazioni cliniche.

Esercizio 2. Dare la definizione di processo stocastico. Dire cosa otteniamo dall'osservazione di un processo in un dato istante. Descrivere la funzione di autocorrelazione di un processo e come questa sia legata all'andamento delle funzioni campione.

Esercizio 3. Si consideri il significato e l'uso della distribuzione binomiale.

I. Dato un esperimento composto da 7 prove descrivibile tramite una distribuzione di tipo binomiale. Avendo ottenuto in modo empirico 1000 numeri di tale distribuzione, quante prove sono state eseguite per ottenere tali numeri?

II.

A. ☐ 1000
B. ☐ 7000
C. ☐ tutti quelli che sono serviti per ottenere 1000 successi

III. Scegliere tra le seguenti la frase che descrive meglio i valori forniti dalla suddetta distribuzione.

IV.

A. ☐ probabilità che il k-esimo evento di n prove fornisca come risultato un successo
B. ☐ il numero di successi ottenuti in n prove
C. ☐ probabilità di avere k successi in n prove successive
D. ☐ probabilità di avere successo in n prove successive

V. Dato un vettore che contiene h numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale caratterizzata da numero prove pari a 7, e probabilità di successo pari a 0.2, che valori può assumere il valore i-esimo del vettore?

A. ☐ i valori compresi tra 0 e 7
B. ☐ 1 in caso di successo, 0 altrimenti
C. ☐ valori compresi tra 0 e 1
D. ☐ numero di volte che su h numeri si è ottenuto il valore i

In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.2. Si consideri un esperimento composto da 7 prove. Si calcoli:

VI. la probabilità di ottenere meno di 2 successi.

A. ☐ 0.2684 B. ☐ 0.6778 C. ☐ 0.1946 D. ☐ 0.5704

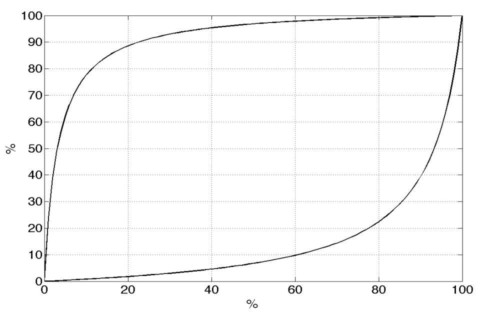
Esercizio 4. Quali tra le seguenti formule corripsonde alla sensibilità di un test diagnostico (VP veri positivi, FP falsi positivi, VN veri negativi, FN falsi negativi, m malati, s sani)

A. ☐ VP/s B. ☐ VN/(VN+FP) C. ☐ VP/(VP+FN) D. ☐ VP/(m+FN)

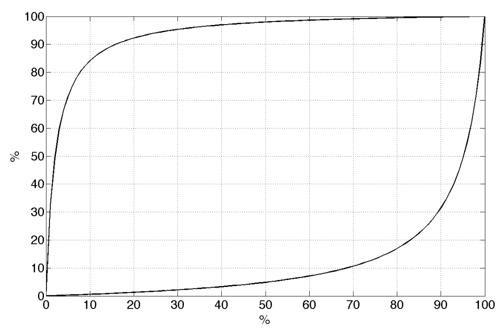
Dato un test con specificità pari a 0.98 e sensibilità pari a 0.99, dire qual è la probabilità che il test fornisca un risultato positivo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari allo 5%.

A. ☐ 0.9315 B. ☐ 72.26% C. ☐ 6.85% D. ☐ 5.3677e-04

Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Si supponga di eseguire i due test in cascata su un soggetto con probailità di malattia finale pari a circa 0.83. Si stimi dai grafici la probabilità di malattia prima dell'esecuzione dei due test considerando che il primo testa ha dato risultato negativo e il secondo positivo.



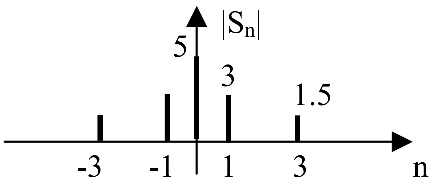
1)

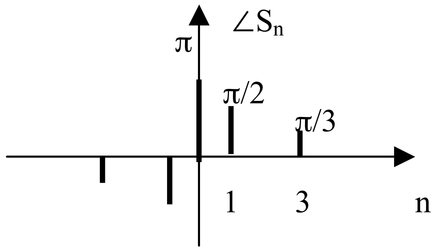


2)

Esercizio 5 Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier.
Specificare il significato delle alte e delle basse frequenze individuando sull'asse frequenziale la loro posizione.

Dato lo sviluppo in serie di Fourier dato dai seguenti spettri di ampiezza e fase trovare l'andamento temporale del segnale reale s(t) dal quale tale spettro deriva.



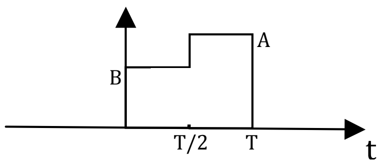


Esercizio 6 Dato il segnale $s(t) = rect\left(\frac{t}{T}\right)$ si calcolino le trasformate di

1) $s_1(t) = \frac{ds(t)}{dt}$

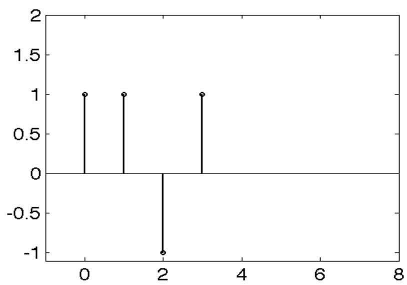
2) $s(t) \otimes h(t)$ dove $\otimes$ è l'operatore di convoluzione e $h(t)$ possiede trasformata $H(f) = \begin{cases} 0 & per \quad |f| > \frac{1}{T} \\ 1 & per \quad |f| \le \frac{1}{T} \end{cases}$

Si descriva l'andamento temporale e si calcoli la trasformata continua di Fourier del segnale rappresento nella figura seguente

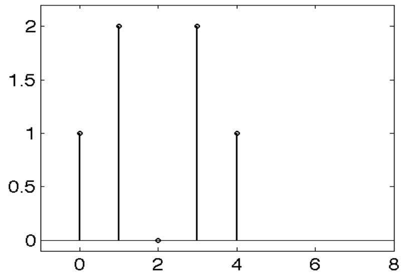


Esercizio 7

Si considerino le sequenze nelle seguenti figure

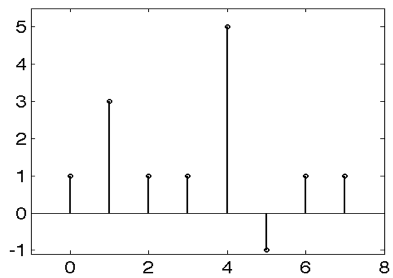


x[n]

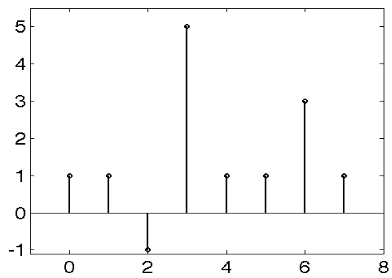


y[n]

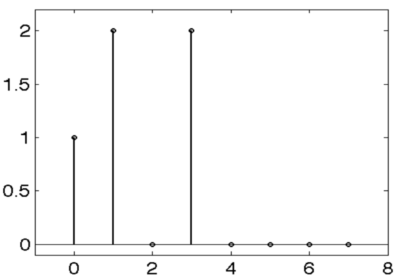
I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra x[n] e y[n]



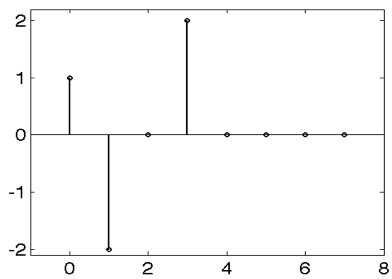
A.☐



B.☐



C.☐



D.☐

Indicare quali tra le seguenti funzioni sono autofunzioni di un sistema lineare tempo invariante (in questo caso in uscita si trova la stessa funzione in ingresso eventualmente ritardata e moltiplicata per una costante)

A.☐ $u[k]$ B. ☐ $\delta[k]$ C. ☐ $e^{j2\pi k\frac{n}{N}}$

Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y_1(t) = A\log(t)x(t)$ con A costante. Si dica se tale sistema è:

A.☐ lineare e tempo variante B. ☐ lineare e tempo invariante

C. ☐ non lineare e tempo invariante D. ☐ non lineare e tempo variante

Esercizio 8. Il campionamento passa banda prevede che la frequenza di campionamento di un segnale con frequenza minima pari a f_min e massima pari a f_max avvenga alla frequenza

A. ☐ $f_c = \frac{2f_{\max}}{m}$ con $m = \left\lfloor \frac{f_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} \right\rfloor$ B. ☐ $f_c \geq \frac{2f_{\max}}{m}$ con $m = \left\lfloor \frac{f_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} \right\rfloor$

C. ☐ $f_c \geq \frac{2f_{\max}}{\frac{f_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}}} = 2(f_{\max} - f_{\min})$ D. ☐ $f_c = 2(f_{\max} - f_{\min})$

Dato un segnale s(t) complesso di tipo passa banda, con banda compresa tra 4 e 6 MHz, si consideri il segnale $s_1(t) = s(t)e^{j2\pi f_0 t}$, con $f_0 = 5\text{MHz}$. Quale è la banda occupata dal segnale $s_1(t)$?

A. ☐ [9:11] MHz B. ☐ [-1:1] MHz C. ☐ [0:11] MHz D. ☐ [4:6] MHz

Si consideri un segnale campionato alla frequenza di 10 Hz. Un segmento del segnale, di lunghezza T, è mandato in ingresso ad un sistema di tipo passa basso avente frequenza di taglio pari a f_{LP}=2 Hz e una risposta impulsiva h[n] lunga 30 campioni. Si indichi quanto deve valere T affinché un'analisi frequenziale, del segnale in uscita, permetta di ottenere una risoluzione pari a 0.01 Hz.

A. ☐ 97s B. ☐ 92.75s C. ☐ 100s D. ☐ 97.1s

ASB 13/09/2010 AA0809 e prec. Test #1

Esercizio 1. Descrivere i parametri che determinano il contenuto informativo delle bioimmagini. Descrivere uno schema di principio per la loro misura. Fornire esempi di bioimmagini ottenute con metodiche differenti.

Esercizio 2. Fornire la definizione di processo stocastico: dire cosa si ottiene se osserviamo il processo ad un istante, in due o più istanti. Dare la definizione e fornire esempi di statistiche del primo e del secondo ordine del processo. Discutere le proprietà dei processi stazionari in senso lato e in senso stretto.

Esercizio 3. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente y ad una indipendente x.

I. Il modello di regressione assume che:

A.☐ $E(Y \mid X) = 0$ B. ☐ $\eta_{Y|X} = a + bx$ C. ☐ $\eta_{Y|X} = a + bx + \varepsilon$ D. ☐ $\eta_{Y|X} = y - (a + bx) = \varepsilon = 0$

II. Considerando e_i l'errore della misura i-esima rispetto al modello, i parametri della regressione sono tali da minimizzare

A.☐ $\sum_i e_i$ B. ☐ $\sum_i |e_i|$ C. ☐ $\sum_i e_i^2$ D. ☐ $\left(\sum_i |e_i|\right)^2$

III. Dire quali tra i seguenti scatter plot dei dati (ogni punto rappresenta una coppia di valori (x,y)) è relativo a variabili più fortemente correlate tra loro. Le scale sono le medesime per le diverse figure.

A. ☐ B. ☐ C. ☐ D. ☐

IV. Si supponga che l'errore abbia una deviazione standard pari a 3 e che il numero di campioni di y e x sia pari a 2000. Nel caso si volessero determinare a priori gli estremi degli intervalli per la creazione dell'istogramma dell'errore, dire quali tra le seguenti è la coppia di valori migliore.

A. ☐ 0 e 6 B. ☐ -9 e 9 C. ☐ -3 e 3 D. ☐ 0 e 2000

Esercizio 4. Si consideri il significato e l'uso della distribuzione binomiale e la sua applicabilità alla descrizione statistica di un esperimento costituito da più prove.

I. Scegliere quali tra i seguenti esperimenti può essere descritto da tale distribuzione

A. ☐ il numero di carte di bastoni su 6 carte estratte senza reintroduzione da un mazzo di 52.
B. ☐ il numero di carte di bastoni su 5 carte, ognuna estratta da 5 mazzi diversi. I primi 3 mazzi con 52 carte, i rimanenti 2 con 64 carte.
C. ☐ il numero di pezzi difettosi in confezioni di 20 dispositivi all'uscita della catena di produzione.
D. ☐ il numero di volte, su misure giornaliere orarie, in cui i valori di glicemia misurati su una persona superano i 130 mg/dl

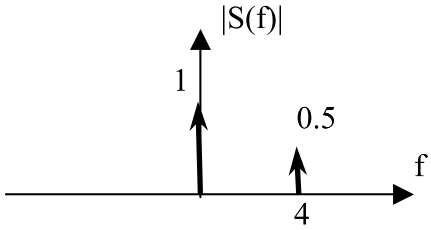
II. Dato un vettore che contiene h numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale caratterizzata da numero prove pari a 11, e probabilità di successo pari a 0.2, che valori può assumere il valore i-esimo del vettore?

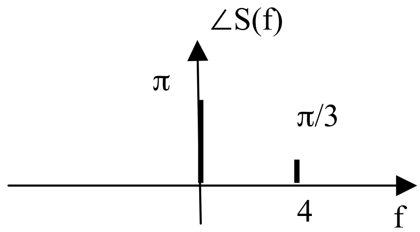
A. ☐ i valori compresi tra 0 e 11
B. ☐ valori compresi tra 0 e 1
C. ☐ 1 in caso di successo, 0 altrimenti
D. ☐ numero di volte che su h numeri si è ottenuto il valore i

III. In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.2. Si consideri un esperimento composto da 11 prove. Si calcoli:

IV. la probabilità di ottenere meno di 3 successi
A. ☐ 23.62% B. ☐ 61.74 % C. ☐ 53.15% D. ☐ 20.94%

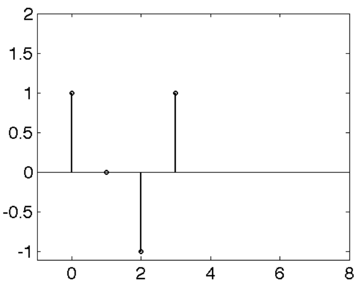
Esercizio 5 Discutere l'ambito di applicazione della Trasformata Continua di Fourier (TCF) e di come questa possa essere utilizzata per descrivere segnali a potenza media finita.
Specificare il significato temporale delle alte e delle basse frequenze e individuando sull'asse frequenziale la loro posizione.
Determinare l'andamento temporale del segnale s(t) la cui Trasformata Continua di Fourier è descritta dai grafici modulo e fase seguenti.



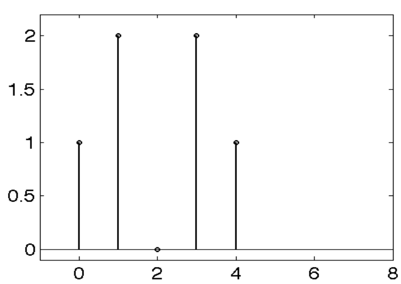


Dire se il segnale possiede una parte immaginaria e, in caso affermativo, aggiungere componenti frequenziali opportune in modo da rendere il segnale s(t) reale. Fare il grafico modulo e fase della TCF di tale segnale.

Esercizio 6
Si considerino le sequenze nelle seguenti figure

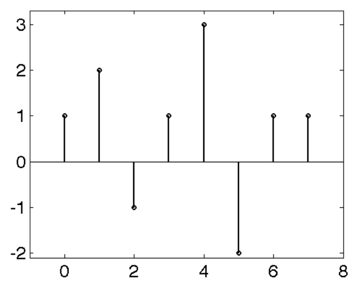


x[n]

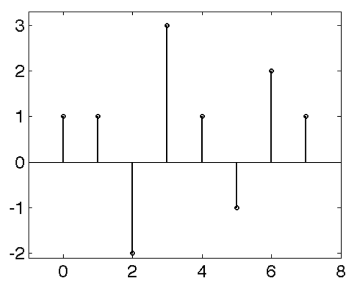


y[n]

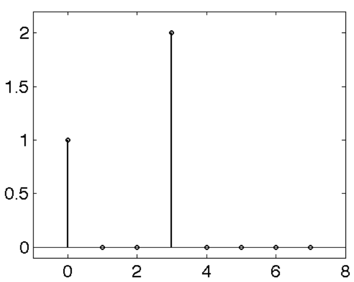
I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra x[n] e y[n]



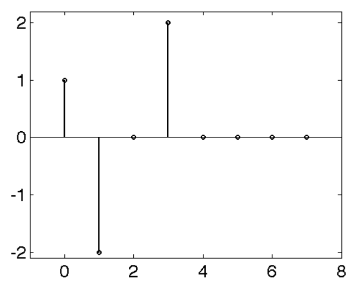
A.☐



B.☐



C.☐



D.☐

Dato il filtro passa alto h[n], con modulo della risposta in frequenza H[k] in figura 1 e il segnale x[n] il cui modulo della trasformata è mostrato in fig 2

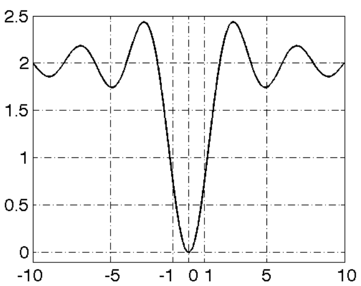


fig1

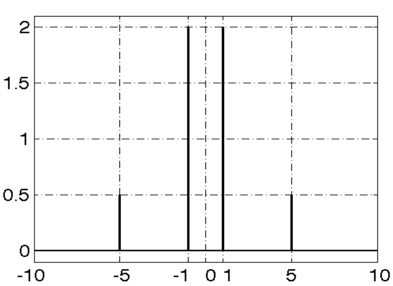
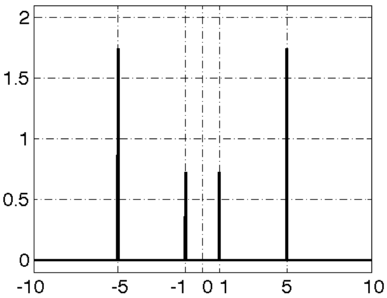
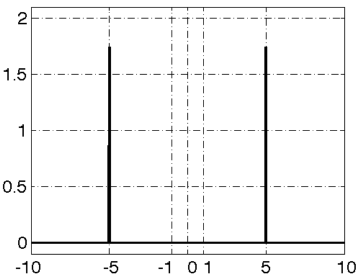


fig2

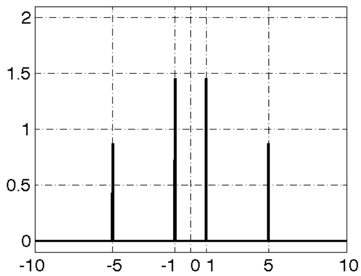
Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta il modulo della trasformata del segnale ottenuto in uscita dal filtro quando in ingresso è presente x[n]



A. ☐



B. ☐

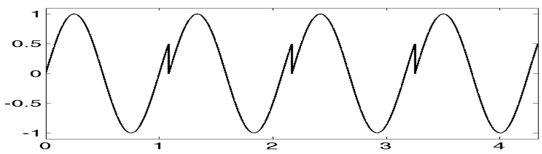


C. ☐

Si consideri la progettazione di un filtro FIR col metodo delle finestre. Quale vantaggio comporta a parità di ordine del filtro, l'utilizzo della finestra di Hanning in confronto all'utilizzo della finestra rettangolare?

A. ☐ permette una aumento dei lobi laterali delle risposta in frequenza
B. ☐ diminuisce la larghezza del lobo principale della risposta in frequenza
C. ☐ migliora la selettività del filtro
D. ☐ aumenta il rapporto tra l'altezza del lobo principale e l'altezza dei lobi laterali

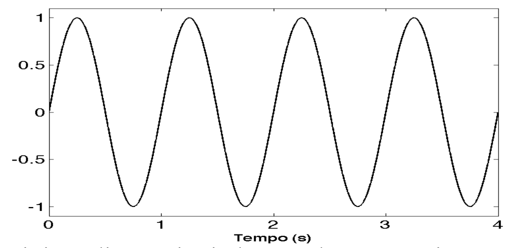
Dato il segnale in figura di periodo di poco superiore a 1 s (1.08 s), si indichi quale dei seguenti filtri dovrebbe essere usato per esaltare la discontinuità presente ?



A. ☐ filtro passa alto con frequenza di taglio pari a 1 Hz
B. ☐ filtro passa basso con frequenza di taglio pari a 1 Hz
C.☐ filtro passa alto con frequenza di taglio superiore a 1 Hz
D. ☐ filtro passa basso con frequenza di taglio superiore a 1 Hz

Esercizio 7

Si consideri il segnale periodico in figura (viene visualizzata una finestra di 4 secondi)



Se volessimo campionare correttamente il segnale qual é il numero minimo di campioni al secondo necessario?
A. ☐ 2 campioni/s B. ☐ 1 campioni/s C. ☐ 4 campioni/s D. ☐ 3 campioni/s

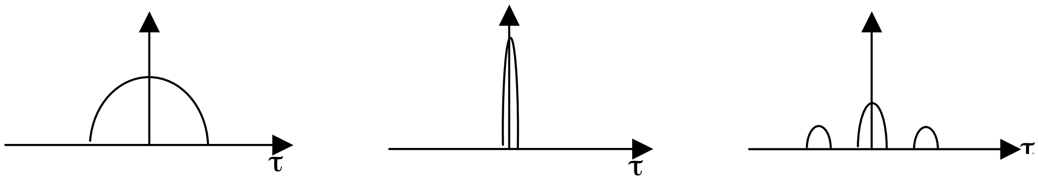
Dato un segnale s(t) reale di tipo passa basso con frequenza massima pari a 2 kHz, si consideri il segnale $s_1(t) = s(t)e^{j2\pi f_0 t}$, con $f_0 = 6\text{kHz}$. Quale é la banda occupata dal segnale $s_1(t)$?
A. ☐ [4:8] kHz B. ☐ [6:8] kHz C. ☐ [5:7] kHz D. ☐ [0:8] kHz

Si consideri un segnale campionato alla frequenza di 20 Hz. Un segmento del segnale, di lunghezza T, è mandato in ingresso ad un sistema di tipo passa basso avente frequenza di taglio pari a f_{LP}=5 Hz e una risposta impulsiva h[n] lunga 30 campioni. Si indichi quanto deve valere T affinché un'analisi frequenziale, del segnale in uscita, permetta di ottenere una risoluzione pari a 5 mHz.
A. ☐ 198.5s B. ☐ 198.55s C. ☐ 197.1s D. ☐ 197s

Esercizio 8 Discutere la distribuzione statistica della media campionaria nei casi di varianza nota e incognita. Spiegare in cosa consiste l'intervallo di confidenza e le operazioni necessarie per la sua stima nei due casi.

ASB 16/11/10 Esercizio 1. Fornire una classificazione dei segnali biomedici spontanei basata sulla forma di energia e o fenomeno fisico attraverso i quali essi si manifestano. Scegliere un segnale spontaneo a piacere riportandone valori tipici e discutendone brevemente le applicazioni cliniche.

Esercizio 2. Discutere le proprietà di un processo stocastico stazionario. In figura vengono mostrati gli andamenti delle funzioni di autocorrelazione di diversi processi stazionari. Discutere il significato del grafico della funzione di autocorrelazione, cosa rappresenta la variabile tau e come il valore dell'ordinata è legato ai valori assunti dal processo. Disegnare e discutere anche in maniera qualitativa gli andamenti delle funzioni campione dei processi corrispondenti agli andamenti mostrati in figura.



Esercizio 3.
Consideriamo due eventi dipendenti A e B. Quali delle seguenti affermazioni è sempre vera

A. ☐ P(A|B)=P(AB)/P(B)
B. ☐ P(A|B)= P(A)
C. ☐ P(A|B)=P(B|A) P(B)/P(A)

Quali tra le seguenti formule corrisponde alla specificità di un test diagnostico (VP veri positivi, FP falsi positivi, VN veri negativi, FN falsi negativi, m malati, s sani)

A. ☐ VP/(VP+FN) B. ☐ VN/s C. ☐ VN/(FN+VP) D. ☐ VP/s

Dato un test con specificità pari a 0.97 e sensibilità pari a 0.98, dire quale è la probabilità che il test fornisca un risultato positivo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari allo 10%.

A. ☐ 78.4% B. ☐ 12.5% C. ☐ 11.5%

Esercizio 4. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente y ad una indipendente x.

I. Detta x_i la i-esima osservazione della variabile x si dica quale tra i seguenti è il criterio per la scelta dei parametri del modello:

A. ☐ minimizzare la quantità $\sum_{i=1}^{N}(y-a-bx_i)^2$ B. ☐ azzerare la quantità $\sum_{i=1}^{N}(y-a-bx_i)^2$

C. ☐ minimizzare la quantità $\sum_{i=1}^{N}(y-a-bx_i)$ D. ☐ azzerare la quantità $\sum_{i=1}^{N}(y-a-bx_i)$

II. Il modello di regressione assume che la retta di regressione in ogni punto sia pari a

A. ☐ $E(y \mid x)$ B. ☐ $E(y)$ C. ☐ $E(x \mid y)$ D. ☐ $E\left(\frac{y}{x}\right)$

III. Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive correttamente il legame tra il coefficiente angolare della retta, *b*, e il coefficiente di correlazione ρ tra la variabile dipendente e quella indipendente. Con σ_x e σ_y si indicano le deviazioni standard delle variabili indipendente e dipendente rispettivamente.

A. ☐ $b=\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ B. ☐ $b=\frac{\rho}{\sigma_x^2}$ C. ☐ $b=\rho$ D. ☐ $b=\rho\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ E. ☐ $b=\rho\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

IV. Quali delle seguenti affermazioni è falsa:

A. ☐ i parametri del modello non sono definibili se il coefficiente di correlazione tra variabile dipendente e indipendente è pari a 0
B. ☐ per ogni valore della variabile indipendente esiste una popolazione di valori della variabile dipendente
C. ☐ a parità di altri parametri il coefficiente di correlazione tra variabile indipendente e dipendente e la deviazione standard dell'errore, sono direttamente proporzionali

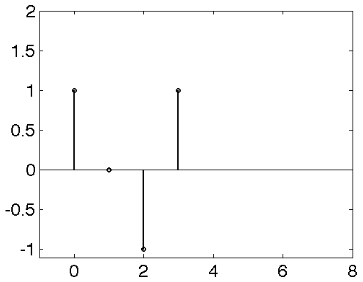
Esercizio 5. Si disegnino il modulo e la fase della Trasformata Continua di Fourier (TCF) del seguente segnale

$$s(t) = -5 + 3e^{j\left(\frac{\pi}{5}t - \frac{\pi}{4}\right)}$$

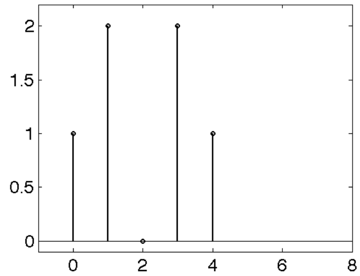
Si aggiungano al segnale s(t) una o più componenti in modo che il segnale $s_2(t)=s(t)+s_1(t)$ sia reale.

Si discutano le differenze tra la TCF di *s(t)* e la corrispondente rappresentazione come Sviluppo in Serie di Fourier.

Esercizio 6 Si considerino le sequenze nelle seguenti figure

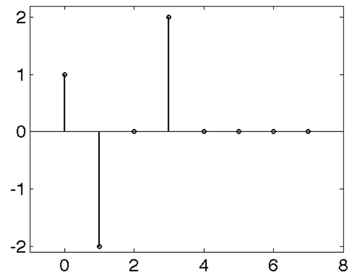


x[n]

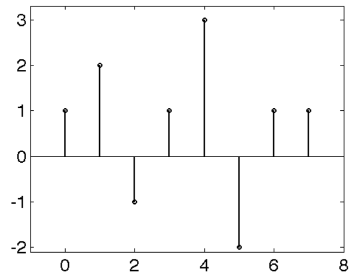


y[n]

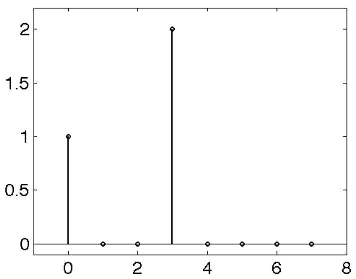
I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra x[n] e y[n]



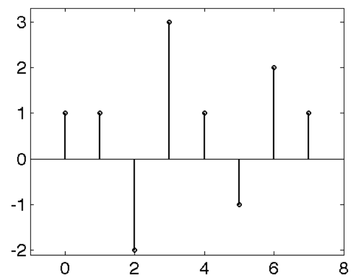
A. ☐



B. ☐



C. ☐



D. ☐

Si considerino il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y_1(t) = at^2 x\left(t + t_0^2\right)$ con a e t_0 costanti. Si dica se tale sistema è:

A. ☐ lineare e tempo variante

B. ☐ lineare e tempo invariante

C. ☐ non lineare e tempo invariante

D. ☐ non lineare e tempo variante

Dato un filtro FIR progettato con il metodo delle finestre, in particolare utilizzando una finestra rettangolare. In quale modo è possibile aumentare la selettività del filtro?

A. ☐ utilizzando una finestra di Hanning al posto della finestra rettangolare

B. ☐ aumentando la larghezza della finestra rettangolare

C. ☐ diminuendo la larghezza della finestra rettangolare

D. ☐ utilizzando una finestra di Hamming al posto della finestra rettangolare

Dato il filtro passa basso h[n], con modulo della risposta in frequenza H[k] in figura 1 e il segnale x[n] il cui modulo della trasformata è mostrato in fig 2

fig1

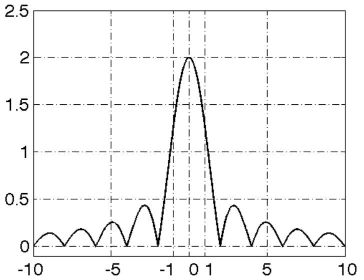
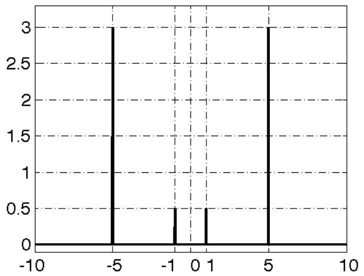
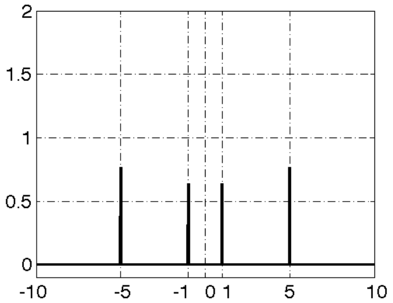


fig2

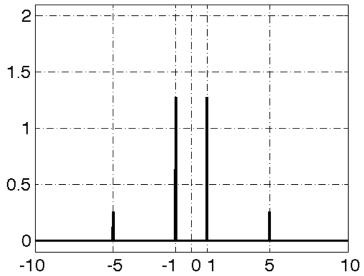


Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta il modulo della trasformata del segnale ottenuto in uscita dal filtro quando in ingresso è presente x[n]

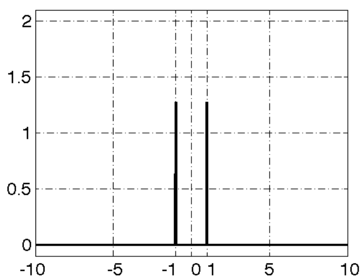
A. ☐



B. ☐



C. ☐



Esercizio 7 Si consideri il segnale $s(t) = \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$. Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

A. ☐ 20 Hz B. ☐ 10 Hz C. ☐ 40 Hz D. ☐ 80 Hz

Nessuna soluzione è corretta

Dato un segnale s(t) complesso di tipo passa banda con frequenza compresa tra a 2 e 3 kHz, si consideri il segnale $s_1(t) = s(t)e^{-j2\pi f_0 t}$, con $f_0 = 10\text{kHz}$. Quale é la banda occupata dal segnale $s_1(t)$?

A. ☐ [12:13] kHz B. ☐ [-8:-7] kHz C. ☐ [7:8] kHz D. ☐ [2:10] kHz

Si consideri un segnale campionato alla frequenza di 10 Hz. Un segmento del segnale, di lunghezza T, è mandato in ingresso ad un sistema di tipo passa basso avente frequenza di taglio pari a f_{LP}=1 Hz e una risposta impulsiva h[n] lunga 21 campioni. Si indichi quanto deve valere T affinché un'analisi frequenziale, del segnale in uscita, permetta di ottenere una risoluzione pari a 10 mHz.

A. ☐ 98s B. ☐ 97.9 C. ☐ 90s D. ☐ 89.5s

Esercizio 8 Descrivere la distribuzione della variabile t di Student, sottolineandone l'utilizzo nel test delle ipotesi. Spiegare le differenze con l'utilizzo della distribuzione della variabile standardizzata z.