# ELENCO TESTI DELLE PROVE SCRITTE

**10/01/2002**

1) Descrivere le caratteristiche fondamentali che differenziano i dati, segnali temporali e le immagini biomediche. Spiegare quali di queste sono in grado di descrivere fenomeni dinamici.
2) Dire se il seguente segnale: s(t) = exp[j(ωt+φ)] è a potenza media finita e calcolarne il valore.
3) Spiegare il significato di risposta impulsiva di un sistema di imaging ecografico e dire come la risoluzione dipende dai parametri geometrici ed elettrici del trasduttore.

4) Definizione a caratterizzazione di un processo stocastico del 2° ordine: definire le leggi probabilistiche e i momenti che lo caratterizzano.
5) Spiegare le fasi fondamentali per la progettazione di un filtro FIR.
6) Calcolare e interpretare anche mediante esempi l'entropia per una sorgente di M simboli binari.
7) Descrivere il significato di spazio delle fasi e di dimensione di embedding e spiegare un metodo di stima della dimensione di embedding.
8) Spiegare le differenze fondamentali tra analisi discriminante e analisi delle componenti principali in un problema di classificazione.

**18/01/2002**

1) Calcolare i coefficienti della serie di Fourier del seguente segnale pari:
2) $s(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$
3) Dire quali sono le condizioni di simmetria dei relativi coefficienti di Fourier.
4) Spiegare da cosa nasce la convoluzione circolare e come si possono evitare le conseguenze negative.
5) Dire quali forme di energia sfruttano e in quale intervallo di frequenze operano i seguenti tipi di bioimmagini: ultrasuoni, risonanza magnetica, raggi X, medicina nucleare.
6) Qual è la differenza tra statistica del 1° e 2° ordine in termini di contenuto informativo.
7) Scrivere l'equazione alle differenze per un sistema di ordine N.
8) Come si calcola la densità spettrale di potenza partendo da un modello ARMA.
9) Quali informazioni si possono estrarre dai metodi di analisi multivariata.
10) Descrivere come si imposta un problema di rivelazione di eventi e spiegare in cosa consiste il metodo di Bayes

**20/02/2002**

1) Dire se il segnale s(t) = cos(ωt + φ) e' a energia finita o a potenza media finita e calcolarne il valore (finito).
2) Esiste una relazione tra le variabili spaziali x e y nel processo di formazione di un'immagine? Spiegare con un esempio.
3) Dato un segnale definito su un numero di punti N = 256, successivamente estendere N con un'operazione di zero padding fino a 512 campioni: analizzare in frequenza i risultati nei due casi.
4) Partendo da una sequenza infinita di operatori delta di dirac, filtrata attraverso un sistema che simula un trasduttore ultrasonico, spiegare quali sono le informazioni che si perdono rispetto a quelle contenute nella sequenza.

5) Definizione di un processo stazionario in termini dei suoi momenti; dire come si puo' distinguere un processo statisticamente regolare da uno casuale.
6) Qual'e' la differenza tra risposta impulsiva e funzione di trasferimento per un sistema bidimensionale lineare.

7) Descrivere un metodo di studio di una serie temporale generata da un sistema multidimensionale incognito.
8) Descrivere il significato delle curve ROC dal punto di vista della sensibilita' e specificita'.

**25/09/2002**

1) Descrivere le differenze fondamentali tra dati, segnali temporali e immagini biomediche.
2) Dire se il seguente segnale: s(t) = exp[jωt] è a potenza o energia finita ed eventualmente calcolarne il valore.
3) Progettare un filtro FIR con il metodo del troncamento della risposta impulsiva.
4) Descrivere il significato e l'informazione associata ad un processo stocastico del 2° ordine e calcolare la funzione di autocorrelazione.
5) Descrivere la dipendenza della risposta impulsiva di un sistema di imaging ecografico dai parametri geometrici ed elettrici del trasduttore.
6) Calcolare e interpretare l'entropia per una sorgente di M simboli binari in applicazioni di compressione di immagini.
7) Spiegare il significato dei picchi nello spettro di potenza per un processo di Erlang di ordine elevato.
8) Spiegare il significato dell'analisi delle componenti principali e descrivere il legame tra le variabili di ingresso e quelle principali.

1) Dire quali sono le condizioni di simmetria dei relativi coefficienti di Fourier.
2) Spiegare da cosa nasce la convoluzione circolare e come si possono evitare le conseguenze negative.
3) Qual è la differenza tra statistica del 1° e 2° ordine in termini di contenuto informativo.
4) Scrivere l'equazione alle differenze per un sistema di ordine N.
5) Dire quali forme di energia sfruttano e in quale intervallo di frequenze operano i seguenti tipi di bioimmagini: ultrasuoni, risonanza magnetica, raggi X, medicina nucleare.
6) Come si calcola la densità spettrale di potenza partendo da un modello ARMA.
7) Quali informazioni si possono estrarre dai metodi di analisi multivariata.
8) Descrivere come si imposta un problema di rivelazione di eventi e spiegare in cosa consiste il metodo di Bayes.

**09/01/2003**

1) Descrivere brevemente le tecniche di imaging che sfruttano l'energia elettromagnetica.
2) Calcolare l'energia e la potenza del seguente segnale esponenziale complesso: $s(t) = Ae^{j(\omega t+\varphi)}$
3) Scrivere la formula dello spettro di un segnale reale dispari in funzione dei coefficienti R(f) e I(f).
4) Cosa si intende per campionamento di un segnale e studio nel dominio della frequenza del segnale campionato.
5) Spiegare il concetto di ergodicità e dire se un processo stazionario è anche ergodico (in caso affermativo giustificare la risposta).
6) Esempi di come si applicano il teorema della probabilita' totale e il teorema di Bayes.
7) Spiegare come si calcola il ritardo tra due elementi radianti utilizzando il parametro β.
8) Descrivere quali informazioni si possono estrarre dai metodi di analisi multivariata.

**30/01/2003**

1) Suddividere le misure biomediche dal punto di vista dimensionale e dire quali possono essere considerati dati, segnali monodimensionali o immagini.
2) Calcolare l'energia e la potenza del seguente segnale:
3) $s(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$

4) Scrivere la formula dello spettro di un segnale reale pari in funzione dei coefficienti R(f) e I(f).

5) Discutere come si può migliorare la risoluzione in frequenza partendo da un segnale campionato con periodo $\Delta t$ e durata T fissati.

6) Descrivere cosa si intende per processo stocastico stazionario in senso lato e spiegare in formule come si calcola una statistica del secondo ordine.

7) Spiegare il significato dell'operazione di correlazione tra due variabili dipendenti e indipendenti.

8) Calcolare la risposta impulsiva di un sistema di imaging ecografico.

9) Spiegare quali sono le differenze fondamentali tra il metodo delle componenti principali e quello basato sulla funzione discriminante in un problema di analisi multivariata.

**01/01/2004**

1) Descrivere in quali intervalli di lunghezza d'onda viene sfruttata l'energia elettromagnetica e ultrasonica per generare le bioimmagini.

2) Trovare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier del seguente segnale periodico: $s(t) = A(\frac{|t/2|}{2\tau}) \qquad |t| \le \tau$

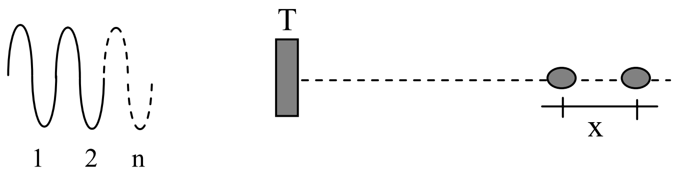
dove x(t).

3) Spiegare quando avviene la convoluzione circolare e come si possono evitare le eventuali distorsioni.

4) Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t), sulla base della seguente trasformazione: $y(t) = \sqrt{t^2} \cdot x(t)$ . Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale

**9/1/2004**

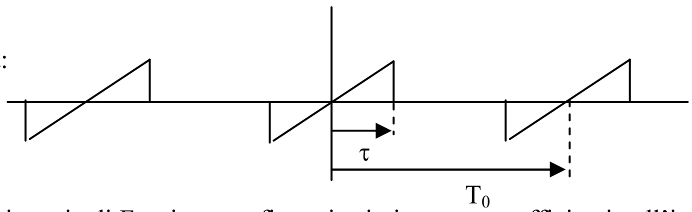
1) Con riferimento alla seguente figura:




siano dati: frequenza del segnale di eccotazione: f = 10 MHz; velocità di propagazione nel mezzo: v = 1500m/s; distanza tra i due bersagli: x = 300 μm

Calcolare il numero massimo n di cicli del segnale di eccitazione affinchè i due bersagli siano visti separatamente dal trasduttore T.

2) Sia data la seguente forma d'onda:




Calcolare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier e graficare i primi quattro coefficienti nell'ipotesi in cui $\tau = T_0/4$.

3) Sia dato un segmento di segnale di lunghezza T = 1s e frequenza massima $f_M$ = 500 Hz. Tale segmento sia campionato alla frequenza di Nyquist. Successivamente il segnale discreto sia inviato ad un sistema (filtro) con risposta impulsiva h(n), con n = 65; h(n) sia tale da dimezzare la banda del segnale d'ingresso. Il segnale discreto in uscita dal sistema sia trasformato con Fourier. Calcolare la risoluzione in frequenza $\Delta f$ del segnale filtrato.

4) Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: $y(t) = |x(t-t_0)|$, essendo $t_0$ il ritardo introdotto dal sistema. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.

**28/01/2004**

1) Descrivere come si generano le bioimmagini, la loro dimensionalità e i tipi di energia impiegata.
2) Trovare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier di $s(t) = \begin{cases} x(t) & \forall t \mid x(t) \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$ dove $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$, $f_0 = 1/T_0$
3) Spiegare cos'è la convoluzione circolare, qual è la causa principale della sua esistenza e come si possono evitare le eventuali distorsioni.
4) Derivare matematicamente la risposta impulsiva di un sistema e interpretare in frequenza tale risposta.

**10/02/2004**

1) Trovare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier del seguente segnale periodico:
2) $s(t) = A(1 - \frac{|t|}{2\tau}) \quad |t| \leq \tau$ dove x(t).
3) Descrivere comparativamente lo sviluppo in serie di Fourier e la trasformata continua di Fourier.
4) Discutere il teorema del campionamento nel caso di segnali passa basso e segnali passa banda e fornire la rappresentazione grafica in frequenza nei due casi.
5) Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: $y(t) = \sqrt{t} \cdot x(t)$. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.

**12/05/2004**

1) Trovare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier del seguente segnale periodico: $s(t) = A(\frac{|t|}{2\tau}) \quad |t| \leq \tau$ dove x(t).
2) Calcolare la risposta impulsiva bidimensionale di un sistema di imaging e fornire un esempio di sistema passa banda e passa basso.
3) Descrivere le fasi che portano a trasformare un segnale continuo in uno discreto, mettendo in evidenza i criteri alla base della discretizzazione.
4) Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: $y(t) = \sqrt{t-1} \cdot x(t)$. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.

**06/2004**

1) Spiegare come sia possibile realizzare filtri FIR a fase lineare.
2) Una classe è composta da 25 studenti con età inferiore a 18 anni, 5 con 18 anni di età e 2 di età superiore a 18 anni. Nel sorteggio di uno studente dalla classe, calcolare la probabilità che esca: a) uno studente con età minore di 18 anni; b) uno studente con età superiore a 18 anni; c) si supponga che dopo l'esperimento (b), l'individuo sorteggiato non sia utilizzato per ulteriori sorteggi: calcolare la probabilità di estrarre nuovamente uno studente con età superiore a 18 anni.
3) Descrivere come si calcola il momento di ordine n di una variabile aleatoria e spiegare il significato dei momenti di ordine n =1, 2, 3, 4.

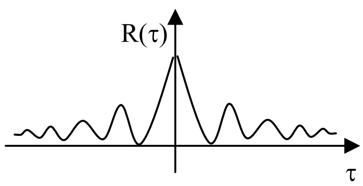
4) Si consideri un campione di cavie la cui numerosità sia determinata in funzione del livello di confidenza $\alpha$ e della larghezza dell'intervallo di confidenza, sulla base del seguente ragionamento: si fissi il valore della deviazione standard del tempo di reazione di cavie ad un certo stimolo, ovvero $\sigma$, a 0.05 e il livello di confidenza $\alpha$ al 95%. Si chiede di determinare la numerosità del campione in modo da mantenere lo scostamento dal valore medio (errore rispetto alla media) a valori $\leq 0.01$.

**22/06/2004**

1) Spiegare come si modifica la risposta sul piano z nel passare da un filtro passa basso ad uno passa alto di tipo IIR.
2) Nel lancio di un dado per 2 volte, calcolare la probabilità che nei due lanci escano: 1) due numeri diversi tra loro; 2) due numeri pari; 3) due numeri dispari.
3) Spiegare come si calcola il momento del secondo ordine di una variabile aleatoria bidimensionale e interpretare il coefficiente di correlazione nel caso di $\rho = 0.2$ e $\rho = 0.8$.
4) Supponiamo di stimare la funzione di correlazione a due istanti ti e tj la cui distanza temporale sia $\tau$. Supponiamo di ripetere la stima a due istanti temporali th e tk sempre a distanza $\tau$. Spiegare in formule i risultati possibili nel caso di processo stazionario e non.

**16/07/2004**

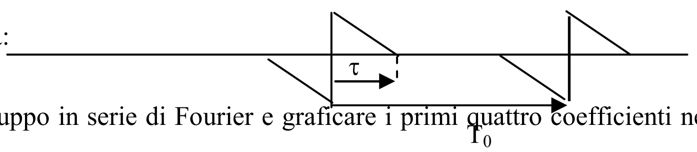
1) Spiegare perché un filtro FIR può avere la risposta in fase lineare, mentre un filtro IIR non può avere la risposta in fase lineare.
2) Spiegare in formule ed eventualmente con un esempio, in che cosa consiste un esperimento a due esiti con campionamento con reintroduzione.
3) Spiegare le fasi attraverso le quali si realizza un test diagnostico quando la variabile aletoria è definita su una popolazione di normali e una di patologici.




4) Graficare un possibile andamento delle funzioni campioni di un processo stazionario caratterizzato da un funzione di correlazione del tipo di seguito disegnato e commentare la funzione di correlazione.

**11/01/2005**

1) Sia data la seguente forma d'onda:




2) Calcolare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier e graficare i primi quattro coefficienti nell'ipotesi in cui $\tau = T_0/4$.
3) Sia dato un segmento di segnale di lunghezza T = 1s, campionato, alla frequenza di Nyquist, su N = 1024 punti. Supponiamo che l'escursione massima in ampiezza del segnale sia compresa tra 0 e 1 Volt. Allo scopo di migliorare la risoluzione in frequenza durante l'operazione di TDF, si effettui l'operazione di zero-padding sul segmento di segnale utilizzando 1024 zeri. a) Calcolare l'errore di quantizzazione supponendo di utilizzare un convertitore a 8 bit. B) Calcolare la frequenza massima del segmento di segnale. C) Calcolare la risoluzione in frequenza.

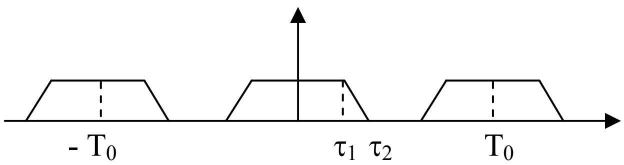
4) Spiegare come si passa dall'equazione alle differenze di ordine N alla descrizione di un sistema causale dello stesso ordine.
5) Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: $y(t) = |x(t)|^2$. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.

**27/01/2005**

1) Sia data la seguente funzione: $y(t) = |\sin 2\pi f_1 t|$ in cui $T_0 = \frac{T_1}{2}$ e $f_0 = 2f_1$, essendo $T_1$ il periodo della funzione sen(.) e $T_0$ il periodo della funzione y(t). Calcolare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier di y(t).
2) Un segmento di segnale passa banda, la cui banda B = 1 MHz e frequenza massima fmax = 10 MHz sia campionato su N = 1000 punti. Calcolare la lunghezza del segmento di segnale. Su quanti punti verrebbe campionato lo stesso segmento di segnale nell'ipotesi di campionamento alla frequenza di Nyquist?
3) Descrivere, fornendo esempi, il significato di segnale spontaneo e segnale indotto.
4) Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: $y(t) = |x(t)+1|^2$. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.

**15/02/2005**

1) Sia data la seguente funzione, in cui $\tau_2 \le T_0/2$:




2) Calcolare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier in funzione di $\tau_1$ e $\tau_2$. Graficare i coefficienti per n = 0,1,2 nel caso di $\tau_1 = T_0/4$ e $\tau_2 = T_0/2$.
3) Supponiamo di acquisire, mediante tecniche digitali, un segnale analogico per una durata tale da permettere, una volta trasformato con Fourier, di discriminare due componenti frequenziali a distanza di 1 Hz. La frequenza massima del segnale sia di 500 Hz. Quanto deve durare il segmento di segnale per ottenere la risoluzione cercata? Nel caso in cui la durata del segnale acquisito sia di 256 ms, è ancora possibile, ed eventualmente in che modo, ottenere la risoluzione in frequenza di 1 Hz?
4) Descrivere il significato di modello in bioingegneria e in quale modo è possibile realizzare modelli di sistemi reali.
5) Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: y(t) = $y(t) = \sqrt{|x(t) - 1|}$ . Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.

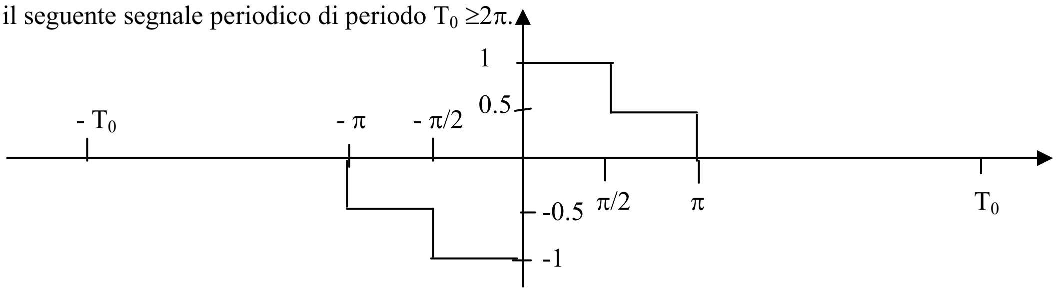
**06/06/2005**

1) Sia dato il seguente segnale periodico: $s(t) = e^{-t/\tau}$ definito tra $-T_0/2$ e $+T_0/2$, con periodo $T_0$. Calcolare i primi quattro coefficienti e graficare per $\tau = T_0$.
2) Un segmento di segnale passa banda, la cui banda B = 5 MHz e frequenza massima fmax = 10 MHz sia campionato su N = 10000 punti, nell'ipotesi di campionamento di Nyquist. Calcolare la lunghezza temporale del segmento di segnale. Quanto sarebbe la lunghezza temporale del segmento di segnale nell'ipotesi di campionamento per segnali passa banda?
3) Spiegare perché è importante conoscere la risposta impulsiva di un sistema di imaging per valutare il contenuto informativo di un'immagine e come la risposta impulsiva può essere migliorata (se necessario ricorrere ad un esempio).

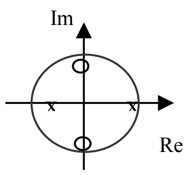
4) Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: $y(t) = [x(t)]^2+1$. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.
5) Descrivere le fasi attraverso le quali si progetta un filtro FIR con il metodo delle finestre, mettendo anche in evidenza il ruolo del numero di coefficienti e il tipo di finestra impiegata.
6) Descrivere la formula (nota come distribuzione binomiale) che mette in relazione la probabilità di k successi in n prove, cercando anche di dare un'interpretazione bioingegneristica.
7) Dimostrare che il momento del primo ordine 'valore medio' può essere spiegato in termini di predizione del valore corrente del campione estratto.
8) Un campione di 100 pazienti soggetto ad una terapia farmacologica contro l'arteriosclerosi ha avuto nell'arco di cinque anni un aumento medio di spessore della parete arteriosa di 0.2 mm e varianza 0.05. Sapendo che pazienti non sottoposti a terapia hanno avuto un aumento medio di 0.3 mm, ci si domanda se il minore aumento di spessore nel campione sottoposto a cura sia dovuto al caso oppure alla terapia.

**27/06/2005**

1) Sia dato il seguente segnale periodico di periodo $T_0 \geq 2\pi$.




2) Calcolare lo sviluppo in serie di Fourier e tracciare il grafico dei primi quattro coefficienti nei seguenti casi: $T_0 = 2\pi$ e $T_0 = 4\pi$.
3) Sia dato un segmento di segnale di durata T = 1s , il cui spettro frequenziale sia compreso tra 2 MHz e 5 MHz. Calcolare il numero di campioni su cui viene digitalizzato il segnale nell'ipotesi di applicare sia il teorema di Nyquist, sia la formula valida per segnali passa banda.
4) Classificare le bioimmagini sulla base della natura ionizzante e non ionizzante dell'energia impiegata per la loro formazione.
5) Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: $y(t) = [x(t)+1]^2$. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.
6) Sia data la seguente rappresentazione sul piano z di un filtro. Disegnare il modulo della funzione di trasferimento del filtro. Supponiamo ora di avvicinare i due poli all'origine degli assi:

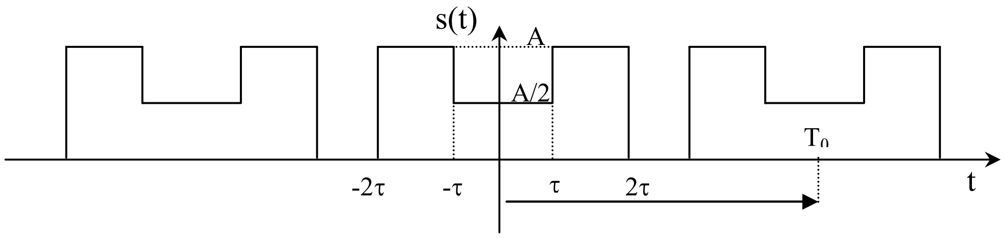



7) discutere comparativamente come si modifica la funzione di trasferimento del filtro.
8) Descrivere come si calcola il numero di raggruppamenti di k elementi prelevati da un insieme di n elementi (c.s.r.) nel caso in cui l'ordine tra gli elementi sia discriminante e nel caso in cui l'ordine non comporti differenza. Calcolare inoltre le probabilità di successi nei due casi.
9) Descrivere in formule il teorema di Bayes, avendo cura di spiegare il significato delle singole probabilità che compaiono nella formula.

10) Si consideri un campione di cavie la cui varianza tra le risposte sia determinata in funzione del livello di confidenza $\alpha$ e della larghezza dell'intervallo di confidenza, sulla base del seguente ragionamento: si fissi il numero delle cavie a 20 e il livello di confidenza $\alpha$ al 95% ($c = \pm 1.96$). Si chiede di determinare la numerosità del campione in modo da mantenere lo scostamento dal valore medio (errore rispetto alla media) a valori $\leq$ 0.05.

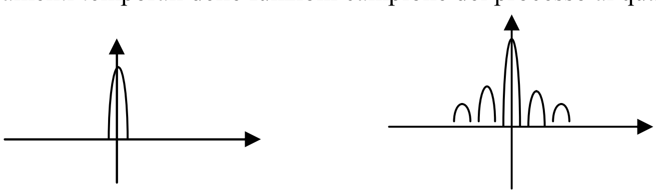
**18/07/2005**

1) Calcolare lo sviluppo in serie di Fourier, in funzione di $\tau$ e A, del seguente segnale periodico di periodo $T_0$.




2) Rappresentare in modulo e fase, e parte reale e immaginaria i coefficienti dello sviluppo $S_n$ per n=-3,-2,-1,0,1,2,3 nel caso $\tau = T_0/4$ e A=1.
3) Sia dato un segmento di segnale campionato a frequenza di 1 MHz utilizzando il campionamento valido per segnali passa-banda. Discutere quali valori di banda del segnale sono ammissibili con tale frequenza di campionamento. Calcolare il numero di punti su cui è campionato il segnale nell'ipotesi che il segnale abbia una banda compresa tra 400 e 500 KHz e la durata del segmento di segnale sia di 1 s.
4) Spiegare le analogie e le differenze tra equazioni differenziali e equazioni alle differenze per un sistema di ordine n., fornendo anche un esempio.
5) Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: $y(t) = [x(t-\tau)]$. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.

6) Spiegare il significato e l'uso della trasformata di Hilbert. Discutere l'effetto del troncamento sulla risposta impulsiva del filtro di Hilbert nel dominio della frequenza.
7) Discutere la formula del coefficiente di correlazione tenendo conto dell'intervallo dei valori su cui è definito. Discutere l'analogia eventuale tra coefficiente di correlazione e covarianza.
8) Spiegare il significato di intervallo di confidenza in un problema statistico.
9) Discutere i seguenti andamenti della funzione di correlazione per un processo stazionario, mettendo in evidenza possibili andamenti temporali delle funzioni campione del processo al quale i grafici si riferiscono.



**Settembre 2005**

1) Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dati seguenti coefficienti

$$S_n = j\left(\frac{A}{\pi n}(cos(\pi n))^n - \frac{2}{(\pi n)^2}sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)\right)$$ per n≠0 e $S_n$=0 per n=0.

Dire se il segnale s(t) è:

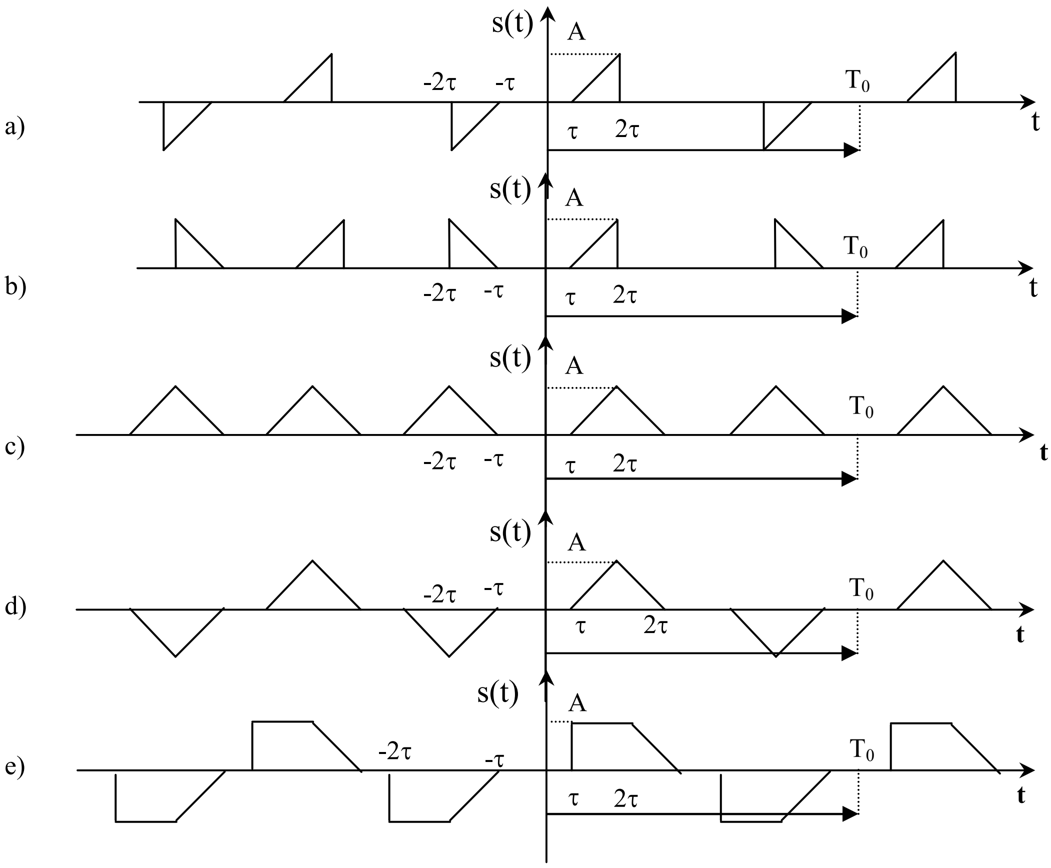
a. Reale
b. Complesso
c. Presenta
d. Simmetria Pari
e. Simmetria Dispari
f. Non presenta simmetrie

Motivare le risposte date.

Tracciare i grafici modulo-fase e parte reale-parte immaginaria dei coefficienti $S_n$ per n=±1,±2,±3

Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=±2, all'istante t=0

2) Indicate tra i seguenti segnali quale secondo voi possiede lo sviluppo in serie di Fourier descritto dai coefficienti Sn dell'esercizio precedente e motivare la scelta fatta:




3) Partendo dalla definizione di funzione impulsiva, derivare matematicamente la risposta impulsiva di un sistema biomedico.
4) Sia dato un segmento di segnale di durata T = 1s , il cui spettro frequenziale sia compreso tra 0 MHz e 5 MHz. Calcolare il numero di campioni su cui viene digitalizzato il segnale nell'ipotesi di applicare il teorema di Nyquist. Supponendo di filtrare il segnale con un filtro ideale passa alto alla frequenza di taglio di 3 MHz, Qual è la nuova frequenza di campionamento ottimale?

5) Spiegare il significato di sensibilità e specificità in un problema di messa a punto di un test diagnostico.
6) Spiegare il significato di funzione di autocorrelazione di un processo stazionario fornendo esempi di funzioni di autocorrelazione e dei processi che rappresentano.
7) Spiegare il significato della matrice di covarianza in un problema di analisi di dati multivariati.
8) Supponendo di disporre di un campione di n = 20 cavie di cui si conosce la media della popolazione dalla quale sono state estratte. Spiegare quale variabile standardizzata si deve usare e perchè in un problema di test delle ipotesi.

**Novembre 2005**

Esercizio 1.

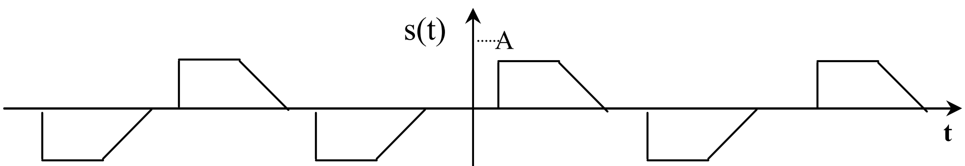
Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dati seguenti coefficienti

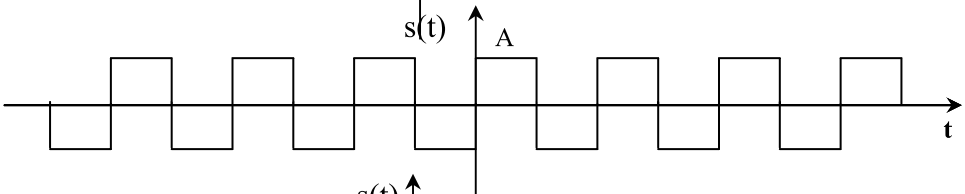
$S_n = -j\frac{A}{\pi n}\left(\cos(\pi n) - 1\right)$ per n≠0 e $S_n$=0 per n=0.

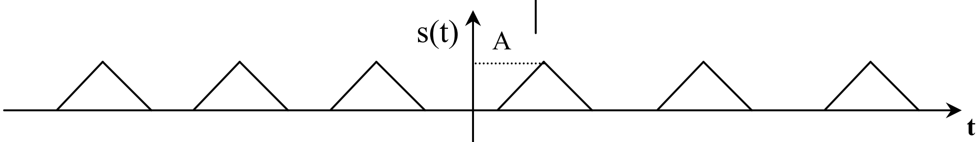
1) Dire se il segnale s(t) è
□ Reale
□ Complesso
2) Presenta
□ Simmetria Pari
□ Simmetria Dispari
□ Non presenta simmetrie
Motivare le risposte date.
3) Tracciare i grafici modulo-fase e parte reale-parte immaginaria dei coefficienti $S_n$ per n=±1,±2,±3,±4

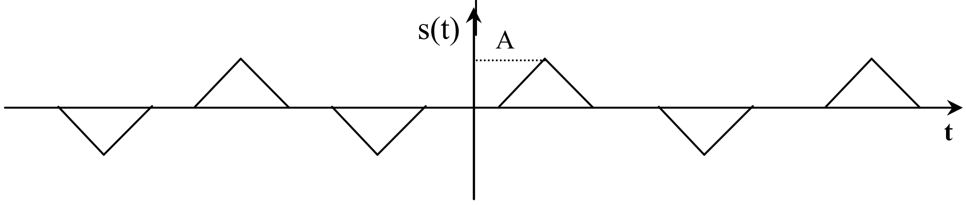
4) Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=±3, all'istante t=0

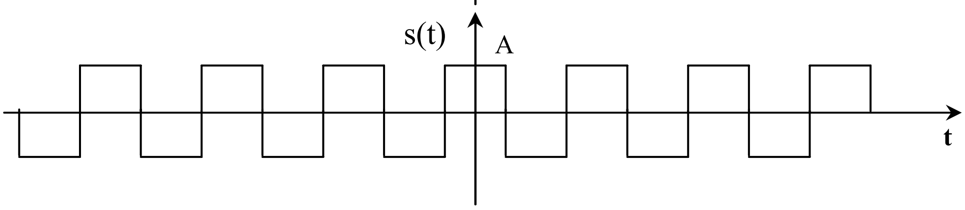
5) Indicate tra i seguenti segnali quale secondo voi possiede lo sviluppo in serie di Fourier descritto dai coefficienti dati e perché:

a)



b)



c)


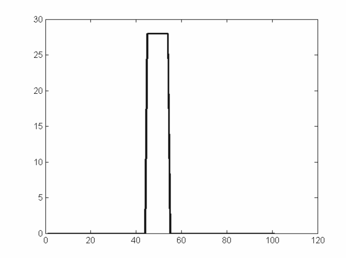

d)



e)


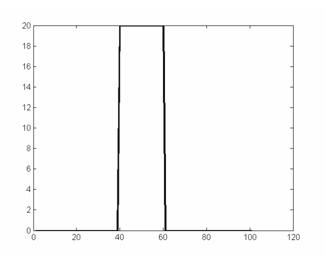
Esercizio 2

Le figure a) e b) mostrano due segnali tempo continui con la stessa energia. Le figure 1) e 2) mostrano il modulo della TCF dei segnali suddetti.
Associate i segnali con le rispettive trasformate e spiegate perché.

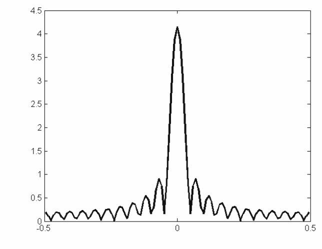
a)



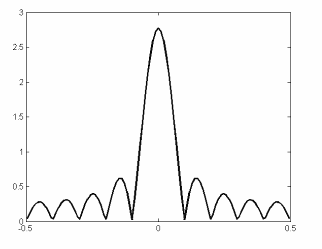

b)




1)




2)

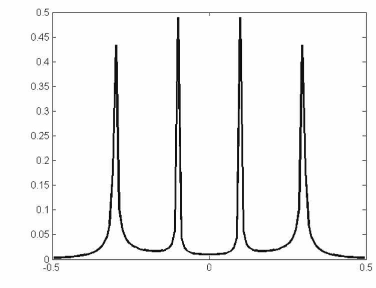



Esercizio 3

Le figure 1 e 2 mostrano gli spettri in modulo e fase di due segnali s1(t) e s2(t).
Dire per ognuno di essi se si tratta dello spettro di un segnale reale. Motivare la risposta.

Figura 1

|S1(f)|




∠S1(f)

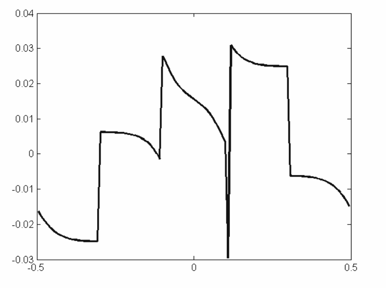
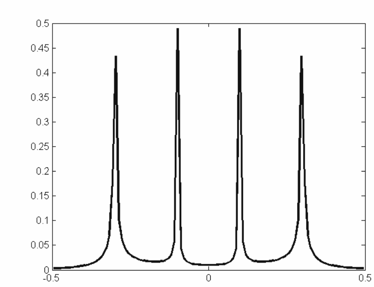
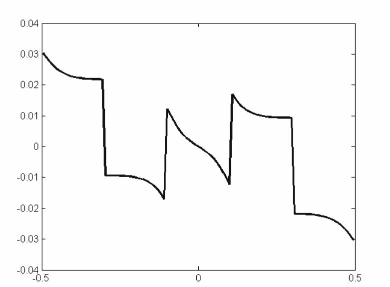



Figura 2

|S2(f)|

∠S2(f)





**10/01/2006**

1. Descrivere come si generano le bioimmagini, il tipo di energia impiegata e il significato di risoluzione spaziale.
2. Sia dato un segmento di segnale campionato a frequenza fc = 10 MHz utilizzando il campionamento valido per segnali passa-banda. Discutere quali valori di banda del segnale sono ammissibili con tale frequenza di campionamento. Inoltre, sempre utilizzando il campionamento per segnali passa banda, calcolare il numero minimo di punti su cui dovrà essere campionato un segnale la cui banda sia compresa tra 3 e 5 MHz e la durata del segmento di segnale sia di 1 s.
3. Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dati seguenti coefficienti

$$\boldsymbol{S_n} = \boldsymbol{A}\frac{\sin^2\left(\frac{\pi \boldsymbol{n}}{2}\right)}{\left(\frac{\pi \boldsymbol{n}}{2}\right)^2} - \frac{\boldsymbol{A}}{2}\frac{\sin\left(\frac{\pi \boldsymbol{n}}{2}\right)}{\left(\frac{\pi \boldsymbol{n}}{2}\right)} + \boldsymbol{jA}\cos\left(\boldsymbol{n}\pi + \frac{\pi}{2}\right)$$

a) Dire se il segnale s(t) è
- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

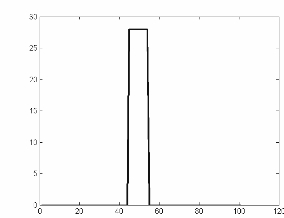
Motivare le risposte date.

c) Tracciare i grafici modulo-fase e parte reale-parte immaginaria dei coefficienti $S_n$ per n=0,±1,±2,±3

d) Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=±1, all'istante t=$T_0$/8

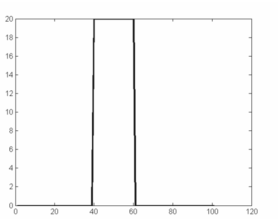
4. Le figure a) e b) mostrano due segnali tempo continui con la stessa energia. Le figure 1) e 2) mostrano il modulo della TCF dei segnali suddetti. Associate i segnali con le rispettive trasformate e spiegate perché.

a)

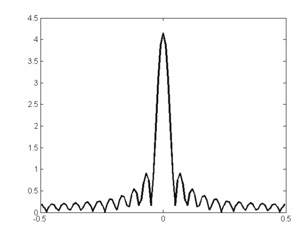
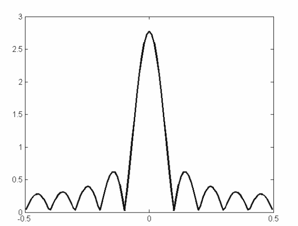


1)

b)



2)

5. Spiegare il significato e l'importanza delle curve ROC nella messa a punto di un test diagnostico.
6. Spiegare come si calcola la funzione di covarianza e interpretare il coefficiente di correlazione nel caso di $\rho = 0.2$ e $\rho = 0.9$.
7. Rappresentare in termini di equazioni alle differenze un sistema di ordine n introducendo le condizioni di causalità del sistema. Rappresentare in formule un filtro FIR e un filtro IIR.
8. Spiegare come si calcola e come si interpreta la funzione di correlazione di un processo stazionario e di uno non stazionario.

**18/01/2006**

Esercizio 1. Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dati seguenti coefficienti

$S_n = -j\frac{8}{\pi n}\sin^2\left(\frac{\pi n}{8}\right)$ per $n \neq 0$ e $S_n = 0$ per n=0.

1) Dire se il segnale s(t) è

□ Reale
□ Complesso
□

2) Presenta

□ Simmetria Pari
□ Simmetria Dispari
□ Non presenta simmetrie

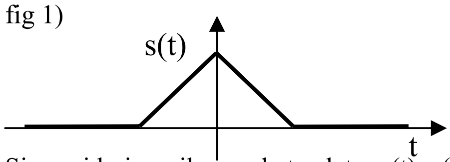
<u>Motivare le risposte date.</u>

3) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti $S_n$ per n=±1,±2

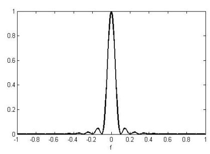
4) Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+4 e n=-4, all'istante $t=T_0/8$

Esercizio 2 Il segnale s(t) in figura 1 possiede modulo e fase della TCF rappresentati rispettivamente in figura 2.a e 2.b

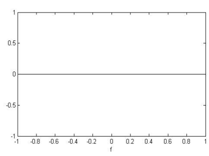
fig 1)



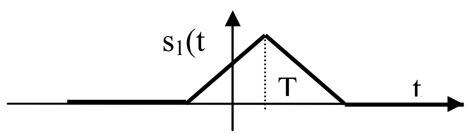

2.a Mod



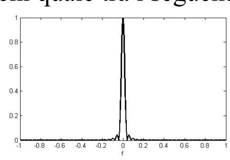
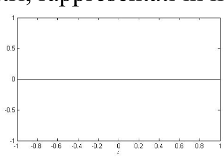
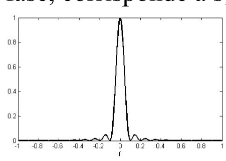
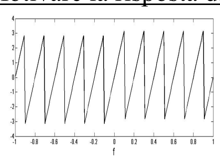
2.b Fase

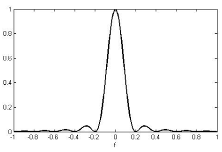
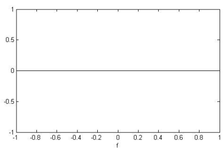
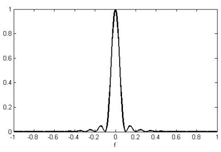
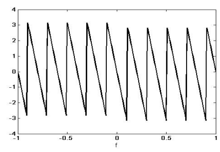


Si consideri ora il segnale traslato $s_1(t)=s(t-T)$ di figura 3 Fig. 3




Si indichi quale tra i seguenti spettri, rappresentati in modulo e fase, corrisponde a $s_1(t)$. <u>Motivare la risposta data</u>

A) |.|  ∠  B) |.|  ∠ 

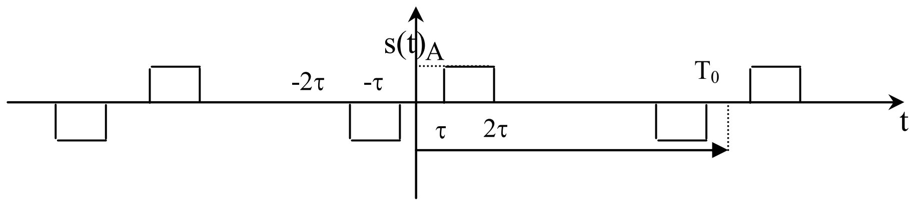
C) |.|  ∠  D) |.|  ∠ 

Esercizio 3. Descrivere, fornendo anche esempi, le differenze fondamentali tra dato, segnale temporale e immagine biomedica. Spiegare quali di queste sono in grado di descrivere fenomeni dinamici.

Esercizio 4. Un segnale analogico della durata T = 2 sec e la cui frequenza massima $f_M$ = 2 MHz viene campionato alla frequenza di Nyquist. Il segnale digitale entra in un filtro la cui risposta impulsiva è descritta mediante N = 128 campioni. Calcolare il numero di campioni del segnale in uscita dal filtro.

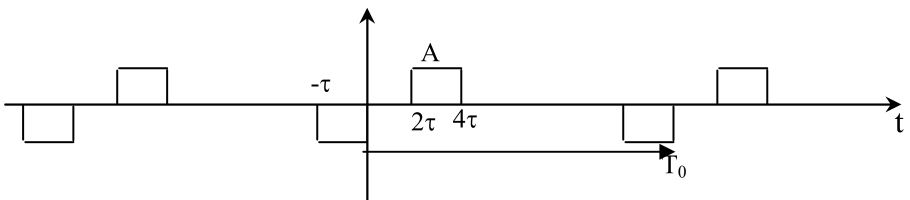
**25/01/2006**

1. Descrivere le differenze fondamentali tra dato, segnale temporale e immagine biomedica. Fornire esempi nei tre casi.
2. Un segnale discreto la cui frequenza è compresa tra 0 e 4 KHz, entra in un filtro digitale la cui risposta impulsiva è descritta da una funzione esponenziale descrescente, la cui durata temporale è di 0,5 msec. Sapendo che la durata di un segnale è inversamente proporzionale alla propria banda, spiegare: - quale sarà l'effetto del filtro sul segnale; - quale sarebbe la frequenza di campionamento del segnale filtrato nell'ipotesi di applicare il campionamento per segnali passa banda.
3. Calcolare lo sviluppo in serie di Fourier, in funzione di $\tau$ e A, del seguente segnale periodico di periodo $T_0$.




Rappresentare in modulo e fase i coefficienti dello sviluppo $S_n$ per n=-2,-1,0,1,2 nel caso $\tau = T_0/4$ e A = 1

4. Utilizzare il teorema del ritardo per trovare il valore dei coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier del seguente segnale.




Sapete dire in cosa differisce lo spettro del segnale precedente rispetto a quest'ultimo?

5. Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: $y(t) = x(t-t_0) +1$, essendo $t_0$ il ritardo introdotto dal sistema. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.
6. Spiegare cos'è e come si interpreta la densità di probabilità di una variabile aleatoria e se ed eventualmente come possa essere messa in relazione al momento di una variabile aleatoria.
7. Spiegare le fasi attraverso le quali si realizza un test diagnostico, mettendo in evidenza il significato di sensibilità e specificità del test.
8. Interpretare l'andamento oscillatorio smorzato della funzione di autocorrelazione di un processo stazionario.

**2/2/2006**

Esercizio 1. Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dati seguenti coefficienti

$S_n = \frac{4}{n^2} - j\frac{4\pi}{n}$ per n≠0 e $S_0 = \frac{4\pi^2}{3}$

a) Dire se il segnale s(t) è

□ Reale

□ Complesso

b) Presenta

□ Simmetria Pari

□ Simmetria Dispari

□ Non presenta simmetrie

**Motivare le risposte date.**

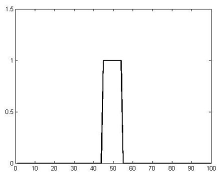
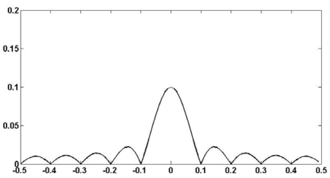
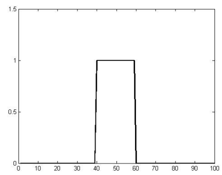
c) Tracciare i grafici modulo-fase coefficienti $S_n$ per n=±1,±2

Esercizio 2. Considerato il fasore $s(t) = e^{j\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}$. Considerare la traiettoria del fasore sul piano complesso.

a) Indicare per quali valori di t>0 avvengono i primi passaggi del fasore sull'asse reale.

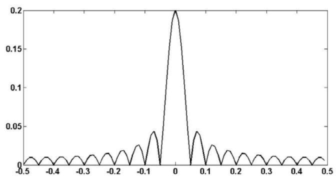
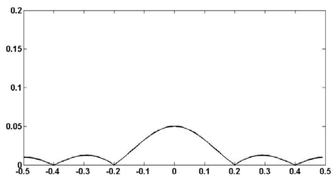
b) Indicare la posizione del fasore sul piano complesso per t=0 e t=1/4

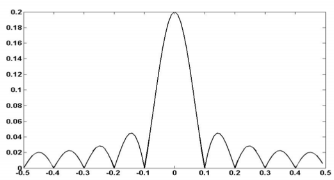
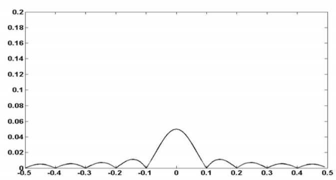
Esercizio 3. Il segnale in figura 1 possiede il modulo della TCF rappresentato in figura 2.

Fig 1  Fig 2  Fig 3 

Si indichi quale dei seguenti spettri di ampiezza corrisponde al segnale di figura 3.

**Motivare le risposte date.**

A)  B) 

C)  D) 

Esercizio 4. Un segnale discreto la cui banda è di 4 KHz centrata alla frequenza $f_0$ = 3 KHz viene convoluto con una forma d'onda (che simula un sistema) la cui banda è compresa tra 0 e 3 KHz. Calcolare la frequenza di campionamento del segnale convoluto nell'ipotesi di applicare il campionamento per segnali passa banda.

Esercizio 5. Dire in quali intervalli di lunghezza d'onda viene sfruttata l'energia elettromagnetica e ultrasonica per generare le bioimmagini.

**8/2/2006**

Esercizio 1. Il segnale s(t), periodico possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dati seguenti coefficienti

$$\boldsymbol{S_n} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\boldsymbol{n}} + \boldsymbol{j}\frac{cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\boldsymbol{n}}\right)$$ per $n\neq 0$ e $S_n$=0 per n=0.

1) Dire se il segnale s(t) è
- □ Reale
- □ Complesso
- □

2) Presenta
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

<u>Motivare le risposte date.</u>

3) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti $S_n$ per $n=\pm 1,\pm 2$

4)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n \frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=1 e n=2, all'istante $\boldsymbol{t} = \frac{3}{4}\boldsymbol{T}_0$

Esercizio 2 Le figure 1 e 2 mostrano gli spettri in modulo e fase di due segnali s1(t) e s2(t).
Dire per ognuno di essi se si tratta dello spettro di un segnale reale. Motivare la risposta.

Fig. 1 |S1(f)| ∠S1(f)

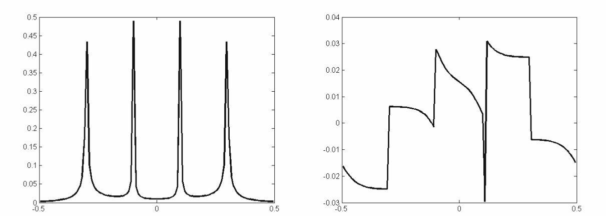
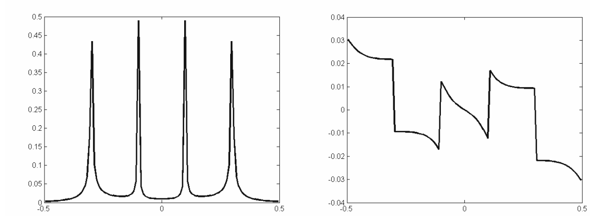


Fig. 2 |S2(f)| ∠S2(f)



Esercizio 3. Un segnale discreto la cui banda è di 4 KHz centrata alla frequenza $f_0$ = 3 KHz entra in un filtro la cui banda è compresa tra 0 e 3 KHz. Calcolare la frequenza di campionamento del segnale in uscita dal filtro nell'ipotesi di applicare il campionamento per segnali passa banda.

Esercizio 4. Dire in quali intervalli di lunghezza d'onda viene sfruttata l'energia elettromagnetica e ultrasonica per generare le bioimmagini.

Esercizio 5. Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: $y(t) = [x(t)]^3+1$. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.

Esercizio 6. Descrivere le fasi attraverso le quali si progetta un filtro FIR con il metodo delle finestre, mettendo in evidenza come le diverse finestre influenzano la risposta del filtro.

Esercizio 7. Discutere il concetto di stazionarietà ed ergodicità per un processo stocastico. Dire cosa comporta la perdità di stazionarietà nel calcolo del momento del secondo ordine.

Esercizio 8. Descrivere le fasi attraverso le quali si realizza un modello in bioingegneria.

16/02/06 Esercizio 1. Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dati seguenti coefficienti

$$S_n = \frac{(-1)^n}{1-4n^2} - j\frac{\sin(n\pi)}{n\pi}$$

a) Dire se il segnale s(t) è

- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta

- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

**Motivare le risposte date.**

c) Tracciare i grafici modulo-fase coefficienti $S_n$ per n=±1,±2

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, del fasore relativo a n=+2 agli istanti t=0 e t=$T_0$/8

Esercizio 2. Nelle figure 1, 2 e 3 sono rappresentate tre sequenze tempo discrete. Associate ad ogni andamento temporale il corrispettivo modulo della TDF tra quelli rappresentati nelle figure a,b e c

Fig1

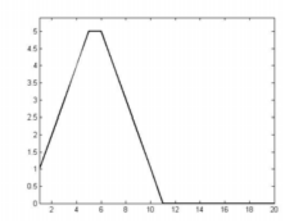


Fig2

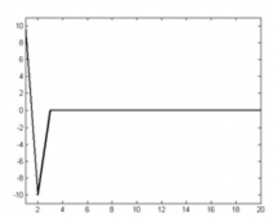
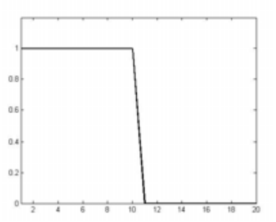
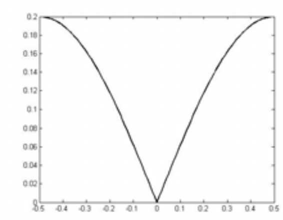


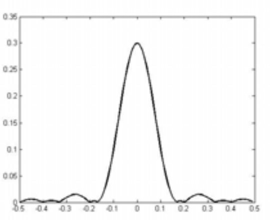
Fig3



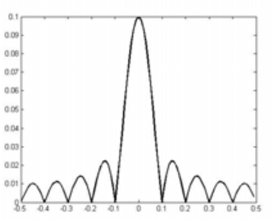
a)



b)



c)



**Motivare le risposte date.**

Esercizio 3. Un segnale discreto la cui banda è di 4 KHz centrata alla frequenza $f_0$ = 3 KHz viene convoluto con una forma d'onda (che simula un sistema) la cui banda è a priori incognita. Sappiamo però che il segnale dopo l'operazione di convoluzione ha una banda compresa tra 4 e 5 KHz. Dire quale delle due risposte è compatibile con la soluzione del problema e spiegarne il motivo: a) il segnale che rappresenta il sistema ha banda compresa tra 4 e 8 KHz; b) il segnale che rappresenta il sistema ha banda compresa tra 0 e 5 KHz

Esercizio 4. Spiegare il significato di lunghezza d'onda e dire quali tecniche per immagine si trovano a lunghezza d'onda inferiore al visibile.

**27/04/2006**

**I parte**

1) Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier con parte reale e immaginaria rispettivamente uguali a

$R_n = (-1)^n \dfrac{8}{n^2}$, per $n \neq 0$ e $R_0 = 0$ e $I_n = -\dfrac{2\pi}{n}$, per $n \neq 0$ e $I_0 = 0$ a) Dire se il segnale s(t) è

- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta

- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

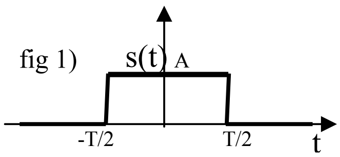
<u>Motivare le risposte date.</u>

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2

d) Considerata lo sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n \frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+4 e n=-4, all'istante t=$T_0$/16

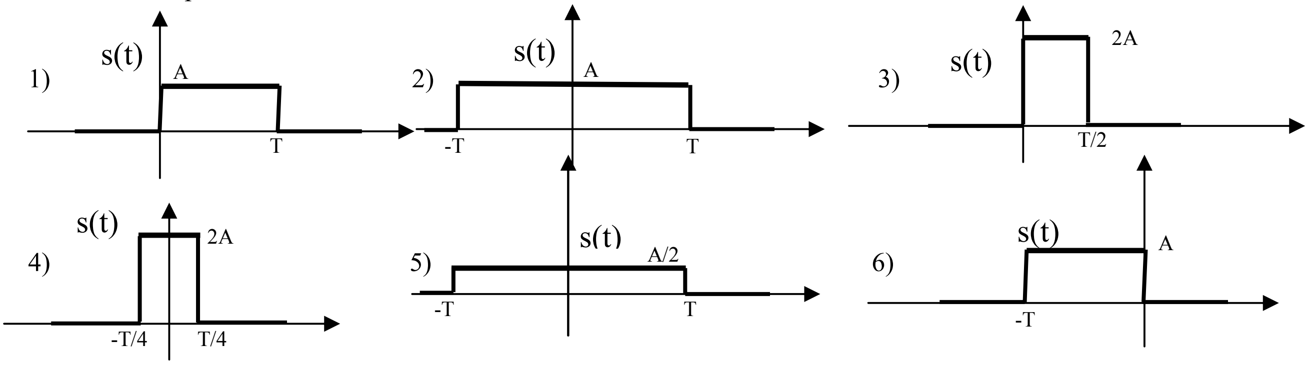
2) Il segnale s(t) in figura 1 possiede TCF data da *S(f)*

fig 1)




Indicare quali tra i seguenti segnali si ottengono dall'antitrasformata di: a) $S(f)e^{-j2\pi fT/2}$ b) $S(f/2)$

<u>Motivare le risposte date.</u>



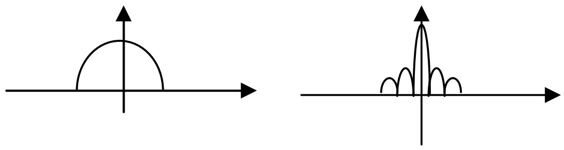

Sia dato un segmento di segnale di lunghezza T = 1 ms, campionato su N = 512 punti utilizzando la frequenza di campionamento di Nyquist. Allo scopo di migliorare la risoluzione in frequenza quando si applica la TDF, si effettui l'operazione di zero-padding sul segmento di segnale utilizzando 512 zeri. a) Calcolare la frequenza massima del segmento di segnale. b) Calcolare il valore di Δf prima e dopo l'operazione di zero padding; dire inoltre se due segnali ideali la cui separazione in frequenza sia pari a 0.5*Δf sono risolti nello spettro di ampiezza.

Descrivere le fasi che portano a trasformare un segnale continuo in uno discreto per quanto riguarda l'ampiezza e il tempo, mettendo in evidenza i criteri alla base della discretizzazione.

**II parte**

1) Descrivere in formule il teorema di Bayes e spiegare il significato di sensibilità e specificità di un test diagnostico.
2) Spiegare in che cose consiste il metodo delle finestre nella progettazione di filtri FIR e discutere comparativamente le seguenti finestre: rettangolare, blackman

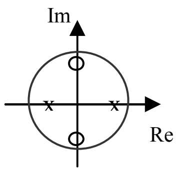
3) Spiegare il significato di test delle ipotesi e dire quali sono i dati di cui devo disporre per rendere applicabile il test.
4) Discutere i seguenti andamenti della funzione di correlazione per un processo stazionario, disegnando in modo qualitativo gli andamenti temporali delle funzioni campione dei processi ai quali i grafici si riferiscono.



**29/05/06**

II parte

9) Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: y(t) = t[x(t)]. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.
10) Sia data la rappresentazione sul piano z di un filtro come riportato in figura. Disegnare in modo qualitativo il modulo della funzione di trasferimento del filtro.




Supponiamo ora di avvicinare i due poli al cerchio unitario muovendosi sull'asse reale e di spostare gli zeri nell'origine degli assi. Rappresentare il nuovo modulo e discutere comparativamente i risultati.

11) Descrivere in formule e spiegare il significato di momento congiunto centrale per due variabili aleatorie. Spiegare come il calcolo di tale momento possa essere applicato allo studio di un processo stazionario del secondo ordine.
12) Spiegare il significato di 'test delle ipotesi' e riportare un esempio di come si applica in un contesto sperimentale.

I parte

**Esercizio 1.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier con parte reale e immaginaria rispettivamente uguali a

$$S_n = \frac{\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2} + \mathrm{j}\frac{\sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\pi n}, \text{ per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0.5$$

a) Dire se il segnale s(t) è
□ Reale
□ Complesso

b) Presenta
□ Simmetria Pari
□ Simmetria Dispari
□ Non presenta simmetrie

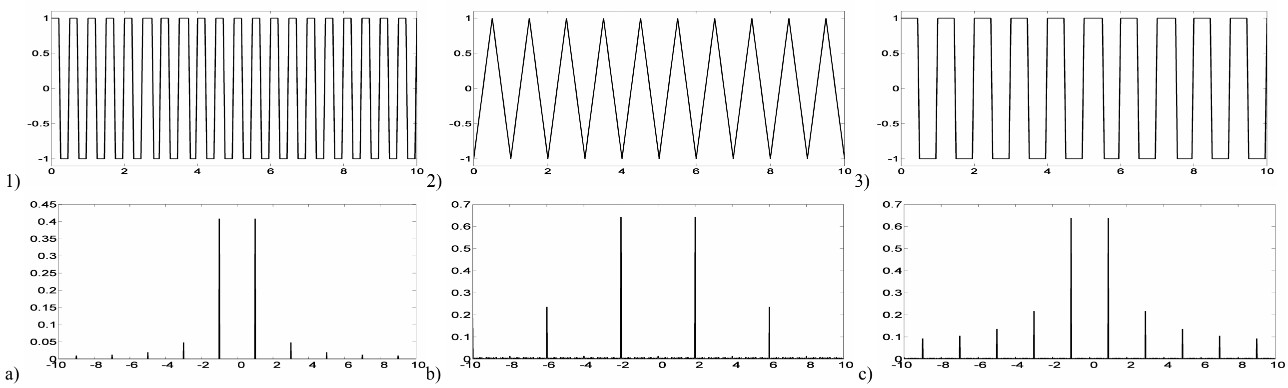
**<u>Motivare le risposte date.</u>**

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2, ,±3

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+2 e n=-2, all'istante t=$T_0$/8

**Esercizio 2** Associare ciascuno degli andamenti temporali nelle figure 1, 2 e 3 con i rispettivi spettri di ampiezza descritti in a,b e c. L'unità di misura temporale è il secondo, quella frequenziale l'hertz.

**<u>Motivare le risposte date.</u>**




**Esercizio 3.** Supponiamo di acquisire (campionare) un segnale analogico sinusoidale su 1000 campioni discreti, alla frequenza di Nyquisit. La frequenza massima del segnale sia di 500 Hz. Qual è la durata del segnale temporale?. Supponendo ora di acquisire un numero doppio di campioni, che cosa eventualmente cambia in: risoluzione in frequenza, frequenza massima del segnale, frequenza di campionamento?

**Esercizio 4.** Spiegare il contesto in cui si parla di convoluzione circolare e dire quali sono i problemi che genera ed eventuali rimedi.

**20/06/06**

I parte

**Esercizio 1.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier con parte reale e immaginaria rispettivamente uguali a

$$S_n = \frac{4\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n} - j\frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2}, \text{ per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

a) Dire se il segnale s(t) è
□ Reale
□ Complesso

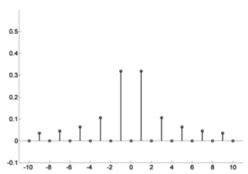
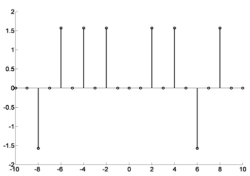
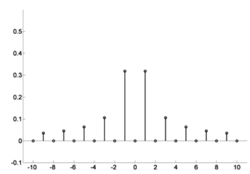
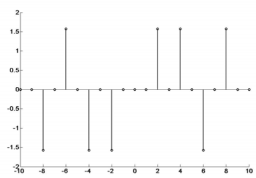
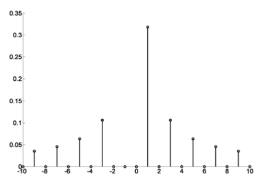
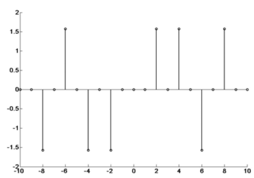
b) Presenta
□ Simmetria Pari
□ Simmetria Dispari
□ Non presenta simmetrie

**<u>Motivare le risposte date.</u>**

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2, ±3

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+3 e n=-3, all'istante t=$T_0$/6

**Esercizio 2** Nelle figure 1, 2 e 3 vengono mostrati il modulo e la fase dei coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier di un segnale periodico. Dire quali sono relativi ad un segnale reale.
**<u>Motivare le risposte date.</u>**

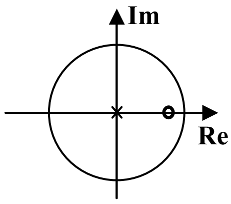
1) |.|

∠

2) |-|

∠

3) |.|

∠


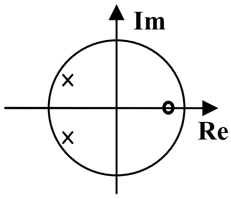
**Esercizio 3.** Supponiamo di dover acquisire un segnale passa banda la cui banda sia compresa tra 1.5 e 2 MHz. Calcolare la minima frequenza di campionamento valida per segnali passa banda. Supponiamo ora di estendere la banda del segnale fino a comprendere 0 e 2 MHz: discutere comparativamente i risultati che si ottengono applicando la formula di Nyquist e quella valida per segnali passa banda.

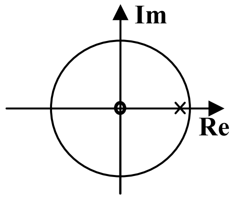
**Esercizio 4.** Spiegare quali sono le differenze fondamentali che si riscontrano nell'uso di sorgenti di energia elettromagnetica e ultrasonica per generare immagini mediche.

II parte

- Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: y(t) = |t·x(t)|. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.
- Siano date le seguenti rappresentazioni sul piano z di alcuni filtri tempo discreti. Dire se e quali tra i filtri a, b e c sono filtri di tipo Passa Basso. Indicare inoltre quali di questi filtri sono di tipo FIR.

a)


b)


c)



- Spiegare e rappresentare con formule, il concetto di indipendenza statistica e di incorrelazione tra due variabili aleatorie. Inoltre dire se l'indipendenza statistica implica l'incorrelazione o viceversa e perché.
- In un problema di analisi statistica multivariata, descrivere il significato dello stimatore 'matrice di covarianza', e del significato dei termini situati sulla diagonale principale. Spiegare inoltre come si passa da uno stimatore, per esempio il valore medio, ad una variabile standardizzata (vedi come esempio la variabile T).

**10/07/06**

**I parte**

**Esercizio 1.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier con parte reale e immaginaria rispettivamente uguali a

$$S_n = \frac{(-1)^n - \cos(\pi n)}{n^2} + \mathrm{j}\frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2}, \text{ per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

a) Dire se il segnale s(t) è
- □ Reale
- □ Complesso

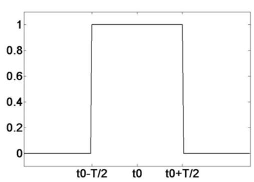
b) Presenta
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

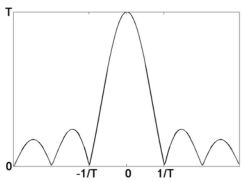
**<u>Motivare le risposte date.</u>**

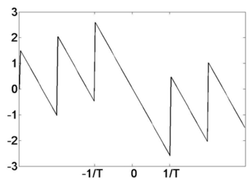
c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2, ,±3

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+3 e n=-3, all'istante $t=T_0/12$

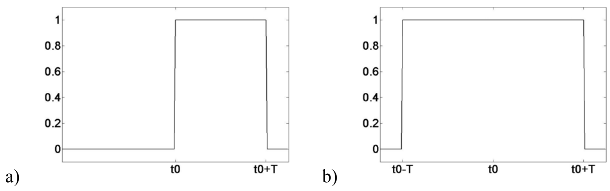
**Esercizio 2** Dato il segnale di figura 1, e i relativi spettri di ampiezza e fase riportati nelle figure 2 e 3, tracciare gli spettri di ampiezza e fase dei segnali nelle figure a e b. **<u>Motivare le risposte date.</u>**



1)


2)


3)



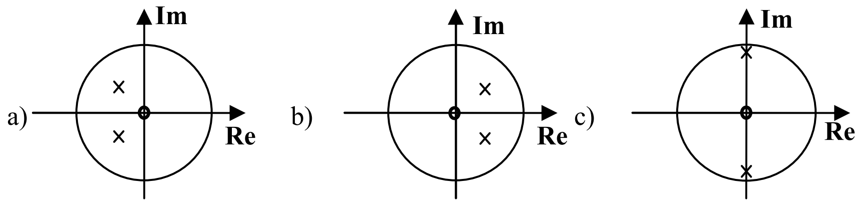

**Esercizio 3.** Sia dato un segmento di segnale di durata T = 1s , il cui spettro frequenziale sia compreso tra 2 MHz e 5 MHz. Calcolare il numero di campioni su cui viene digitalizzato il segnale nell'ipotesi di utilizzare la frequenza di campionamento più bassa tra quelle ammissibili per segnali passa banda. Supponendo di filtrare il segnale con un filtro ideale passa alto alla frequenza di taglio di 4 MHz; Qual è la nuova frequenza di campionamento minima?

**Esercizio 4**. Siano dati due segnali di uguale durata temporale e con la medesima frequenza masssima, di cui uno campionato alla frequenza f1 e l'altro alla frequenza doppia di f1. Dire se è possibile effettuare il prodotto tra le trasformate di Fourier dei due segnali. Giustificare la risposta nei due casi possibili.

**II parte**

**Esercizio 1.** Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: $y(t) = |x(t)^t|$. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.

**Esercizio 2** Siano date le seguenti rappresentazioni sul piano z di alcuni filtri tempo discreti. Specificare le caratteristiche in frequenza per ogni filtro. Dire quale tra i filtri a,b e c è più selettivo e perché.




**Esercizio 3.** Spiegare quali sono le differenze tra probabilità a priori, probabilità condizionata e probabilità a posteriori ed esprimere il loro legame in formule.

**Esercizio 4**. Dire come si definiscono la risposta impulsiva e la funzione di trasferimento di un sistema lineare. Portare un esempio di andamento di risposta impulsiva e di corrispondente funzione di trasferimento (per esempio nel caso di filtro passa banda o passa basso).

**18/09/2006**

**I parte**

**Esercizio 1.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier con parte reale e immaginaria rispettivamente uguali a

$$S_n = \frac{\cos(\pi n) - 1}{n^2} - j\frac{2}{n}, \text{ per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

a) Dire se il segnale s(t) è
- □ Reale
- □ Complesso

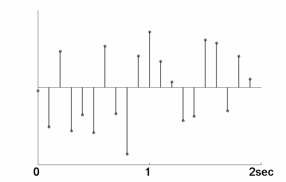
b) Presenta
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

**Motivare le risposte date.**

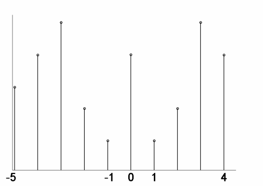
c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2, ±3

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+1 e n=-1, all'istante t=$T_0$/8

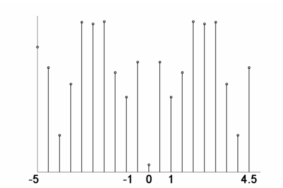
**Esercizio 2** Dato il segnale tempo discreto di figura 1, dire quale è lo spettro di ampiezza corrispondente ottenuto tramite TDF, tra quelli rappresentati nelle figure a, b e c (le ascisse sono in Hz). Dire inoltre quali specifiche dovrebbero essere osservate per ottenere i rimanenti spettri. __**Motivare le risposte date.**__



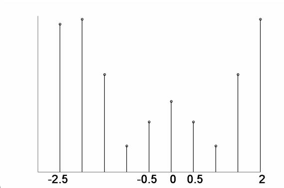
1)



a)



b)



c)

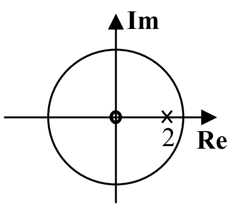
**Esercizio 3.** Sia dato un vettore di 512 campioni la cui durata sia T = 1s. Sappiamo che metà dei punti sono ottenuti dal campionamento di un segnale analogico, mentre l'altra metà è composta da zeri a seguito dell'operazione di zero padding. Dire Qual è il valore della frequenza di campionamento del segnale e il valore Δf di risoluzione in frequenza.

**Esercizio n. 4.** Descrivere quali informazioni si possono estrarre da misure monodimensionali (segnali) e bidimensionali (immagini).

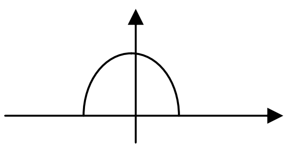
**II parte**

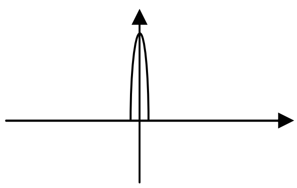
**Esercizio 1.** Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: $y(t) = |x(t)^2|$. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.

**Esercizio 2** Sia data la seguente rappresentazione sul piano z di un filtro tempo discreto. Specificare le caratteristiche in frequenza del filtro. Descrivere come variano le caratteristiche del filtro se l'argomento dei poli viene variato di : a) π/2 radianti b) π radianti. N.B. la posizione dei poli deve essere tale da garantire una risposta impulsiva reale.




**Esercizio n. 3**. Spiegare quali sono le differenze in termini di contenuto frequenziale tra due processi caratterizzati dalle funzioni di correlazione rappresentati nelle seguenti figure:





Dire se i due processi possiedono un qualche grado di periodicità ed eventualmente giustificare.

**Esercizio n. 4**.
Supponiamo di disporre di misure su due variabili aleatorie i cui risultati siano tra loro incorrelati. Dire quanto deve valere il coefficiente di correlazione. Supponiamo ora che i dati siano invece tali che quando i valori assunti da una variabile aumentano quelli relativi alla seconda variabile diminuiscono e ciò accada con un grado di correlazione elevata. Dire Qual è il segno del coefficiente di correlazione e riportare un valore assoluto che sia ragionevole.

**06/12/2006**

**Esercizio 1.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier con parte reale e immaginaria rispettivamente uguali a

$S_n = \mathrm{j}\dfrac{\sin\left(\frac{\pi n}{4}\right)}{n^2}$, per $n \neq 0$ e $S_0 = 0$ a) Dire se il segnale s(t) è

- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta

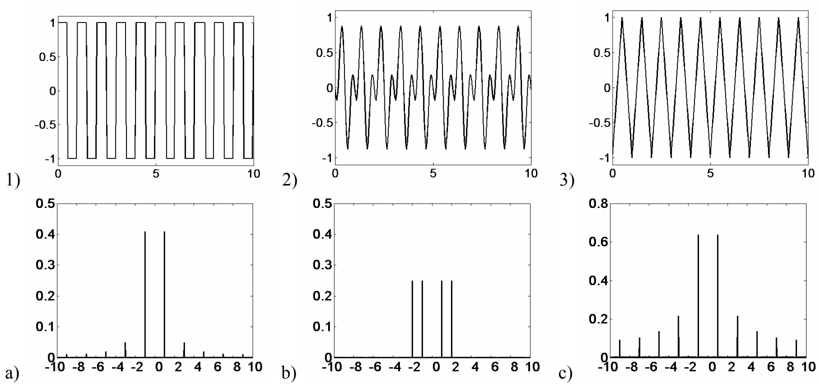
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

**<u>Motivare le risposte date.</u>**

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2, ,±3

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+2 e n=-2, all'istante t=$T_0$/8

**Esercizio 2** Associare ciascuno degli andamenti temporali nelle figure 1, 2 e 3 con i rispettivi spettri di ampiezza descritti in a,b e c. L'unità di misura temporale è il secondo, quella frequenziale l'hertz. **<u>Motivare le risposte date.</u>**




**Esercizio 3.** Sia dato un segnale la cui banda è compresa tra 2 e 3 MHz. Calcolare la minima frequenza di campionamento del segnale.
Calcolare il numero di punti del vettore campionato affinché la risoluzione in frequenza Δf sia par a 100 KHz.

**Esercizio n. 4.** Descrivere la differenza tra segnale spontaneo e segnale indotto e quali sono le informazioni che ciascuno e in grado di fornire

**Esercizio5** Sia data la seguente rappresentazione sul piano z di un filtro tempo discreto. Disegnare un andamento qualitativo della risposta in frequenza. Disegnare come si modifica la rappresentazione poli e zeri sul piano di gauss se il modulo dei poli tende a 1. Disegnare come varia l'andamento della risposta in frequenza.

**Esercizio n. 6** Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: y(t) = |x(t)-1|$^2$. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.

**Esercizio n. 7** Descrivere il significato delle singole probabilità che compaiono nella formula di Bayes.

**Esercizio n. 8** Supponendo di disporre di un campione di cavie di cui si conosce la media della popolazione dalla quale sono state estratte. Spiegare le motivazioni alla base della scelta della variabile standardizzata in un problema di test delle ipotesi.

**09/01/2007**

**Esercizio 1.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier con parte reale e immaginaria rispettivamente uguali a

$$S_n = \frac{\cos(\pi n)}{n^2} + j\frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n}, \text{ per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

a) Dire se il segnale s(t) è

- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta

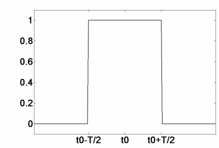
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

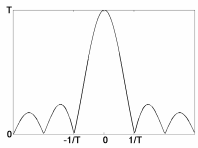
**<u>Motivare le risposte date.</u>**

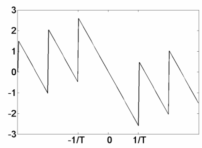
c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2, ,±3

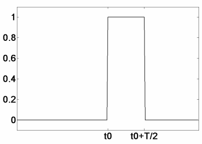
d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+2 e n=-2, all'istante t=$T_0$/8

Esercizio 2 Il segnale s(t) in figura 1 possiede modulo e fase della TCF rappresentati rispettivamente in figura 2.a e 2.b

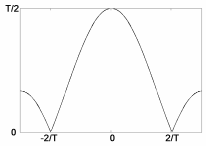
fig 1) 

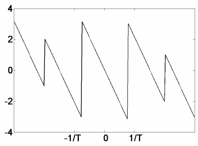

2.a Mod 

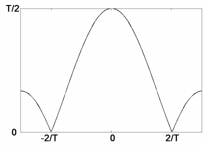

2.b Fase 

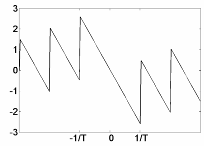

Si consideri ora il segnale $s_1(t)=s(t-T)$ di figura 3 Fig. 3 

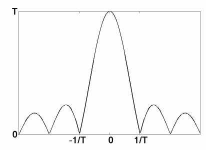

Si indichi quale tra i seguenti spettri, rappresentati in modulo e fase, corrisponde a $s_1(t)$. <u>Motivare la risposta data</u>

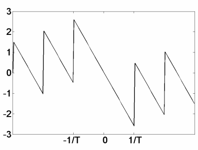
A) |.| 

∠ 


B) |.| 

∠ 


C) |.| 

∠ 

**Esercizio 3** Sia dato un segnale la cui banda è compresa tra 4 e 5 MHz. Utilizzando il teorema del campionamento per segnali passa banda, calcolare la minima frequenza di campionamento del segnale. Alla frequenza sopra individuata, calcolare il numero di punti del vettore campionato affinché la risoluzione in frequenza Δf sia pari a 1 KHz.

**Esercizio 4** Spiegare la differenza tra segnale spontaneo e segnale indotto, riportando per i segnali indotti una breve descrizione dei principali parametri che ne determinano il contenuto informativo.

**Esercizio5** Rappresentare sul piano z un filtro i seguenti filtri
- Filtro FIR passa basso con 1 polo ed uno zero
- Filtro FIR passa alto con 1 polo ed uno zero

Sia data la seguente rappresentazione sul piano z di un filtro tempo discreto. Disegnare un andamento qualitativo della risposta in frequenza.

**Esercizio 6** Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: y(t) = √[x(t)]. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.

**Esercizio 7** Interpretare il significato della matrice di covarianza normalizzata (matrice di correlazione).

**Esercizio 8** Sia dato un processo stocastico stazionario in senso lato la cui funzione di correlazione sia periodica con i massimi relativi decrescenti pressoché esponenzialmente. Spiegare il significato: dell'andamento periodico della funzione di correlazione; della distanza tra due massimi della funzione di correlazione; dell'andamento decrescente dei massimi della funzione di correlazione.

**09/01/2007 I**

- Sia dato un modello di regressione lineare tra due variabili X e Y. Descrivere: il tipo di legame tra le due variabili (indipendenti, dipendenti, altro); il significato della retta di regressione; la legge di distribuzione dell'errore e il significato del valore medio e della deviazione standard.
- Sia dato un processo stocastico stazionario in senso lato la cui funzione di correlazione sia periodica con i massimi relativi decrescenti pressoché esponenzialmente. Spiegare il significato: dell'andamento periodico della funzione di correlazione; della distanza tra due massimi della funzione di correlazione: dell'andamento decrescente dei massimi della funzione di correlazione.
- Spiegare la differenza tra segnale spontaneo e segnale indotto, riportando per i segnali indotti una breve descrizione dei principali parametri che ne determinano il contenuto informativo.
- Dato un test con sensibilità pari a 0.98 e specificità 0.99, si calcoli la probabilità che un soggetto sia malato nel caso di test positivo. L'incidenza della malattia sulla popolazione è di 7 malati su 10000 persone.

**26/01 2007**

**Esercizio 1.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier con parte reale e immaginaria rispettivamente uguali a

$$S_n = \frac{\cos(\pi n)}{n^2} + j\frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n}, \text{ per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

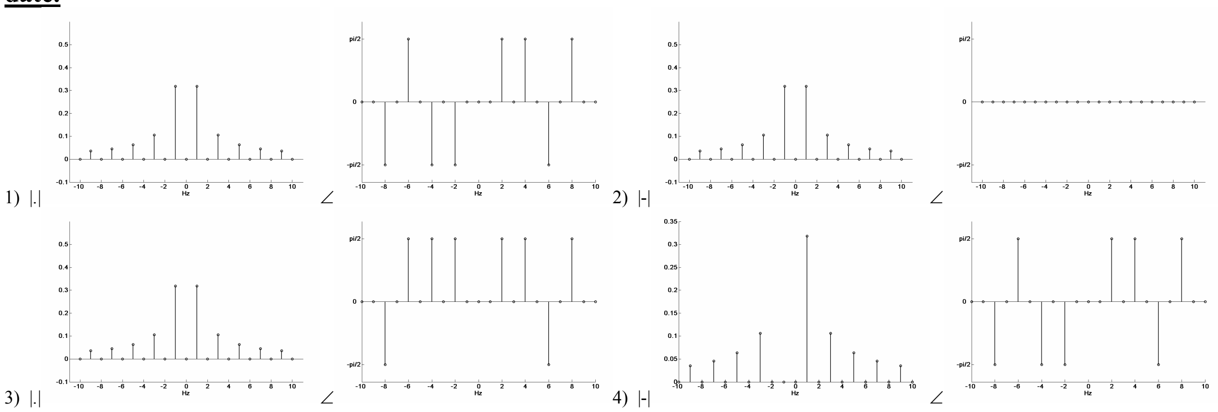
a) Dire se il segnale s(t) è
- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

<u>**Motivare le risposte date.**</u>

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2, ,±3 d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t)=\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+3 e n=-3, all'istante $t=T_0/12$

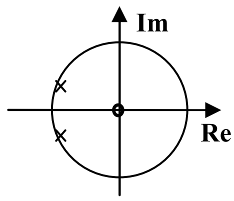
**Esercizio 2** Nelle figure 1, 2, 3 e 4 vengono mostrati il modulo e la fase dei coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier di segnali periodici. Dire quali sono relativi ad un segnale reale. Indicare i segnali che eventualmente presentano simmetria pari o dispari nel tempo. Indicare il periodo in secondi dei segnali. **<u>Motivare le risposte date.</u>**




**Esercizio 3** Sia dato un segnale la cui banda è compresa tra 0 e 1 MHz. Utilizzando il teorema del campionamento per segnali passa basso e per segnali passa banda, calcolare la minima frequenza di campionamento del segnale. Alla frequenza sopra individuata, calcolare il numero di punti del vettore campionato affinché la risoluzione in frequenza Δf sia pari a 1 KHz.

**Esercizio 4** Supponendo di utilizzare energia di tipo meccanico (es. ultrasuoni) o elettromagnetico per generare le bioimmagini, spiegare se ed eventualmente cosa si modifica dei seguenti parametri nelle due diverse tipologie di energie: lunghezza d'onda, contrasto.

**Esercizio5** Sia data la seguente rappresentazione sul piano z di un filtro tempo discreto. Dire se trattasi di un filtro FIR o IIR e motivare la risposta. Disegnare un andamento qualitativo del modulo dell risposta in frequenza. Disegnare come si modifica la rappresentazione poli e zeri sul piano di gauss se la fase si riduce e rappresentare qualitativamente come varia il modulo risposta in frequenza.




**Esercizio 6** Sia dato un sistema che trasforma il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base della seguente trasformazione: y(t) = k[x(t)]. Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale.

**Esercizio 7** Descrivere come viene realizzato un esperimento dai cui risultati si calcola la matrice di covarianza e spiegare il significato dei termini che costituiscono tale matrice.

**Esercizio 8** Sia dato un processo stocastico stazionario in senso lato la cui funzione di correlazione sia decrescente, di forma pressoché gaussiana. Spiegare il significato: dell'andamento decrescente della funzione di correlazione, con esempio (qualitativo) dell'andamento dei segnali che costituiscono il processo. Discutere cosa accade del processo quando la larghezza della gaussiana diventa molto piccola.

**26/01/2007 I**

1) Descrivere come viene realizzato un esperimento dai cui risultati si calcola la matrice di covarianza e spiegare il significato dei termini che costituiscono tale matrice.
2) Sia dato un processo stocastico stazionario in senso lato la cui funzione di correlazione sia decrescente, di forma pressoché gaussiana. Spiegare il significato dell'andamento decrescente della funzione di correlazione, con esempio (qualitativo) dell'andamento dei segnali che costituiscono il processo. Discutere cosa accade del processo quando la larghezza della gaussiana diventa molto piccola.
3) Supponendo di utilizzare energia di tipo meccanico (es. ultrasuoni) o elettromagnetico per generare le bioimmagini, spiegare se ed eventualmente cosa si modifica dei seguenti parametri nelle due diverse tipologie di energie: lunghezza d'onda, contrasto.

4) Calcolare in quanti modi diversi quattro persone A, B, C, D possono occupare 3 posti in una panchina. Calcolare la probabilità che A e B hanno di sedersi vicino

**12/02/2007 I**

1) Definire in formule l'indipendenza stocastica e l'incorrelazione tra due variabili aleatorie. Dati due vettori di misure di due variabili aleatorie indipendenti, dire se i due vettori sono o non sono incorrelati e giustificare la risposta.
2) Sia dato un processo stocastico stazionario in senso lato, costituito da un insieme infinito di segnali (realizzazioni) temporali. Fissare prima un istante temporale e successivamente due istanti temporali sulle realizzazioni del processo e spiegare cosa rappresenta l'aspettazione nei due casi.
3) Spiegare quali informazioni sui dati è possibile ricavare dall'analisi dell'istogramma. Dire inoltre quali criteri vengono utilizzati per definire il numero di classi in cui viene suddivisa la variabile aleatoria.
4) Dato un mazzo di 52 carte da poker, si calcoli la probabilità di:

a)estrarre due figure su due estrazioni successive senza reintroduzione

b)nell'estrazione contemporanea di 3 carte, estrarre 2 figure

c)si supponga ora di eseguire l'estrazione di 3 carte con reintroduzione e si stimi la probabilità di estrarre 2 figure su 3 carte, utilizzando la distribuzione binomiale

**12/02/07 I e II**

**Esercizio 1.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier con parte reale e immaginaria rispettivamente uguali a

$S_n = \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n} + j\frac{1-\cos(\pi n)}{n}$, per $n \neq 0$ e $S_0 = 0$

Dire se il segnale s(t) è

Reale

Complesso

Presenta

Simmetria Pari

Simmetria Dispari

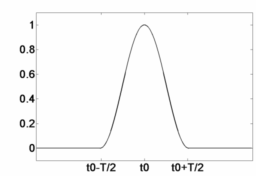
Non presenta simmetrie

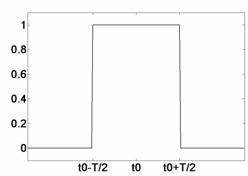
<u>**Motivare le risposte date.**</u>

Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2, ,±3

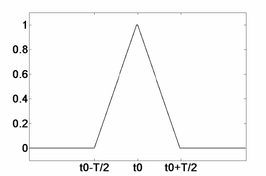
d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+1 e n=-1, all'istante $t=T_0/2$

**Esercizio 2** Associare ciascuno degli andamenti temporali nelle figure 1, 2 e 3 con i rispettivi spettri di ampiezza descritti in a,b e c. <u>**Motivare le risposte date.**</u>

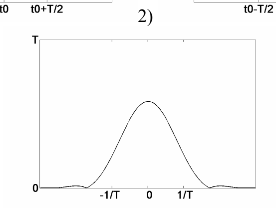


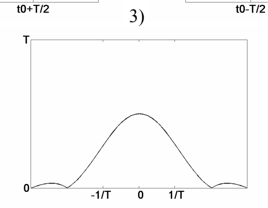




2)

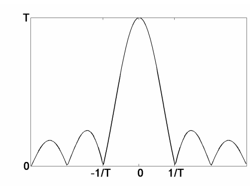



3)




b)

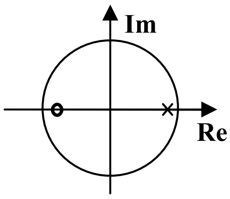



c)

**Esercizio 3.** Sia dato un segmento di segnale di durata T = 1s , il cui spettro frequenziale sia compreso tra 2 MHz e 5 MHz. Calcolare la minima frequenza di campionamento del segnale. Calcolare il numero di campioni su cui viene digitalizzato il segnale nell'ipotesi di applicare sia il teorema di Nyquist per segnali passa basso e per segnali passa banda.

**Esercizio n. 4.** Descrivere il ruolo dei seguenti parametri nel determinare il contenuto informativo delle bioimmagini, utilizzando anche esempi.

**Esercizio n. 5** Sia data la seguente rappresentazione sul piano z di un filtro tempo discreto. Disegnare un andamento qualitativo della risposta in frequenza. Disegnare come si modifica la rappresentazione poli e zeri sul piano di gauss se il modulo del polo tende a 1. Disegnare come varia l'andamento della risposta in frequenza.




**Esercizio n. 6.** Definire in formule l'indipendenza stocastica e l'incorrelazione tra due variabili aleatorie. Dati due vettori di misure di due variabili aleatorie indipendenti, dire se i due vettori sono o non sono incorrelati e giustificare la risposta.
**Esercizio n. 7.** Sia dato un processo stocastico stazionario in senso lato, costituito da un insieme infinito di segnali (realizzazioni) temporali. Fissare prima un istante temporale e successivamente due istanti temporali sulle realizzazioni del processo e spiegare cosa rappresenta l'aspettazione nei due casi.
**Esercizio n. 8.** Spiegare quali informazioni sui dati è possibile ricavare dall'analisi dell'istogramma. Dire inoltre quali criteri vengono utilizzati per definire il n umero di classi in cui viene suddivisa la variabile aleatoria.

**12/04/2007 I e II**
**Esercizio 1.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier con parte reale e immaginaria rispettivamente uguali a

$S_n = \frac{e^{j\frac{\pi n}{4}}}{4n^2}$, per $n \neq 0$ e $S_0 = 1/2$

Dire se il segnale s(t) è

Reale

Complesso

Presenta

Simmetria Pari

Simmetria Dispari

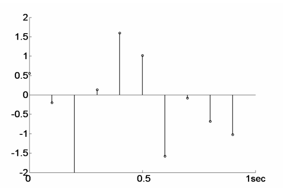
Non presenta simmetrie

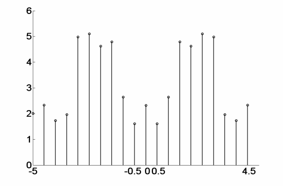
**Motivare le risposte date.**

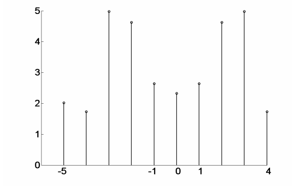
Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2, ,±3

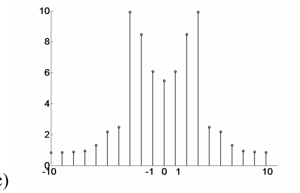
d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+2 e n=-2, all'istante t=$T_0$/8

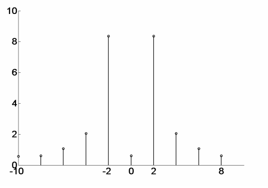
**Esercizio 2** Dato il segnale tempo discreto di figura 1, dire quale è lo spettro di ampiezza corrispondente ottenuto tramite TDF, tra quelli rappresentati nelle figure a, b e c (le ascisse sono in Hz). Dire inoltre quali specifiche dovrebbero essere osservate per ottenere i rimanenti spettri. Nel caso al segnale di figura 1 venisse applicata un'operazione di zero padding, con N=10 campioni, come si modificherebbe la TDF? **Motivare le risposte date.**

1) 


a) 

b) 

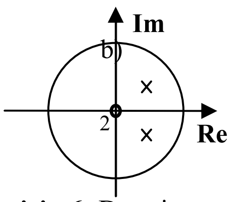
c) 

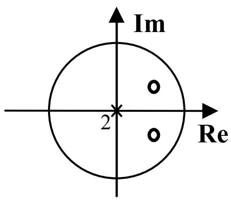
d) 

**Esercizio 3**. Sia dato un segmento di segnale di lunghezza T = 1s, campionato, alla frequenza di Nyquist, su N = 1000 punti. a) Calcolare la frequenza massima del segmento di segnale.
Per migliorare la risoluzione in frequenza durante l'operazione di TDF, si effettui l'operazione di zero-padding sul segmento di segnale utilizzando 500 zeri. b) Calcolare la risoluzione in frequenza.

**Esercizio 4.** Descrivere le fasi che portano a trasformare un segnale continuo in uno discreto, spiegando, dove possibile, le condizioni per l'applicazione della discretizzazione.

**Esercizio 5.** Sia data la seguente rappresentazione sul piano z dei seguenti filtri tempo discreti a) e b). Disegnare gli andamenti della risposta in frequenza dei filtri. Disegnare come si modificano le rappresentazioni poli e zeri sul piano di gauss se le fasi dei poli, nel caso del filtro a), e le fasi degli zeri, nel caso del filtro b), tendano a 0. Disegnare come variano gli andamenti della risposta in frequenza. Dire se uno o entrambi i filtri sono di tipo FIR e motivare la risposta.



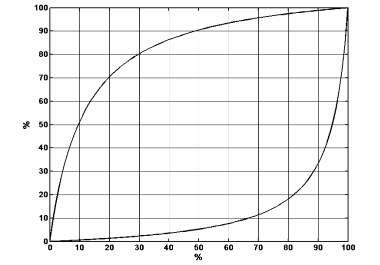

**Esercizio 6.** Descrivere cosa si intende per processo stocastico stazionario in senso lato e rappresentare in formule il calcolo della funzione di correlazione del processo.

**Esercizio 7.** Spiegare il significato e come si calcolanola risposta impulsiva e la funzione di trasferimento di un sistema lineare.

**Esercizio n. 8.** Spiegare quali informazioni sui dati è possibile ricavare dall'analisi della matrice di covarianza normalizzata. Dire inoltre quali valori può assumere la generica posizione (i,j, con i diverso da j) della matrice quando le misure riferite a due variabili sono molto correlate ma in controtendenza.

**05/06/07 I e II parte**

**Esercizio 1.** Descrivere quale tipo di informazione è possibile estrarre dai seguenti risultati di misure biomediche: dati, segnali temporali, immagini biomediche. Fornire esempi nei tre casi.
**Esercizio 2.** Si considerino due variabili aleatorie definite su un esperimento. Definire i momenti del primo e secondo ordine del processo nel caso in cui le due variabili aleatorie siano dipendenti e indipendenti.
**Esercizio 3.** In figura sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso. Si ipotizzi di eseguire il test su un soggetto per il quale viene ipotizzata una probabilità a priori pari a 0.3. Nel caso di esito positivo del test, si stimi il valore della probabilità di malattia del soggetto. Considerando che il test in esame possiede una specificità pari a 0.9, si stimi la sensibilità del test.




**Esercizio 4.** Un'urna contiene 20 palline numerate da 1 a 20. **a)** *Si calcoli la probabilità di estrarre in una sola volta 2 palline dispari e 1 pari.* In 5 estrazioni successive, con reintroduzione della pallina, si calcolino le probabilità:
**b)** *di estrarre 4 palline ≤15. Si utilizzi la distribuzione binomiale per la soluzione* c) *di estrarre le palline in ordine strettamente crescente* **d)** *di estrarre 5 palline diverse tra loro*

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$S_n = j\dfrac{\sin\left(\frac{\pi n}{4}\right)}{n^2}$, per $n \neq 0$ e $S_0 = 0$

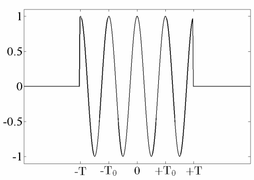
a) Dire se il segnale s(t) è
- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

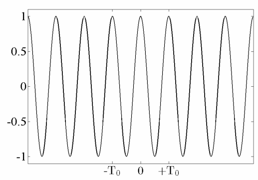
**<u>Motivare le risposte date.</u>**

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3,±4

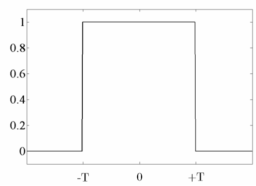
d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+1 e n=-1, all'istante t=$T_0$/4
**Esercizio 6** Dato il segnale di figura 1, $s(t) = s_1(t)s_2(t)$, dove $s_1(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ e $s_2(t) = rect(t/T)$ mostrati rispettivamente in figura 2 e 3, determinare quale tra le figure *a*, *b*, *c*, *d* rappresenta il modulo della trasformata continua di Fourier di $s(t)$. **<u>Motivare le risposte date.</u>**



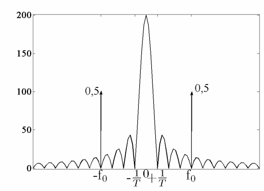
1)



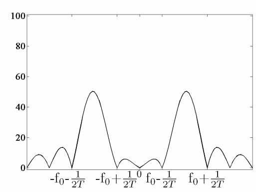
2)

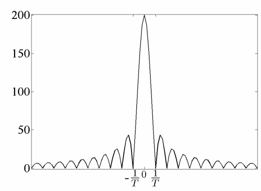


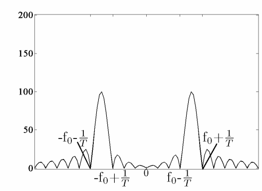
3)



a)


b)


c)


d)

**Esercizio 7**. Sia dato un segnale discreto di durata prefissata di ampiezza 1 volt e la cui frequenza sia compresa tra 2 e 4 KHz. Applicare il campionamento più opportuno in modo da avere il numero minimo di campioni del segnale digitale. Calcolare il numero di bit di quantizzazione in modo da commettere un errore inferiore a 0.4%.
**Esercizio 8.** Definire le ipotesi sul sistema perché sia valida la definizione di risposta impulsiva e spiegare il significato di fase lineare.

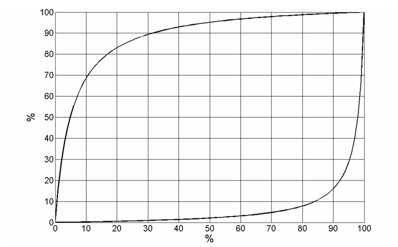
**25/06/07**

**Esercizio 1.** Dare una definizione di segnali biomedici spontanei riportando uno schema di principio di un'apparecchiatura per la loro misura. Dare un esempio di segnale spontaneo riportando alcuni valori tipici.

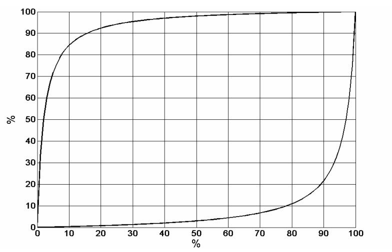
**Esercizio 2.** Descrivere il modello di regressione lineare tra due variabili aleatorie, con un esempio di applicazione. Sottolineare il legame tra coefficiente di correlazione e pendenza della retta di regressione.

**Esercizio 3.** Dare una definizione di processo stocastico. Dire cosa si osserva se si fissa un istante temporale sulle realizzazioni del processo e se si osserva una singola realizzazione. Sottolineare le differenze tra statistiche del primo ordine e del secondo.

**Esercizio 4.** Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Si supponga di eseguire i due test in cascata su un soggetto, con probabilità a priori di malattia pari al 30%. Si stimi dai grafici la probabilità a posteriori finale, con risultato positivo sul test 1 e negativo sul test 2. Si verifichi il risultato analiticamente considerando che i test sono caratterizzati dai seguenti valori : test 1) sensibilità=98% specificità= 95% - test 2) sensibilità=97% specificità= 98%



test 1



test 2

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti $S_n = \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n} + j\frac{\cos(\pi n)}{n^2}$, per $n \neq 0$ e $S_0 = 0$ Dire se il segnale s(t) è

Reale

Complesso

Presenta

Simmetria Pari

Simmetria Dispari

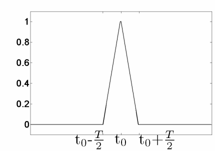
Non presenta simmetrie

<u>**Motivare le risposte date.**</u>

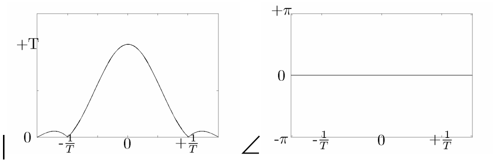
Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n \frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+2 e n=-2, all'istante t=$T_0$/16

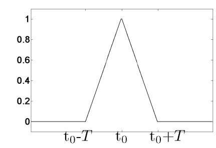
**Esercizio 6** Il segnale s(t) in figura 1 possiede modulo e fase della TCF rappresentati in figura 2.



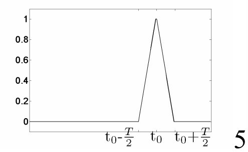

2 |.|



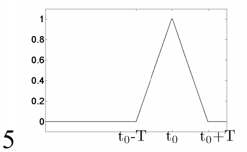

Si considerino ora i segnali 3




4

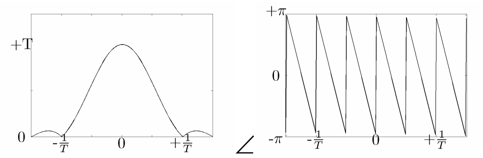



5

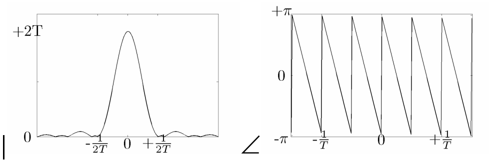



Si indichi quale tra i seguenti spettri, rappresentati in modulo e fase, corrispondono agli spettri dei segnali nelle figure 3, 4 e 5. <u>Motivare le risposte date</u>

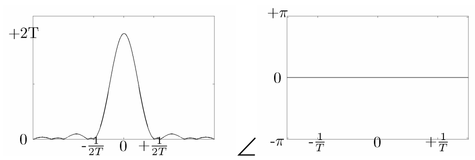
|.|



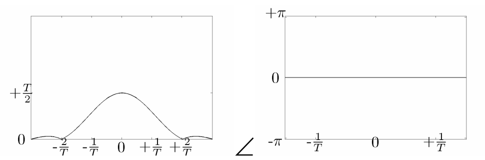

B) |.|




|.|




D) |.|




**Esercizio 7** Sia dato un segnale la cui frequenza massima è 100 Hz. Si calcolino il numero di punti e il tempo totale di osservazione T, affinché lo spettro del segnale sia noto con una risoluzione frequenziale pari a $\Delta f$=1 Hz. Si consideri l'uscita di un sistema, la cui banda passante è compresa tra 0 e 50 Hz, al cui ingresso è presente il segmento di segnale prima considerato di durata T. La risposta impulsiva del sistema h(n) è lunga 50 punti. Dire quanto vale la risoluzione frequenziale ottenibile dall'analisi in frequenza del segnale in uscita (senza effettuare lo zero padding).

**Esercizio 8** I valori del livello di glucosio su un campione di 10 soggetti estratti da una popolazione in esame sia 5.6 mg/dL con una deviazione standard di 1.2 mg/dL. Sapendo che i valori normali della popolazione sono di 4.86 mg/dL con deviazione standard pari a 0.54 mg/dL si verifichi l'ipotesi che il valore medio del campione estratto non differisca da quello della popolazione generale. Si utilizzi un livello di significatività per l'ipotesi nulla pari a 0.05. Sottolineare le differenze nell'esecuzione del test, nel caso in cui la deviazione standard del parametro, nella popolazione di riferimento, non sia nota. N.B i valori critici per $\alpha$=0.05 sono: statistica *t,* gradi di libertà = 9, ipotesi alternativa bilaterale c=±2.262, ipotesi alternative unilaterali rispettivamente c=-1.833 e c=+1.833. Per la statistica z ipotesi alternativa bilaterale c=±1.96, ipotesi alternative unilaterali rispettivamente c=-1.6449 e c=+1.6449.

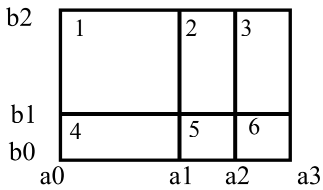
**16/07/07**

**Esercizio 1.** Sia dato un processo stocastico stazionario in senso lato, costituito da un insieme infinito di segnali (realizzazioni) temporali. Fissare due istanti temporali coincidenti sulle realizzazioni del processo, rappresentare in formule e spiegare cosa rappresenta la quantità che si ottiene mediante l'operazione di aspettazione.

**Esercizio 2.** Spiegare quali informazioni sui dati è possibile ricavare dall'analisi dell'istogramma. Dire inoltre quali valori assumono i momenti del terzo e quarto ordine nel caso di un processo gaussiano.

**Esercizio 3.** Data una matrice di covarianza i cui coefficienti diversi da zero sono solo quelli disposti sulla diagonale principale, spiegare come sono legate statisticamente le variabili del processo. Dire invece come dovrebbero essere distribuiti sulla matrice di covarianza i coefficienti e quale valore dovrebbero assumere in presenza di un processo ad elevata interazione tra le sue variabili.

**Esercizio 4.** Utilizzare le combinazioni per calcolare il numero di rettangoli nella figura 1. Si tenga presente che ogni rettangolo è individuato da due righe orizzontali e da due verticali: es. (a0 a1) e (b1 b2).
Si ipotizzi di eseguire un esperimento dove viene lanciata una moneta dieci volte, all'interno di un tavolo da gioco strutturato come in figura e si abbia una proporzionalità tra la probabilità che la moneta caschi in uno dei sei settori e la rispettiva area: si utilizzi la binomiale per stimare la probabilità di avere 4 volte la moneta nel riquadro 1 che ha area 2/6 del totale. (quando la moneta cade sui bordi si considera nullo il lancio e si ripete)




**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti $S_n = \frac{\cos(\pi n) e^{j\frac{\pi}{4}n}}{n^2}$, per $n \neq 0$ e $S_0 = 1/2$

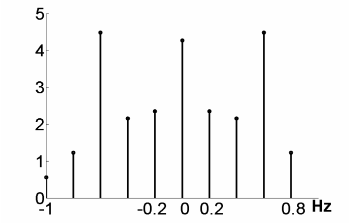
a) Dire se il segnale s(t) è
- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

**<u>Motivare le risposte date.</u>**
c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n \frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+1 e n=-1, all'istante $t=T_0/2$

**Esercizio 6** Sia dato il modulo dello spettro di Fourier, rappresentato in figura 1.

Fig 1. 


Si ipotizzi che tale risultato sia ottenuto applicando la TDF ad una sequenza discreta osservata per un tempo T e con intervallo temporale tra campioni dato da dt. Si indichi quale tra queste coppie di valori è compatibile con il risultato in figura 1, senza che venga operato uno zero padding:
a) T=5 s, dt= 0.5 b) T=100 s, dt=10 s c) T=10 s, dt=0.1 s d) T=2 s, dt=0.5 s e) T=5, dt=0.05
Si indichi quale altro risultato può essere compatibile con lo spettro di figura 1 se si ipotizza di poter eseguire lo zero padding. In caso affermativo indicare il numero di zeri necessari per lo zero padding opportuno.

**Esercizio 7** Sia dato un segnale tempo continuo la cui banda è compresa tra 5 e 20 kHz. Si stimi la frequenza di campionamento minima utilizzabile per il segnale indicando il tipo di campionamento utilizzato (per segnali passa banda o per segnali passa basso). Si filtri il segnale tempo continuo con un sistema la cui banda passante è compresa tra 15 e 30 kHz. Supponendo di campionare il segnale tempo continuo in uscita, in modo da utilizzare la più bassa frequenza di campionamento ammissibile, si stimi il numero di punti che permettono, se utilizzati per un analisi in frequenza tramite TDF, di ottenere una risoluzione frequenziale pari a 1 Hz.

**Esercizio 8** Descrivere le modalità principali per la standardizzazione delle variabili e se ne descriva l'utilizzo nell'esecuzione del test delle ipotesi.

**Compito 17/09/2007**

**Esercizio 1.** Descrivere i parametri che determinano il contenuto informativo delle bioimmagini e le fasi sulle quali si basa il loro processo di formazione.

**Esercizio 2.** Si descrivano uso e caratteristiche dell'istogramma. Quali informazioni è possibile estrarre da un'analisi dell'istogramma relativo agli errori ottenuti da un modello di regressione lineare? Potrebbe un'analisi di questo tipo essere utilizzata per verificare la bontà del modello di regressione?

**Esercizio 3.** Definire la funzione di autocorrelazione di un processo e le sue proprietà nel caso di un processo stazionario in senso lato. Si forniscano alcuni possibili andamenti della funzione di autocorrelazione legandoli alle proprietà temporali dei processi corrispondenti.

**Esercizio 4.** Formulare il teorema di Bayes. Un test diagnostico ha specificità pari allo 99.8% e sensibilità pari allo 99.3% si calcoli la probabilità che un soggetto, risultato positivo al test, sia malato: l'incidenza della malattia nella popolazione di appartenenza del soggetto è pari a 5 malati su 20000.

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$$S_n = \frac{\cos(\pi n)}{n} + j\frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2}, \text{ per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

__**Motivando le risposte**__ dire se il segnale s(t)

a) è…
- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta …
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

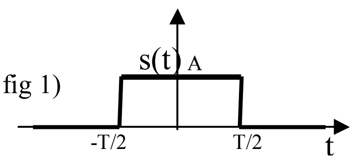
__**Motivare le risposte date.**__

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+4 e n=-4, all'istante t=$T_0$/16

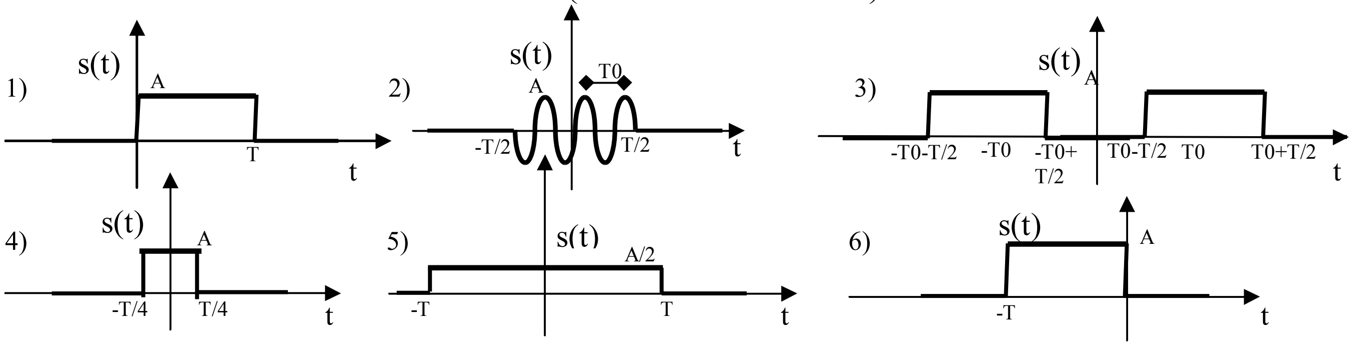
**Esercizio 6.** Il segnale s(t) in figura 1 possiede TCF data da *S(f)*

fig 1)




Indicare quali tra i seguenti segnali si ottengono dall'antitrasformata di:

a) $S(f)e^{-j2\pi T/2}$ b) 1/2* $\frac{1}{2}S(f/2)$ c) $S(f)\otimes\left(\frac{\delta(f-1/T0)+\delta(f+1/T0)}{2}\right)$. __**Motivare le risposte date.**__




**Esercizio 7** Sia dato un segnale tempo continuo la cui banda è compresa tra 10 e 15 kHz. Si stimi la frequenza di campionamento minima utilizzabile per un corretto campionamento del segnale indicando il tipo di campionamento utilizzato (per segnali passa banda o per segnali passa basso). Si filtri un segmento del segnale lungo 0.1 s, con un filtro FIR a media mobile la cui frequenza di taglio è pari a 13 KHz. Si determinino il numero di coefficienti del filtro se, l'analisi in frequenza del segnale in uscita, permette di avere una risoluzione di 8 Hz.

**Esercizio 8** Descrivere le distribuzioni delle variabili standardizzata Z e t di Student, sottolineando le differenze nel loro utilizzo nel test delle ipotesi. Descrivere se e in quali condizioni le due distribuzioni possono essere considerate coincidenti.

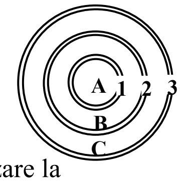
**Compito 22/11/2007**

**Esercizio 1.** Definire i segnali biomedici indotti. Riportare uno schema di principio di una apparecchiatura per la loro misura e fornire un esempio tipico.

**Esercizio 2.** Supponendo di avere *n* misure, descritte dalla variabile X, definire valore medio e varianza. Si rappresentino le misure sotto forma di istogramma: descrivere come questo si modifica in funzione della variazione dei momenti suddetti.

**Esercizio 3.** Dato un processo stocastico stazionario definire quali informazioni si possono ottenere se si fissa un istante di tempo e quando si considerano due istanti. Definire i momenti del primo e del secondo ordine.

**Esercizio 4.** Sia dato il bersaglio in figura, formato dal centro A, dalle corone circolari B e C e dalle corone di separazione 1, 2 e 3. Si supponga di voler colorare il bersaglio disponendo dei seguenti colori: blu, rosso, giallo, verde, arancio, nero, marrone. In quanti modi si può colorare il bersaglio nei seguenti casi : 1) non si può utilizzare un colore più di una volta 2) una volta scelto un medesimo colore per le corone di separazione 1,2 e 3, si possono utilizzare gli altri per A, B, C anche più volte.




Supponendo che per un tiratore con l'arco la probabilità di fare centro con un tiro sia pari a 80%. Utilizzare la distribuzione binomiale per calcolare la probabilità che l'atleta realizzi 7 centri su 10 tiri supponendo che il risultato di un tiro non influenzi gli altri e che la performance rimanga costante.

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti a destra

$$S_n = \frac{1-\exp\left(-j\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2}, \text{per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

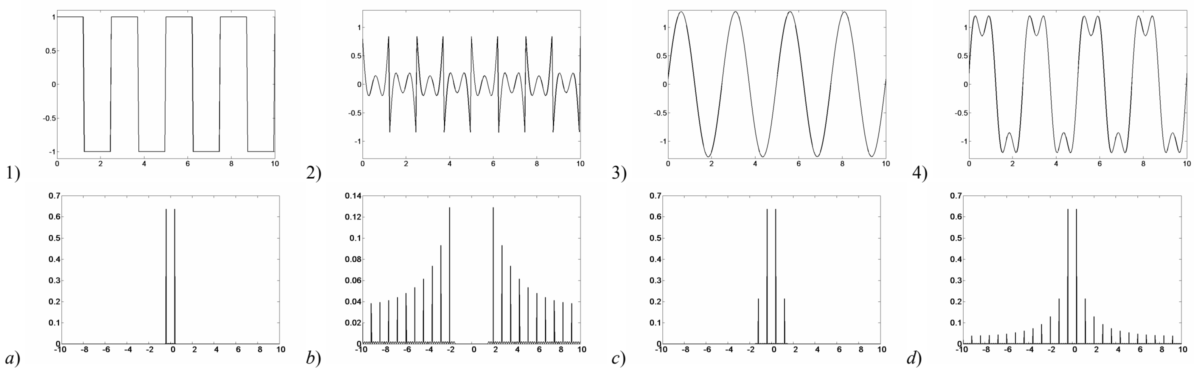
**<u>Motivando le risposte</u>** dire se il segnale s(t)

a) è…
- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta …
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetri

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2, ±3 d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$ , tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+1 e n=-1, all'istante $t=T_0/8$

**Esercizio 6** Associare ciascuno degli andamenti temporali nelle figure 1, 2, 3 e 4 con i rispettivi spettri di ampiezza descritti in *a*, *b*, *c* e *d* L'unità di misura temporale è il secondo, quella frequenziale l'hertz.**<u>Motivare le risposte date.</u>**




**Esercizio 7** Sia dato un segnale tempo discreto ***S1*** di lunghezza T secondi, la cui TDF possiede una risoluzione pari a 0.5 Hz. Calcolare il numero di punti del segnale se il segnale analogico originario, compreso tra 5 e 9 KHz, è stato campionato utilizzano la frequenza di campionamento per segnali passa banda. Determinare la nuova risoluzione frequenziale se il segnale ***S1*** viene filtrato tramite un filtro passa banda (6-10 KHz), caratterizzato da N=500 coefficienti.

**Esercizio 8** Descrivere le operazioni alla base dell'analisi delle componenti principali e discuterne possibili applicazioni.

**Compito 8/01/2008**

**Esercizio 1.** Descrivere le differenze tra dato, segnale temporale ed immagine. Fornire esempi.

**Esercizio 2.** Si descrivano uso e caratteristiche dell'istogramma. Fare un esempio di un criterio per la stima del numero di classi nelle quali viene suddivisa la variabile aleatoria. Descrivere le operazioni per la stima tramite l'istogramma, delle densità di probabilità di una variabile aleatoria.

**Esercizio 3.** Descrivere il modello di regressione tra due variabili aleatorie e fornire un esempio di applicazione. Descrivere il legame tra coefficiente di correlazione e pendenza della retta di regressione: rappresentare qualitativamente su due grafici due rette di regressione insieme ai dati dalle quali sono state ricavate, nei casi di basso e alto coefficiente di correlazione.

**Esercizio 4.** Si consideri un urna contenente 10 palline rosse e 5 nere. Si calcolino le seguenti quantità:

a) nell'estrazione simultanea di due palline, la probabilità che queste siano nere
b) nell'estrazione di 5 palline, la probabilità che nessuna sia nera
c) la probabilità che almeno una delle palline sia rossa (sempre nell'estrazione di 5 palline)
d) effettuando una estrazione con reintroduzione di 5 palline, la probabilità che 3 siano nere, usando la distribuzione binomiale

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti a destra

$$S_n = \frac{2^{-|n|} e^{j\frac{\pi n}{2}}}{n^2} \text{, per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

**<u>Motivando le risposte</u>** dire se il segnale s(t)

a) è…
- □ Reale
- □ Complesso

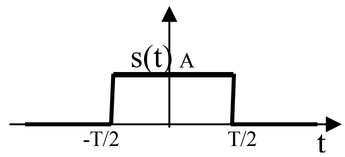
b) Presenta …
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2, ±3

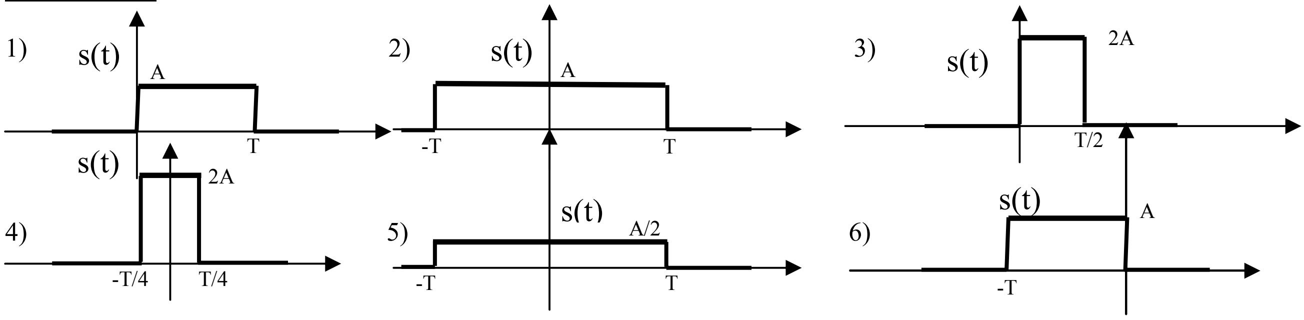
d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n \frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+1 e n=-1, all'istante $t=T_0/8$

**Esercizio 6** 2) Il segnale s(t) in figura 1 possiede TCF data da *S(f)*

fig 1)




Indicare quali tra i seguenti segnali si ottengono dall'antitrasformata di: a) $S(f)e^{j2\pi fT/2}$ b) $S(2f)$.**<u>Motivare le risposte date.</u>**




**Esercizio 7** Sia dato un segnale il cui contenuto frequenziale è compreso tra 4 e 6 kHz e di ampiezza compresa tra 0 e 10 V. Si calcolino la frequenza di campionamento minima e l'errore di quantizzazione che si commette rappresentando i valori dei campioni su 12 bit.

**Esercizio 8** In un esperimento sugli effetti genotossici dei campi elettromagnetici a radiofrequenza, vengono irradiati per 24 ore, ad una frequenza di 900 MHz, 25 campioni di linfociti periferici umani. A seguito dell'irraggiamento viene valutata la frequenza di cellule che presentano micronuclei. I micronuclei sono piccoli nuclei accessori che si generano nelle cellule che hanno subito un danno cromosomico, sia spontaneo che indotto. La frequenza osservata sui campioni irraggiati è pari a 11.9 ‰ con deviazione standard pari a 3.5 ‰. Dire se tale valore è significativamente differente da quello osservato nella popolazione di controllo (cellule non esposte a radiofrequenza) pari a 9.8 ‰. Si utilizzi un livello di significatività per l'ipotesi nulla pari a 0.001. N.B i valori critici per $\alpha$=0.001 sono: statistica *t,* gradi di libertà = 24, ipotesi alternativa bilaterale c=±3.745, ipotesi alternative unilaterali rispettivamente c=-3.467 e c=+3.467. Per la statistica z ipotesi alternativa bilaterale c=±3.29, ipotesi alternative unilaterali rispettivamente c=-3.09e c=+3.09.

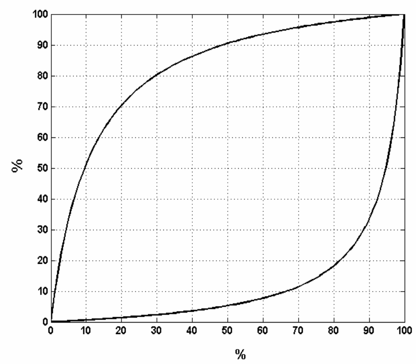
**Compito 24/01/2008**

**Esercizio 1.** Descrivere il processo di formazione di immagini biomediche, con esempi.

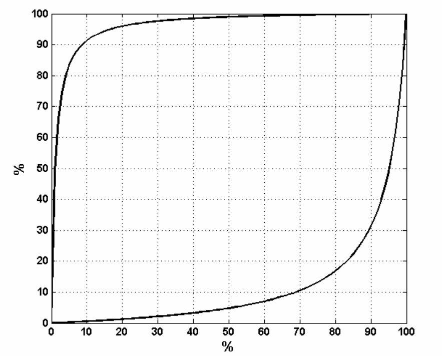
**Esercizio 2.** Definire la funzione di autocorrelazione di un processo non stazionario. Descrivere, anche mediante grafici, esempi tipici di funzione di autocorrelazione nel caso di processi stazionari e legarli a possibili andamenti delle funzioni campione (realizzazioni).

**Esercizio 3.** Descrivere utilizzo e forma della distribuzione binomiale. Si consideri un giocatore di tennis che possiede una media di prime battute valide pari al 70%. Si utilizzi la distribuzione binomiale per stimare: a) la probabilità che su 5 battute 2 siano valide b) la probabilità di avere almeno 3 battute valide.

**Esercizio 4.** Fornire le definizioni di sensibilità e specificità di un test diagnostico. Si consideri un test per la diagnosi di una patologia la cui incidenza su una popolazione in esame è di un malato su 20 persone. Si supponga di eseguire un test su un soggetto estratto da tale popolazione con esito positivo e di ottenere una probabilità di malattia del soggetto dopo l'esecuzione del test pari a 0.83. Sapendo che il test ha una specificità del 99%, se ne calcoli la sensibilità. Si indichi inoltre quale delle seguenti curve descrive il test in esame e si stimi, per via grafica, la probabilità di malattia di un nuovo soggetto risultante negativo a tale test. Si ipotizzi che tale soggetto, in base ad altri test precedentemente effettuati, fosse ritenuto portatore della patologia con una probabilità del 50%.




a)




b)

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti a destra

$$S_n = \frac{(1+(-1)^n)e^{-j\frac{\pi n}{2}}}{n^2}, \text{ per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

**<u>Motivando le risposte</u>** dire se il segnale s(t)

a) è…
- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta …
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2, ±3, ±4

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+2 e n=-2, all'istante $t=T_0/16$

**Esercizio 6** Siano dati i seguenti sistemi che trasformano il segnale d'ingresso x(t) in un segnale y(t) sulla base delle seguenti trasformazioni: a) $y(t) = t[x(t-t_o)]$ b) $y(t) = t\sqrt{[x(t)]}$ Dimostrare l'eventuale linearità e invarianza temporale di ognuno dei precedenti sistemi.

**Esercizio 7** Sia dato un segmento lungo T secondi di un segnale il cui contenuto frequenziale è compreso tra 13 e 20 kHz. Si campioni il segnale alla frequenza minima possibile. Si ipotizzi di filtrare passa basso h[n], con frequenza di taglio pari a 15 kHz, il segmento di segnale campionato. Il filtro h[n] è descritto da 100 coefficienti. Si stimi T sapendo che in uscita al sistema la risoluzione frequenziale ottenuta è pari a 1 Hz.

**Esercizio 8** Spiegare il significato e l'uso del cerchio delle correlazioni nell'analisi delle componenti principali. Spiegare cosa ci si può aspettare dal cerchio delle correlazioni, nel caso di due sole variabili originarie, nei seguenti casi: a) le due variabili originarie sono incorrelate b) le due variabili originarie sono contro correlate (coeff. di corr. che tende a -1) c) le due variabili originarie sono fortemente correlate tra loro

**Compito 11/02/2008**

**Esercizio 1.** Dare le definizione di segnale biomedico spontaneo, fornendo esempi. Descrivere il ruolo dell'elaborazione dei segnali in campo biomedico.

**Esercizio 2.** Date p variabili aleatorie, definire le matrici di covarianza e di correlazione. Discutere il significato dei termini sulla diagonale principale e di quelli fuori dalla diagonale, nei due casi. Supponendo di avere n osservazioni delle variabili, riportare il procedimento per la stima delle suddette matrici.

**Esercizio 3.** Dare la definizione di processo stocastico. Dire cosa si ottiene se fissiamo un istante temporale o consideriamo una singola realizzazione. Fornire un esempio di esperimento, in campo biomedico, che possa essere associato a tale schematizzazione.

**Esercizio 4.** Sette persone si incontrano per una riunione e si salutano con una stretta di mano. Quante strette di mano vengono scambiate in totale?
Dopo essersi salutate le persone si siedono ad un tavolo da 7 posti. Dire in quanti modi diversi possono prendere posto.
Supponendo che tre persone siano uomini, dire quale è la probabilità che queste si siedano in posti vicini (si supponga casuale la scelta del posto). Se possibile, descrivere questi risultati utilizzando gli strumenti del calcolo combinatorio.

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti a destra

$$S_n = \frac{1}{n^2} + \frac{e^{j\left(\pi n + \frac{\pi}{2}\right)}}{n}, \text{ per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

<u>**Motivando le risposte**</u> dire se il segnale s(t)

a) è…
- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta …
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n \frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+1 e n=-1, all'istante $t=T_0/8$

**Esercizio 6**

Sia dato il modulo dello spettro di Fourier, rappresentato in figura 1.Si ipotizzi che tale risultato sia ottenuto applicando la TDF ad una sequenza discreta osservata per un tempo T e con intervallo temporale tra campioni dato da dt. Si indichi quale tra queste coppie di valori è compatibile con il risultato in figura 1, senza che venga operato uno zero padding:

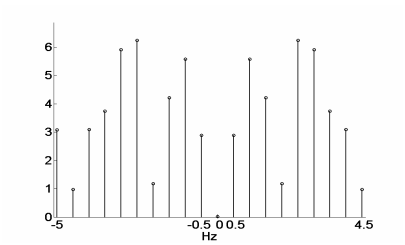
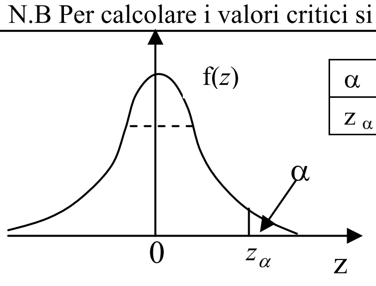


Fig 1.

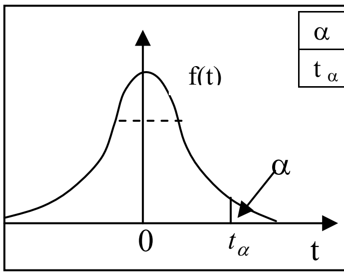
a) T=1 s, dt= 0.1 s   b) T=2 s, dt=0.1 s   c) T=2 s, dt=0.5 s   d) T=4 s, dt=0.2 s   e) T=40 s, dt=2 s   f) T=1 s, dt=0.05 s
Si indichi quale altra coppia di valori, tra le precedenti, può essere compatibile con lo spettro di figura 1, dopo che al segmento corrispondente è stato applicato uno zero padding opportuno. Indicare il numero di zeri necessari per realizzare tale operazione.
<u>**Motivare le risposte**</u>

**Esercizio 7** Sia dato un segnale analogico la cui frequenza massima è pari a 10 kHz. Si ipotizzi di filtrare il segnale con un sistema la cui banda passante è compresa tra 6 e 15 kHz. Si stimi la minima frequenza di campionamento del segnale in uscita.

**Esercizio 8** Su un gruppo di 7 soggetti che vivono in una regione di alta quota viene eseguito un campionamento dei valori di ematocrito ottenendo i seguenti valori: 46 %, 49 %, 45 %, 50 %, 42%, 41 %, 44 %. Dati i precedenti valori si stimi l'intervallo di confidenza al 95% per la media dell'ematocrito nella popolazione in esame. Dire quali sono le differenze metodologiche, nella stima dell'intervallo suddetto, nel caso in cui la deviazione standard di tale parametro nella popolazione sia noto.
N.B Per calcolare i valori critici si utilizzino le tabelle seguenti.




| | | |
|---|---|---|
| α | 0.05 | 0.025 |
| $z_\alpha$ | 1.6449 | 1.96 |



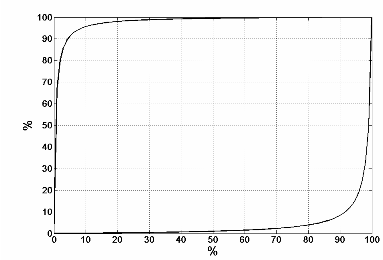

| | | |
|---|---|---|
| α | 0.05 | 0.025 |
| $t_\alpha$ | 1.9432 | 2.4469 |

**31/04/08**

**Esercizio 1.** Descrivere i parametri che determinano il contenuto informativo delle bioimmagini. Descrivere uno schema di principio di una apparecchiatura per la loro misura. Fornire e discutere esempi di bioimmagini a diversa dimensionalità.

**Esercizio 2.** Descrivere il modello di regressione lineare e portare un esempio di applicazione in campo biomedico. Sottolineare il legame esistente tra il coefficiente di correlazione tra variabile indipendente e dipendente, e la pendenza della retta di regressione. Discutere la forma dell'istogramma, stimato dagli errori del modello, e sottolinearne la variazione all'aumentare del coefficiente di correlazione tra variabile dipendente e indipendente.

**Esercizio 3.** Formulare il teorema di Bayes.
In fase di validazione di un test diagnostico su 2000 soggetti (1000 sani, 1000 con la patologia in esame) si ottengono i seguenti risultati: Falsi Positivi (FP)=5 Falsi Negativi (FN)=50
Si calcolino sensibilità e specificità del test. Si stimi la probabilità di malattia di un soggetto, risultato positivo al test, per il quale era ipotizzata una probabilità di malattia prima del test pari allo 0.1. Si stimi tale grandezza sia tramite formule, che graficamente utilizzando il grafico riportato di seguito.




**Esercizio 4.** Descrivere uso e forma della distribuzione binomiale. Supponendo che la probabilità che una particolare procedura chirurgica dia luogo ad un'infezione post-operatoria sia pari al 2%, si calcolino le probabilità che su 30 soggetti sottoposti a tale procedura: a) 5 risultino infetti b) risultino infetti tra i 5 e i 10 soggetti

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$$S_n = \frac{\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2} + j\frac{\sin\left(\frac{\pi n}{4}\right)}{2n}, \text{per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

a) Dire se il segnale s(t) è
- □ Reale
- □ Complesso

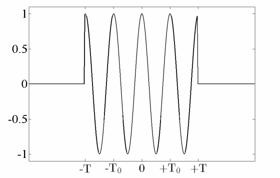
b) Presenta
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

<u>**Motivare le risposte date.**</u>

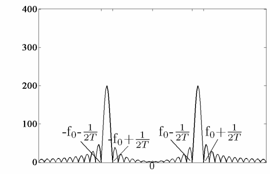
c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+2 e n=-2, all'istante $t=T_0/16$

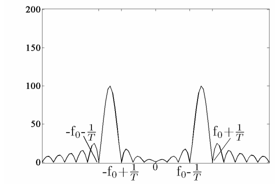
**Esercizio 6** Dato il segnale di figura 1, $s(t)=s_1(t)s_2(t)$, dove $s_1(t)=\cos(2\pi f_0 t)$ e $s_2(t)=rect(t/T)$, determinare quale tra le figure *a*, *b*, *c* rappresenta il modulo della trasformata continua di Fourier di $s(t)$. Motivare le risposte date utilizzando le proprietà delle trasformate. È possibile spiegare il risultato utilizzando la proprietà della modulazione? Se si come?



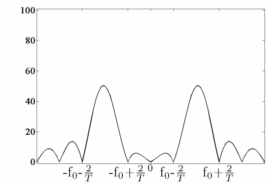
1)



a)



b)



c)

**Esercizio 7** Sia dato un segnale con banda compresa tra 3 e 9 kHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile. Si ipotizzi di filtrare il segnale con un sistema avente banda passante compresa tra 5 e 13 kHz, si calcoli la nuova frequenza di campionamento minima utilizzabile per il segnale filtrato. Supponendo di filtrare il segnale di partenza con un sistema la cui banda passante sia compresa tra $f_L$ e 13 kHz, si stimi $f_L$ minima che permette di utilizzare una frequenza di campionamento per il segnale filtrato, inferiore a quella utilizzabile per segnali passa basso.

**Esercizio 8** Descrivere le distribuzioni delle variabili standardizzata Z e t di Student, sottolineando le differenze nel loro utilizzo nel test delle ipotesi. Descrivere se e in quali condizioni le due distribuzioni possono essere considerate coincidenti.

**03/06/08**

**Esercizio 1.** Descrivere le differenze tra dato, segnale temporale e immagine. Descrivere quali tra le seguenti misure sono in grado di descrivere fenomeni dinamici, fornendo esempi.

**Esercizio 2.** Definire la densità di probabilità di una variabile aleatoria e i momenti del primo e secondo ordine. Descrivere come è possibile stimare la densità di probabilità disponendo di *n* osservazioni della variabile

**Esercizio 3.** Definire la funzione di autocorrelazione di un processo e le sue proprietà nel caso di un processo stazionario in senso lato. Si forniscano alcuni possibili andamenti della funzione di autocorrelazione legandoli alle proprietà temporali dei processi corrispondenti.

**Esercizio 4.** Descrivere uso e forma della distribuzione binomiale. Specificare le condizioni necessarie affinché un esperimento possa essere descritto tramite questa distribuzione.
Si utilizzi la distribuzione binomiale per calcolare la probabilità che un giocatore di pallacanestro, con una percentuale sul tiro da 6 metri del 60%, realizzi 4 canestri su 5 tiri, e la probabilità che realizzi almeno 3 canestri su 5 tiri.

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$S_n = \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2} + j\frac{\cos(\pi n)}{n}$, per $n \neq 0$ e $S_0 = 0$

a) Dire se il segnale s(t) è
- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

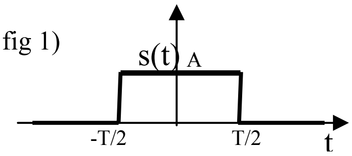
**<u>Motivare le risposte date.</u>**

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+2 e n=-2, all'istante t=$T_0$/16

**Esercizio 6.** Il segnale s(t) in figura 1 possiede TCF data da *S(f)*

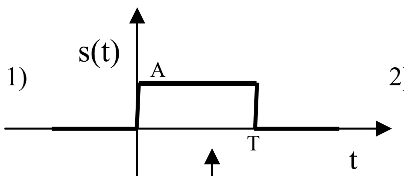
fig 1)



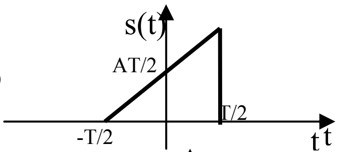

Indicare quali tra i seguenti segnali si ottengono dall'antitrasformata di:

a) $S(f)e^{j2\pi fT/2}$ b) $j2\pi fS(f)$ c) $\frac{S(f-1/T0)+S(f+1/T0)}{2}$. **<u>Motivare le risposte date.</u>**

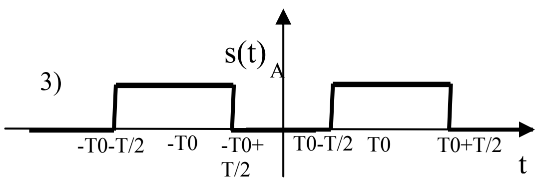
1)



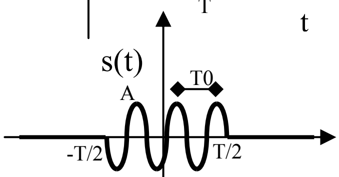

2)



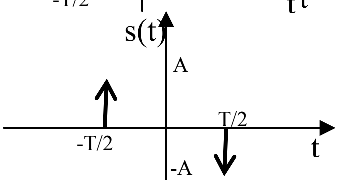

3)



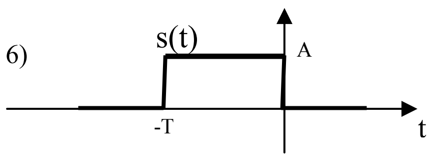

4)




5)




6)



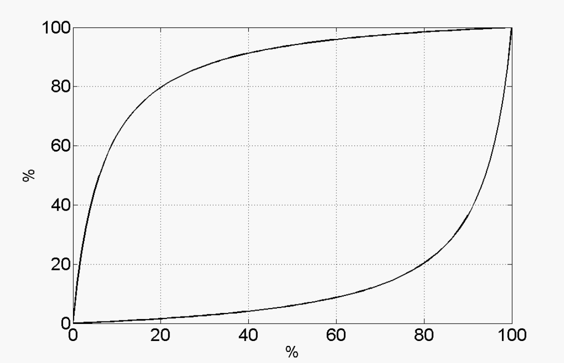

**Esercizio 7** Sia dato un segnale con banda compresa tra 8 e 15 kHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile. Si filtri un segmento di segnale di lunghezza pari a T=1 secondo, tramite un sistema di tipo passa basso con frequenza di taglio pari a 10 kHz. Il sistema è un caratterizzato da una risposta impulsiva h[n] con una lunghezza pari a 100. Si stimi la risoluzione frequenziale ottenibile dall'analisi con TDF del segmento di segnale in uscita.

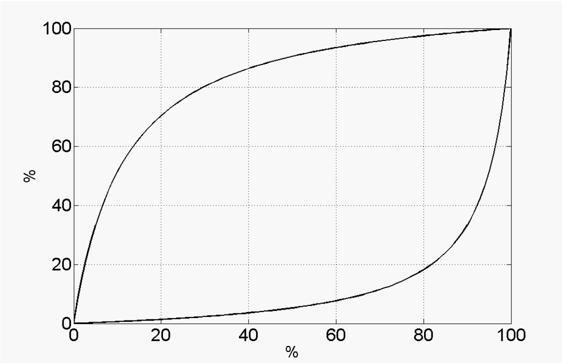
**Esercizio 8** In uno studio relativo alla fruizione dei sistemi multimediali negli adolescenti, si vuole verificare se un gruppo di 16 adolescenti appartiene alla popolazione generale caratterizzata da un consumo medio giornalieri pari a 240 minuti con una deviazione standard pari a 20 minuti. Nel gruppo in oggetto è stata stimata una fruizione media giornaliera pari a 250 minuti con una deviazione standard pari a 35 minuti. Si vuole verificare se il gruppo in oggetto possa essere considerato appartenente alla popolazione generale. Si utilizzi una significatività dell'ipotesi nulla pari a 0.05. N.B i valori critici per $\alpha$=0.05 sono: statistica *t,* gradi di libertà = 15, ipotesi alternativa bilaterale c=±2.1314, ipotesi alternative unilaterali rispettivamente c=-1.7531 e c=+1.7531. Per la statistica z ipotesi alternativa bilaterale c=±1.96, ipotesi alternative unilaterali rispettivamente c=-1.6449 e c=+1.6449.

**23/06/08**

**Esercizio 1.** Descrivere alcuni tipi di energia impiegati nella produzione delle bioimmagini con relativi esempi e applicazioni. Descrivere i parametri caratteristici di una bioimmagine.

**Esercizio 2.** Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Si supponga di eseguire i due test in cascata su un soggetto, con probabilità a priori di malattia pari al 20%. Si stimi dai grafici la probabilità a posteriori finale, con risultato positivo sul test 1 e negativo sul test 2. Si verifichi il risultato analiticamente considerando che i test sono caratterizzati dai seguenti valori : test 1) sensibilità=94% specificità= 94% - test 2) sensibilità=95% specificità= 90%

test 1 

test 2 


**Esercizio 3.** Descrivere il modello di regressione lineare. Dire quale è il criterio utilizzato per determinare il valore dei parametri del modello. Descrivere la forma attesa dell'istogramma dell'errore di un modello di regressione e discutere se e come tale istogramma varia al variare del coefficiente di correlazione tra variabile dipendente e indipendente.

**Esercizio 4.** Date 6 squadre di calcio (s1,s2, s3, s4, s5 ,s6) partecipanti ad un torneo, utilizzare gli strumenti del calcolo combinatorio per calcolare (a) il numero di partite che possono essere giocate se ogni squadra deve incontrare una sola volta tutte le altre, b) la probabilità che le squadre s1, s2 e s3 si classifichino nei primi tre posti, in qualsiasi ordine. (N.B. si supponga che le squadre siano considerate equivalenti).

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$$S_n = 2^{-|n|}\left(\frac{1 + j\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2}\right), \text{per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

a) Dire se il segnale s(t) è
- □ Reale
- □ Complesso

b) Presenta
- □ Simmetria Pari
- □ Simmetria Dispari
- □ Non presenta simmetrie

**<u>Motivare le risposte date.</u>**

c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3

d)Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+1 e n=-1, all'istante $t=T_0/8$

**Esercizio 6.** Siano date due sequenze di lunghezza rispettivamente pari a 4 e 5 campioni con un passo di dt=0.5 secondi, si ipotizzi di calcolarne la convoluzione circolare. Si indichino le operazioni necessarie perché questa coincida con la convoluzione lineare fornendo inoltre la lunghezza della sequenza ottenuta. Si effettui l'analisi in frequenza della sequenza ottenuta tramite TDF e si indichi se e come è possibile ottenere una risoluzione pari a 0.1 Hz e si calcolino le frequenze rispetto alle quali viene stimata la trasformata della sequenza.

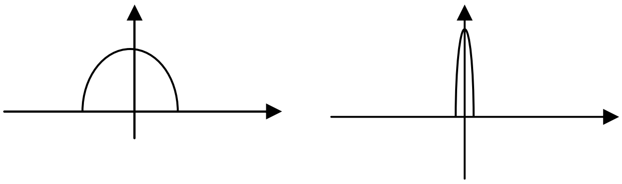
**Esercizio 7.** Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y(t) = \sqrt{x(t - t_0)}$ con $t_0$ costante. Dimostrarne l'eventuale invarianza temporale e linearità.

**Esercizio 8** Discutere l'utilità dell'analisi delle componenti principali. Descrivere sinteticamente le operazioni per la loro stima a partire da una matrice di osservazioni.

**14/07/08**

**Esercizio 1.** Dare una definizione di segnali biomedici spontanei riportando uno schema di principio di un'apparecchiatura per la loro misura. Dare un esempio di segnale spontaneo riportando alcuni valori tipici.

**Esercizio 2.** Nelle figure seguenti sono mostrati gli andamenti delle funzioni di autocorrelazione di due processi stazionari in senso lato. Disegnare in maniera qualitativa gli andamenti delle funzioni campione dei processi corrispondenti, discutendo le differenze.



**Esercizio 3.** Date $n$=1000 misure relative ad una variabile aleatoria, la cui distribuzione è incognita, descrivere le operazioni per la stima tramite l'istogramma, della corrispondente densità di probabilità. Fornire una stima del numero di classi nelle quali viene suddivisa tale variabile.

**Esercizio 4.** Descrivere forma e uso della binomiale. Un processo per la realizzazione di protesi vascolari mediante elettrofilatura, permette di ottenere circa 90 protesi che superano il controllo di qualità su 100 prodotte. Si utilizzi la binomiale per stimare la probabilità che su 8 protesi prodotte a) 4 siano difettose b) almeno 3 siano difettose.

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$$S_n = \frac{-j\sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n}, \text{ per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 1$$

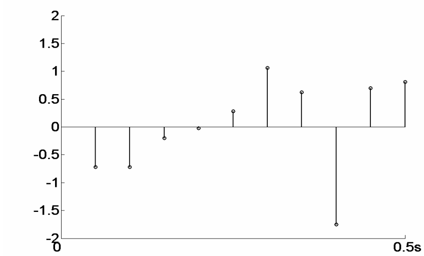
**Motivando le risposte**, dire se il segnale s(t) è reale o complesso (*a*), e se presenta o meno qualche simmetria (*b*)

*c)* Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3

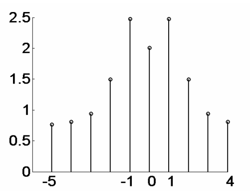
*d)* Disegnare l'andamento temporale del segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1, n=0 e n=1 nel caso di $T_0$=1 s. Se diverse da zero, disegnare su grafici separati la parte reale ed immaginaria di tale segnale.

**Esercizio 6.** Sia dato un segnale s(t) avente banda compresa tra 7 e 9 kHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile. Si consideri adesso il segnale $s_1(t)=s(t)+\cos(2\pi f_1 t)$ con $f_1$=1 kHz, dire se e come cambia la frequenza di campionamento che deve essere utilizzata in questo caso rispetto al precedente.

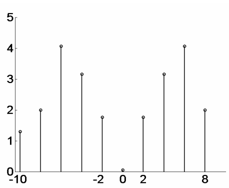
**Esercizio 7.**Dato il segnale tempo discreto di figura 1, dire quale è lo spettro di ampiezza corrispondente ottenuto tramite TDF, tra quelli rappresentati nelle figure a, b, c e d (le ascisse sono in Hz). Nel caso al segnale di figura 1 venisse applicata un'operazione zero padding, con N=10 campioni, come si modificherebbe la TDF? **Motivare le risposte date.**



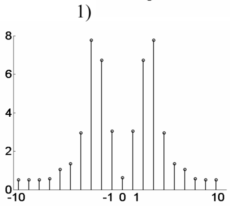

1)



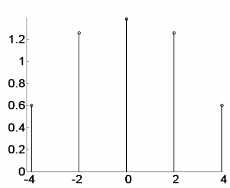
a)



b)

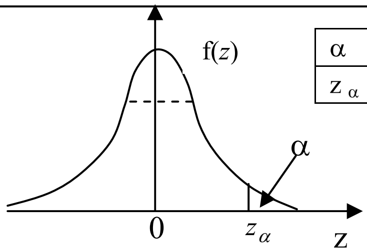


c)

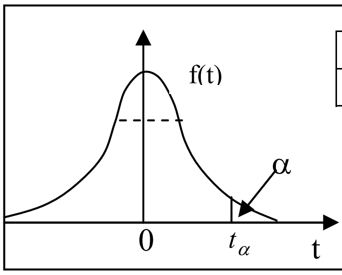


d)

**Esercizio 8** Su un gruppo di 6 soggetti sottoposti ad una sperimentazione farmacologica viene misurata la concentrazione di calcio piastrinico in condizioni basali ottenendo valori rispettivamente pari 83, 81, 69, 71, 73, 82 mM. Sapendo che nella popolazione non soggetta alla somministrazione del farmaco il valore medio del calcio piastrinico è pari a 72 mM, dire se l'effetto del farmaco su questo parametro è significativo o meno. Si utilizzi un valore di significatività per l'ipotesi nulla pari a 0.05. N.B Per calcolare i valori critici si utilizzino le tabelle seguenti.




| $\alpha$ | 0.05 | 0.025 |
|---|---|---|
| $z_\alpha$ | 1.6449 | 1.96 |




| $\alpha$ | 0.05 | 0.025 |
|---|---|---|
| $t_\alpha$ | 2.0150 | 2.5706 |

**15/09/08**

**Esercizio 1.** Fornire esempi di bioimmagini specificando l'energia impiegata per la loro formazione. Specificare significato e importanza del parametro contrasto.

**Esercizio 2.** Descrivere le differenze intercorrenti tra l'utilizzo di un modello di regressione lineare e la stima del coefficiente di correlazione tra due variabili aleatorie x e y. Disegnare sul piano (x,y) alcune distribuzioni di dati caratterizzate da questi valori del coefficiente di correlazione: a) $\rho=0$ b) $\rho=-0.9$ c) $\rho=1$.

**Esercizio 3.** Dato un processo stocastico definire quali informazioni si possono ottenere se si fissa un istante di tempo e quando si considerano due istanti. Definire le statistiche del primo e secondo ordine e le loro proprietà nel caso siano estratte da processi stazionari in senso lato.

**Esercizio 4.** Dati N punti distribuiti in modo uniforme su una circonferenza, utilizzare gli strumenti dal calcolo combinatorio per determinare a) il numero M di diagonali che uniscono i vari punti b) il numero di triangoli che possiedono i vertici sulla circonferenza.
Determinare il numero di modi diversi in cui è possibile tracciare le M diagonali utilizzando 3 colori; se si considera la simmetria circolare della figura in quanti modi diversi possiamo effettivamente colorare le diagonali? (N.B. le diverse configurazioni che coincidono ruotando la figura sono conteggiate 1 sola volta)

Nota successiva al 15/09/08. L'ultima domanda del Es. 4 è da considerarsi non valida

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$$S_n = \frac{e^{j\frac{\pi n}{4}} \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n}, \text{ per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 1$$

**Motivando le risposte**, dire se il segnale s(t) è reale o complesso (*a*), e se presenta o meno qualche simmetria (*b*)
*c)* Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per $n=\pm1,\pm2,\pm3$
*d)* Disegnare l'andamento temporale del segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1, n=0 e n=1 nel caso di $T_0$=2 s. Se diverse da zero, disegnare su grafici separati la parte reale ed immaginaria di tale segnale.

**Esercizio 6.** Sia dato un segnale s(t) avente banda compresa tra 0 e 5 kHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile per il segnale.. Si consideri adesso il segnale ottenuto filtrando s(t) con un sistema passa banda con frequenza centrale pari a 4 kHz e banda pari a 2 kHz. Si calcoli la frequenza di campionamento minima utilizzabile.

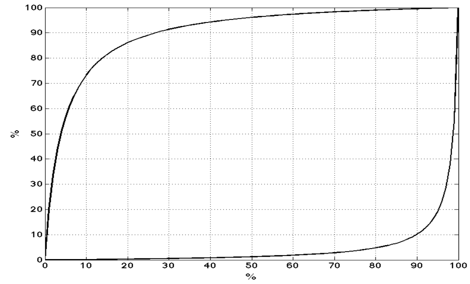
**Esercizio 7.** Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$. Dimostrarne l'eventuale invarianza temporale e linearità. Si stimi la trasformata continua di Fourier del segnale ottenuto in uscita al sistema con ingresso pari a $x(t) = rect\left(\frac{t}{T}\right)$.

**Esercizio 8** Descrivere le operazioni alla base dell'analisi delle componenti principali e discuterne possibili applicazioni.

**28/11/08** **Esercizio 1.** Discutere esempi di segnali spontanei distinguendoli in base ai diversi fenomeni fisici che li caratterizzano. Sottolinearne le applicazioni cliniche e descrivere lo schema di principio di un'apparecchiatura per la loro rivelazione.

**Esercizio 2.** Date p variabili aleatorie definire le matrici di covarianza e di correlazione. Dire quali valori assumono i termini sulla diagonale principale nel caso di variabili incorrelate. Quali valori assumono i termini fuori dalla diagonale? Fornire i passi per la stima di tali matrici partendo da un numero n di osservazioni per ciascuna variabile.

**Esercizio 3.** Formulare il teorema di Bayes.
Un test diagnostico applicato su 500 soggetti dei quali 250 con la patologia in esame fornisce un numero di falsi negativi (FN) pari a 3 e un numero di veri negativi (VN) pari a 240. Si calcolino sensibilità e specificità del test. Si stimi la probabilità di malattia di un soggetto, risultato positivo al test, per il quale era ipotizzata una probabilità di malattia prima del test pari allo 0.3. Si stimi tale grandezza sia tramite formule, che graficamente utilizzando il grafico riportato di seguito.



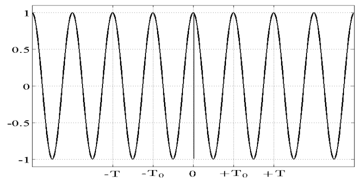
**Esercizio 4.** Descrivere uso e forma della distribuzione binomiale. In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.3. Si consideri un esperimento composto da 10 prove, dire quale è: a) il valore atteso di successi totali b) la deviazione standard del numero di successi ottenibili c) la probabilità di ottenere 8 successi d) la probabilità di avere più di 8 successi.

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$$S_n = \frac{1}{n^2} + j\frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n}, \text{per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

<u>**Motivando le risposte date,**</u> dire se il segnale s(t) è reale e complesso (a) presenta qualche simmetria (b). c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3. d) Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n\frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+1 e n=-1, all'istante $t=T_0/4$.

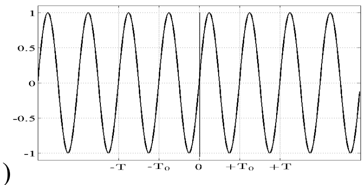
**Esercizio 6.** Il segnale s(t) in figura 1 possiede TCF data da *S(f)* fig 1)

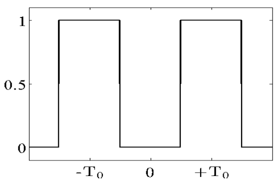


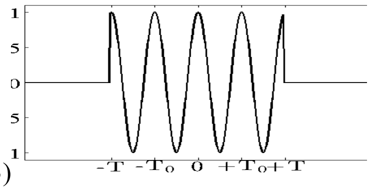
Indicare quali tra i seguenti segnali si ottengono dall'antitrasformata di:

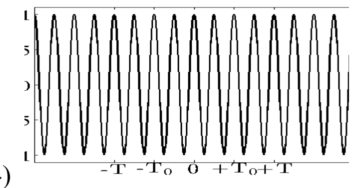
a) $S(f)e^{-j\frac{\pi}{2}f}$ b) $\frac{1}{2}S(f/2)$ c) $S(f)\otimes T\,\text{sinc}(fT)$.

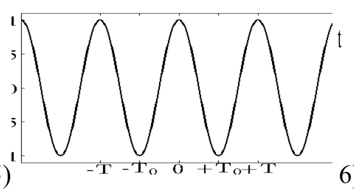
<u>**Motivare le risposte date.**</u>

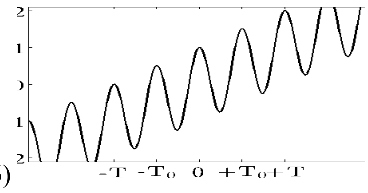
1) 

2) 

3) 

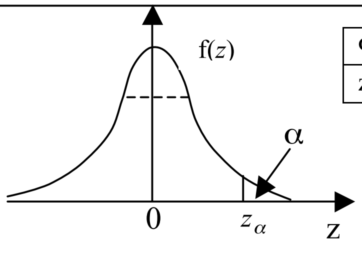
4) 

5) 

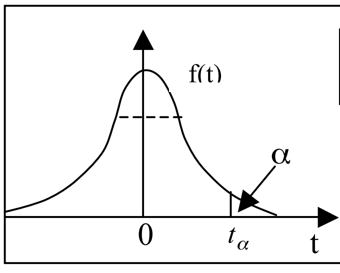
6) 

**Esercizio 7** Sia dato un segnale con banda compresa tra 7 e 9 kHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile. Si ipotizzi di filtrare un segmento del segnale, lungo T=300 ms, con un sistema FIR passa basso con frequenza di taglio pari a 8 kHz. Ipotizzando che tale sistema sia caratterizzato da una risposta all'impulso lunga 200 campioni, si stimi la risoluzione ottenibile dall'analisi frequenziale del segnale in uscita al sistema.

**Esercizio 8** Il valore medio di zinco dei mitili appartenenti agli allevamenti di una regione è pari 5.4 mg/Kg. Su un campione di 15 molluschi estratti da un particolare allevamento sono stati rilevati i seguenti valori: valore medio 8.7 mg/Kg, deviazione standard pari a 6.4 mg/Kg. È possibile affermare che il valore di zinco trovato nel particolare allevamento è significativamente più grande di quello stimato negli allevamenti della regione. Si utilizzi un valore di significatività per l'ipotesi nulla pari a 0.05. N.B Per calcolare i valori critici si utilizzino le tabelle seguenti.




| $\alpha$ | 0.05 | 0.025 |
|---|---|---|
| $z_\alpha$ | 1.6449 | 1.96 |




| $\alpha$ | 0.05 | 0.025 |
|---|---|---|
| $t_\alpha$ | 1.7613 | 2.1448 |

**7/01/09 Esercizio 1.** Descrivere le tecniche di imaging basate sull'impiego di energia elettromagnetica. Riportare brevemente uno schema di principio di un'apparecchiatura per la loro generazione.

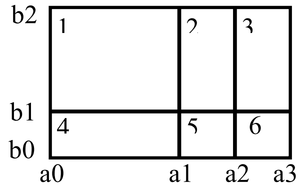
**Esercizio 2.** Fornire una definizione di processo stocastico. Dire quali statistiche possono essere definite quando si considerano due istanti del processo e descriverne le proprietà nel caso di processo stazionario in senso lato.

**Esercizio 3.** In relazione alla figura 1. Si calcolino il numero di rettangoli utilizzando gli strumenti del calcolo combinatorio. Si tenga presente che ogni rettangolo è individuato da di due righe orizzontali e di due verticali: es. a0 a1 b1 b2.
Utilizzando gli strumenti del calcolo combinatorio dire in quanti modi diversi è possibile colorare le linee orizzontali e verticali della figura, considerate nella loro interezza, se:

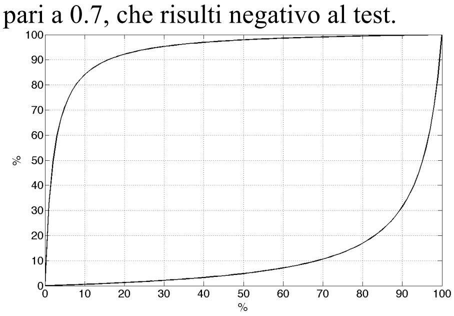
a) si dispone di un numero di colori pari al numero di linee ed è possibile usare ogni colore una sola volta

b) si dispone di un numero di colori pari al numero di linee ed è possibile usare ogni colore più di una volta

c) si dispone di 4 colori




**Esercizio 4.** Sia dato un test diagnostico tale che il numero di falsi positivi, quando applicato ad una popolazione di 1000 soggetti dei quali 500 malati, sia pari a 4 mentre il numero di falsi negativi è pari a 8. Calcolarne sensibilità e specificità.
Dato un test diagnostico con sensibilità pari al 96% e specificità pari al 98% calcolare la probabilità di malattia di un soggetto risultato positivo al test; prima dell'esecuzione del test il soggetto in esame era considerato malato con una probabilità del 30 %. Si riporti nel grafico in figura la probabilità di malattia di un soggetto, supposto malato con una probabilità prima del test pari a 0.7, che risulti negativo al test.

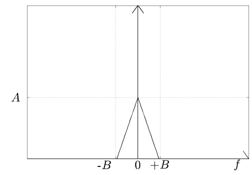



**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$$R_n = \frac{(\cos(\pi n))^n}{n^2} \text{ e } I_n = \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n}, \text{per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

**<u>Motivando le risposte date,</u>** dire se il segnale s(t) è reale e complesso (a) presenta qualche simmetria (b). c) Tracciare i grafici modulo-fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3. d) Disegnare l'andamento temporale del segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1, n=0 e n=1 nel caso di $T_0$=1 s. Se diverse da zero, disegnare su grafici separati la parte reale ed immaginaria di tale segnale.

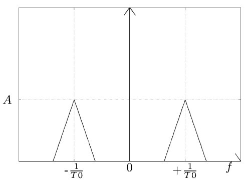
**Esercizio 6.** Il segnale s(t) in figura 1 possiede TCF data da *S(f)* fig 1)

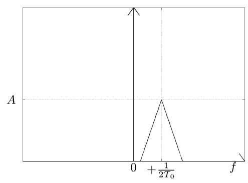


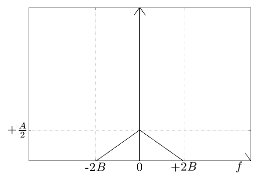

Indicare quali tra i seguenti spettri di ampiezza si ottengono dalla trasformata di:

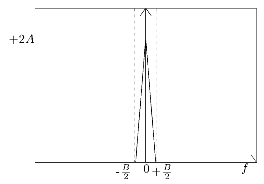
a) $s(t)\cos(2\pi t/T_0)$ b) $s(t/2)$ c) $s(t-2T_0)$

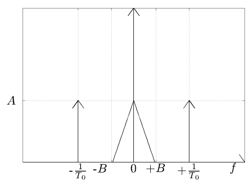
**<u>Motivare le risposte date.</u>**

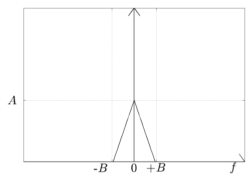
1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

6) 

**Esercizio 7** Sia dato un segnale $s_1(t)$ con banda compresa tra 5 e 8 kHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile. Si consideri ora il segnale $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$ dove $s_2(t)$ occupa una banda compresa tra 3 e 6 kHz e si quale è il tempo di campionamento massimo ammissibile per tale segnale.

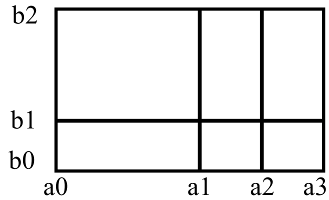
**Esercizio 8** Spiegare il significato e l'uso del cerchio delle correlazioni nell'analisi delle componenti principali. Spiegare cosa ci si può aspettare dal cerchio delle correlazioni, nel caso di due sole variabili originarie, nei seguenti casi: a) le due variabili originarie sono incorrelate b) le due variabili originarie sono contro correlate (coeff. di corr. che tende a -1) c) le due variabili originarie sono fortemente correlate tra loro

**7/01/09 A.A. 08/09 test #1** **(sono state date 4 versioni con differenti risultati numerici)**

**Esercizio 1.** Descrivere le tecniche di imaging basate sull'impiego di energia elettromagnetica. Riportare brevemente uno schema di principio di una apparecchiatura per la loro generazione.

**Esercizio 2.** Descrivere il modello di regressione tra due variabili aleatorie e fornire un esempio di applicazione. Descrivere il legame tra coefficiente di correlazione e pendenza della retta di regressione: rappresentare qualitativamente su due grafici due rette di regressione insieme ai dati dalle quali sono state ricavate, nei casi di basso e alto coefficiente di correlazione.

**Esercizio 3.** In relazione alla figura seguente




I. Si calcolino il numero di rettangoli utilizzando gli strumenti del calcolo combinatorio. Si tenga presente che ogni rettangolo è individuato da due righe orizzontali e due verticali: es. a0 a1 b1 b2.

A.☐ $C_{4,2} \cdot C_{3,2}$ B. ☐ $D_{4,2} \cdot D_{3,2}$ C. ☐ $C_{7,4}$ D. ☐ $D_{7,4}$ E. ☐ $(4-1)\cdot(3-1)+1$

Utilizzando gli strumenti del calcolo combinatorio dire in quanti modi diversi è possibile colorare le linee orizzontali e verticali della figura, considerate nella loro interezza, se:

II. si dispone di un numero di colori pari al numero di linee ed è possibile usare ogni colore più di una volta

A. ☐ $\frac{7^7}{7!}$ B. ☐ 1716 C. ☐ 5040 D. ☐ 49 E. ☐ 823543

III. si dispone di 5 colori

A. ☐840 B. ☐ 120 C. ☐ 24 D. ☐ 16384 E. ☐ 2401

**Esercizio 4.** Sia dato un test diagnostico tale che il numero di falsi positivi, quando applicato ad una popolazione di 1000 soggetti dei quali 500 malati, sia pari a 5 mentre il numero di falsi negativi è pari a 10.
Si indichi la sensibilità del test (risultati approssimati alla $4^a$ cifra decimale)

A. ☐ 0.9899 B. ☐ 0.98 C. ☐ 0.9802 D. ☐ 0.9703 E. ☐ 0.99

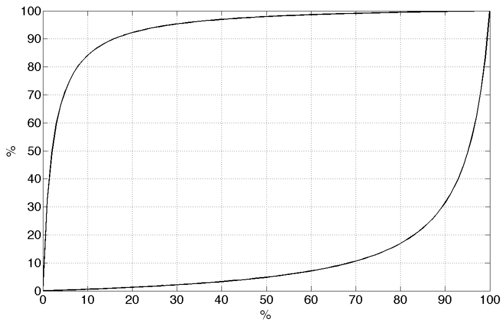
Si indichi la specificità del test

A. ☐ 0.98 B. ☐ 0.99 C. ☐ 0.9706 D. ☐ 0.9899 E. ☐ 0.9802

Dato un test diagnostico con sensibilità pari al 95% e specificità pari al 98% calcolare la probabilità di malattia di un soggetto risultato positivo al test; prima dell'esecuzione del test il soggetto in esame era considerato malato con una probabilità del 30 %.

A. ☐ 0.8936 B. ☐ 0.9532 C. ☐ 0.5033 D. ☐ 21.4% E. ☐ 0.9833

Si riporti nel grafico in figura la modalità per determinare la probabilità di malattia di un soggetto, supposto malato con una probabilità prima del test pari a 0.7, che risulti negativo al test.



**26/01/09** **Esercizio 1.** Dire quali forme di energia sfruttano e in quale intervallo di frequenze operano le seguenti metodiche per la generazione di bioimmagini: ultrasuoni, risonanza magnetica, imaging radiografico e medicina nucleare. Discutere tramite esempi relativi alle precedenti metodiche, l'utilizzo di bioimmagini aventi diversa dimensionalità.

**Esercizio 2.** Definire la densità di probabilità di una variabile aleatoria e discuterne l'uso. Descrivere, anche tramite formule, alcuni momenti del primo e del secondo ordine di una variabile aleatoria. Spiegare, anche con l'uso di rappresentazioni grafiche, il significato dei momenti analizzati.

**Esercizio 3.** Descrivere il modello di regressione lineare. Descrivere la forma attesa dell'istogramma dell'errore di un modello di regressione e discutere se e come tale istogramma varia al variare del coefficiente di correlazione tra variabile dipendente e indipendente. Discutere il legame esistente tra tale coefficiente e la pendenza della retta di regressione.

**Esercizio 4.** Descrivere forma ed uso della distribuzione binomiale. Sottolineare le condizioni necessarie per un suo uso corretto nella descrizione di un modello sperimentale. Fornire le relazioni che legano il valore atteso e la deviazione standard della variabile aleatoria descritta da una distribuzione binomiale, ai parametri caratteristici della binomiale stessa.

Si consideri un processo industriale per la realizzazione di dispositivi elettronici; tale processo presenta una percentuale di dispositivi difettosi pari al 20%. Si calcoli: a) la probabilità di ottenere 3 dispositivi difettosi su 10 realizzati, b) la probabilità di ottenere più di 8 componenti difettosi.

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

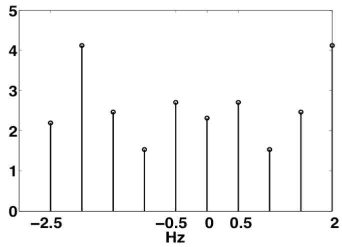
$$S_n = \frac{e^{j\frac{\pi n}{2}}}{n^2}\text{, per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

<u>**Motivando le risposte date,**</u> dire se il segnale s(t) è reale e complesso (a).

b) Tracciare il grafico della fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3.

c) Determinare l'andamento temporale del segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1, n=0 e n=1 nel caso di $T_0$=1s. Dire se quest'ultimo segnale è a potenza media e/o energia finite e determinare il valore di tali grandezze.

**Esercizio 6** Sia dato il modulo dello spettro di Fourier, rappresentato in figura.



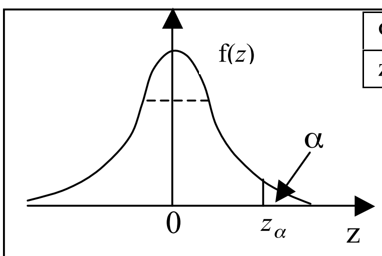

Si ipotizzi che tale risultato sia ottenuto applicando la TDF ad una sequenza discreta osservata per un tempo T e con intervallo temporale tra campioni dato da dt. Si indichi quale tra queste coppie di valori è compatibile con il risultato in figura 1, senza che venga operato uno zero padding:

a) T=2 s, dt= 0.2 b) T=4 s, dt=0.4 s c) T=0.5 s, dt=0.2 s d) T=20 s, dt=2 s e) T=20 s, dt=2 s

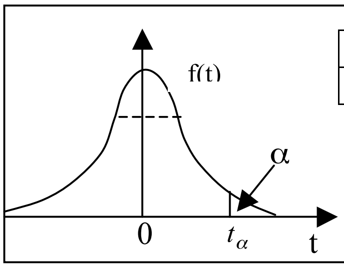
Si indichi quale altra coppia di valori, tra le precedenti, può essere compatibile con lo spettro di figura 1 dopo che al segmento corrispondente è stato applicato uno zero padding opportuno. Indicare il numero di zeri necessari per tale operazione. **Motivare le risposte.**

**Esercizio 7** Si considerino i sistemi caratterizzati dalle seguenti trasformazioni ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y_1(t) = Ax(t - t_0)$ e $y_2(t) = t|x(t)|$ con $A$ e $t_0$ costanti. Dimostrarne l'eventuale invarianza temporale e linearità. Ove possibile si stimi la risposta in frequenza del sistema.

**Esercizio 8** In un programma di monitoraggio ambientale viene considerato l'indice trofico delle acque costiere (indice TRIX che considera nutrienti e biomassa di fitoplancton presenti). Nelle coste della regione Toscana viene trovato un valore medio di tale indice pari a 4.03 con una deviazione standard pari a 0.91 (*fonte: Servizio Difesa Mare del Ministero dell'Ambiente*). Da una serie di 5 misure effettuate successivamente in una zona costiera, non precedentemente campionata, vengono rilevati i seguenti valori 4.84, 4.79, 4.89, 5.85, 3.83. È possibile affermare che il valore dell'indice TRIX trovato in questa zona è significativamente diverso da quello stimato nelle altre zone costiere della Toscana? Si utilizzi un valore di significatività per l'ipotesi nulla pari a 0.05. N.B Per calcolare i valori critici si utilizzino le tabelle seguenti.




| $\alpha$ | 0.05 | 0.025 |
|---|---|---|
| $z_\alpha$ | 1.6449 | 1.96 |




| $\alpha$ | 0.05 | 0.025 |
|---|---|---|
| $t_\alpha$ | 2.1318 | 2.7764 |

**26/01/09 AA 0809 test#1**

**Esercizio 1.** Dire quali forme di energia sfruttano e in quale intervallo di frequenze operano le seguenti metodiche per la generazione di bioimmagini: ultrasuoni, risonanza magnetica, imaging radiografico e medicina nucleare. Discutere tramite esempi relativi alle precedenti metodiche, l'utilizzo di bioimmagini aventi diversa dimensionalità.

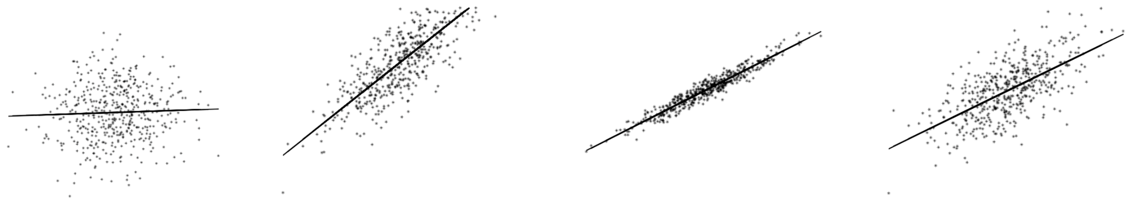
**Esercizio 2.** Definire la densità di probabilità di una variabile aleatoria e discuterne l'uso. Descrivere, anche tramite formule, alcuni momenti del primo e del secondo ordine di una variabile aleatoria. Spiegare, anche con l'uso di rappresentazioni grafiche, il significato dei momenti analizzati.

**Esercizio 3.** Si consideri il modello di regressione lineare.

I. Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive correttamente il legame tra il coefficiente angolare della retta, $b$, e il coefficiente di correlazione $\rho$ tra la variabile dipendente e quella indipendente. Con $\sigma_x$ e $\sigma_y$ si indicano le deviazioni standard delle variabili indipendente e dipendente rispettivamente.

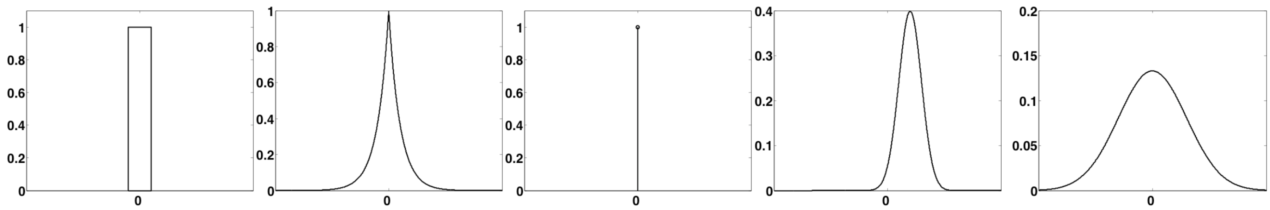
A. ☐ $b = \rho$ B. ☐ $b = \rho \dfrac{\sigma_x}{\sigma_y}$ C. ☐ $b = \rho \dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}$ D. ☐ $b = \dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}$ E. ☐ $b = \dfrac{\rho}{\sigma_x^2}$

II. Dire quali tra i seguenti scatter plot dei dati (ogni punto rappresenta una coppia di valori (x,y)) è relativo a variabili più fortemente correlate tra loro. Le scale sono le medesime per le diverse figure.



A. ☐ B. ☐ C. ☐ D. ☐

III. Supponendo la relazione tra la variabile dipendente e indipendente segua correttamente un modello di regressione lineare si individui quale tra i seguenti andamenti qualitativi dell'errore è più corretto.




A. ☐ B. ☐ C. ☐ D. ☐ E. ☐

**Esercizio 4.** Si consideri il significato e l'uso della distribuzione binomiale.

I. Scegliere tra le seguenti la frase che descrive meglio i valori forniti dalla suddetta distribuzione.
A. ☐ probabilità di avere successo in n prove successive
B. ☐ probabilità di avere k successi in n prove successive
C. ☐ il numero di successi ottenuti in n prove
D. ☐ probabilità che il k-esimo evento di n prove fornisca come risultato un successo

II. Indicati con n il numero di prove e p la probabilità di successo. Indicare qual è il valore atteso della distribuzione

A. ☐ $np$ B. ☐ $\sum_{i=1}^{n} \dfrac{p_i}{n}$ C. ☐ $n/2$ D. ☐ $\dfrac{np}{2}$

III. Se inoltre con q si indica la probabilità di insuccesso, indicare qual è la deviazione standard dei valori assunti dalla distribuzione

A. ☐ $npq$ B. ☐ $\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{p_i^2}{n-1}}$ C. ☐ $\sqrt{npq}$ D. ☐ $\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{\left(p_i - \sum_i^n p_i / n\right)^2}{n-1}}$

Si consideri un processo industriale per la realizzazione di dispositivi elettronici; tale processo presenta una percentuale di dispositivi difettosi pari al 30%. Si calcoli:

IV. la probabilità di ottenere 3 dispositivi difettosi su 10 realizzati

A. ☐ 16% B. ☐ 1.11% C. ☐ 7.08% D. ☐ 26.68% E. ☐ 9%

V. la probabilità di ottenere più di 8 componenti difettosi.

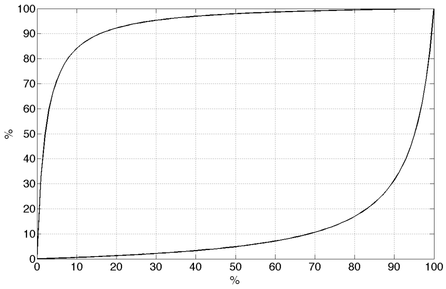
A. ☐ 0.16% B. ☐ $1.4369 \times 10^{-4}$ C. ☐ 0.14% D. ☐ $1.3778 \times 10^{-4}$ E. ☐ 14.93%

**16/02/09** **Esercizio 1.** Dare una definizione di segnali biomedici spontanei riportando uno schema di principio di un'apparecchiatura per la loro misura. Dare un esempio di segnale spontaneo riportando alcuni valori tipici.

**Esercizio 2.** Si descrivano uso e caratteristiche dell'istogramma. Fare un esempio di un criterio per la stima del numero di classi nelle quali viene suddivisa la variabile aleatoria. Descrivere le operazioni per la stima tramite l'istogramma, delle densità di probabilità di una variabile aleatoria. Supponendo di avere 1000 numeri estratti da una distribuzione binomiale che descrive un esperimento con un numero di prove ripetute pari a 15 e probabilità di successo sulla singola prova pari a p=0.3 fornire, anche tramite descrizioni grafiche e valutazioni quantitative, la forma attesa dell'istogramma stimato su tali dati.

**Esercizio 3.** Otto persone si incontrano per una riunione e si salutano con una stretta di mano. Quante strette di mano vengono scambiate in totale?
Dopo essersi salutate le persone si siedono ad un tavolo da 8 posti (posti numerati). Dire in quanti modi diversi possono prendere posto. In quanti modi invece possono prendere posto se i posti non sono numerati e sono indistinguibili tra loro (ad. es tavolo rotondo). Alla fine della riunione le otto persone hanno a disposizione due uscite per congedarsi. Dire in quanto modi possono distribuirsi sulle due uscite. Descrivere questi risultati utilizzando gli strumenti del calcolo combinatorio

**Esercizio 4.** *Punto a)* Sia dato un test diagnostico tale che il numero di falsi positivi, quando applicato ad una popolazione di 1200 soggetti dei quali 600 malati, sia pari a 4 mentre il numero di falsi negativi è pari a 8. Calcolarne sensibilità e specificità.
*Punto b)* Dato un test diagnostico con sensibilità pari al 98% e specificità pari al 99% calcolare la probabilità di malattia di un soggetto risultato positivo al test; prima dell'esecuzione del test il soggetto in esame era considerato malato con una probabilità del 25 %.
*Punto c)* Si riporti nel grafico in figura la probabilità di malattia di un soggetto, supposto malato con una probabilità prima del test pari a 0.9, che risulti negativo al test.




**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti

$$S_n = \frac{1+e^{j\frac{\pi n}{2}}}{n^2}, \text{per } n \neq 0 \text{ e } S_0 = 0$$

**<u>Motivando le risposte date,</u>** dire se il segnale s(t) è reale e complesso (a).
b) Tracciare il grafico della fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3.
c) Determinare l'andamento temporale del segnale ottenuto sommando il contributo dei fasori per n=-1, n=0 e n=1 nel caso di $T_0$=1s.
d) Dire se quest'ultimo segnale è a potenza media e/o energia finite e determinare il valore di tali grandezze.

**Esercizio 6** Si considerino i sistemi caratterizzati dalle seguenti trasformazioni ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso x(t): $y_1(t) = \sqrt{x(t-t_0)}$ e $y_2(t) = \sqrt{t}\,x(t)$ con $t_0$ costante. Dimostrarne l'eventuale invarianza temporale e linearità. Ove possibile si stimi la risposta in frequenza del sistema.

**Esercizio 7** Sia dato un segnale con banda compresa tra 7 e 11 kHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile. Si ipotizzi di filtrare un segmento del segnale, lungo T=750 ms, con un sistema FIR passa basso con frequenza di taglio pari a 8 kHz. Ipotizzando che tale sistema sia caratterizzato da una risposta all'impulso lunga 100 campioni, si stimi la risoluzione ottenibile dall'analisi frequenziale del segnale in uscita al sistema.

**Esercizio 8** Descrivere le distribuzioni delle variabili standardizzata Z e t di Student, sottolineando le differenze nel loro utilizzo nel test delle ipotesi. Descrivere se e in quali condizioni le due distribuzioni possono essere considerate coincidenti.

**16/02/09 AA 0809 test#2**

**Esercizio 1.** Dare una definizione di segnali biomedici spontanei riportando uno schema di principio di un'apparecchiatura per la loro misura. Dare un esempio di segnale spontaneo riportando alcuni valori tipici.

**Esercizio 2.** Si descrivano uso e caratteristiche dell'istogramma. Fare un esempio di un criterio per la stima del numero di classi nelle quali viene suddivisa la variabile aleatoria. Descrivere le operazioni per la stima tramite l'istogramma, delle densità di probabilità di una variabile aleatoria. Supponendo di avere 1000 numeri estratti da una distribuzione binomiale che descrive un esperimento con un numero di prove ripetute pari a 15 e probabilità di successo sulla singola prova pari a p=0.3 fornire, anche tramite descrizioni grafiche e valutazioni quantitative, la forma attesa dell'istogramma stimato su tali dati.

**Esercizio 3.** Nove persone si incontrano per una riunione e si salutano con una stretta di mano. Quante strette di mano vengono scambiate in totale?

A.□ $D_{9,2}$ B. □ 18 C. □ $C_{9,2}$ D. □ $C'_{9,2}$ E. □ 9!

Dopo essersi salutate le persone si siedono ad un tavolo da 9 posti (posti numerati). Dire in quanti modi diversi possono prendere posto.

A. □ 387420489 B. □ 24310 C. □ 648 D. □ 362880 E. □ 43046721

In quanti modi invece possono prendere posto se i posti non sono numerati e sono indistinguibili tra loro (ad. es tavolo rotondo).

A. □ 72 B. □ 43046721 C. □ 40320 D. □ 2701 E. □ 4782969

Alla fine della riunione le nove persone hanno a disposizione due uscite per congedarsi. Dire in quanto modi possono distribuirsi sulle due uscite. Descrivere questi risultati utilizzando gli strumenti del calcolo combinatorio

A.□ $C'_{2,9}$ B. □ $D'_{9,2}$ C. □ $C_{9,2}$ D. □ $C'_{9,2}$ E. □ $D'_{2,9}$

**Esercizio 4.** Sia dato un test diagnostico tale che il numero di falsi positivi, quando applicato ad una popolazione di 900 soggetti dei quali 450 malati, sia pari a 5 mentre il numero di falsi negativi è pari a 10.

Si indichino il numero di veri positivi
A. □ 445 B. □ 450 C. □ 460 D. □ 440 E. □ 445

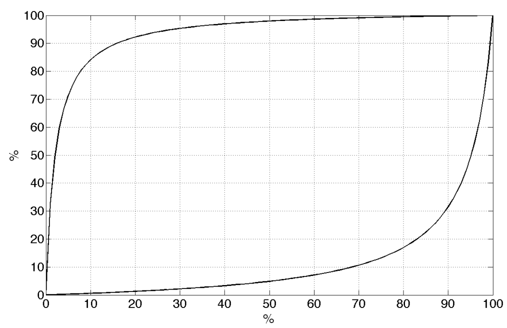
Si indichi la sensibilità del test (risultati approssimati alla 4ª cifra decimale)

A. □ 0.9778 B. □ 0.9890 C. □ 0.9780 D. □ 0.9888

Dato un test diagnostico con sensibilità pari al 95% e specificità pari al 97% calcolare la probabilità di malattia di un soggetto risultato positivo al test; prima dell'esecuzione del test il soggetto in esame era considerato malato con una probabilità del 20 %.

A. □ 0.5102 B. □ 0.8291 C. □ 0.8879 D. □ 0.9065

Si riporti nel grafico in figura la modalità per determinare la probabilità di malattia di un soggetto, supposto malato con una probabilità prima del test pari a 0.9, che risulti negativo al test.



**03/04/09** **Esercizio 1.** Descrivere i parametri che determinano il contenuto informativo delle bioimmagini. Descrivere uno schema di principio per la loro misura. Fornire esempi di bioimmagini ottenute con metodiche differenti.

**Esercizio 2.** Fornire la definizione di processo stocastico. Discutere quali statistiche si possono ottenere se osserviamo il processo fissando un istante o due istanti e le proprietà di tali statistiche in caso di processo stazionario in senso lato.

**Esercizio 3.** Descrivere il modello di regressione lineare e descrivere i criteri utilizzati per la stima dei parametri del modello. Discutere la forma attesa dell'istogramma degli errori stimati e specificare in formule il legame esistente tra la pendenza della retta di regressione e il coefficiente di correlazione tra variabile dipendente e indipendente.

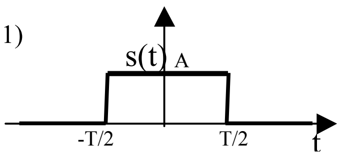
**Esercizio 4.** Descrivere uso e forma della distribuzione binomiale. In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.7. Si consideri un esperimento composto da 12 prove, dire quale è: a) il valore atteso di successi totali b) la deviazione standard del numero di successi ottenibili c) la probabilità di ottenere 3 successi d) la probabilità di avere tra 6 e 8 successi.

**Esercizio 5.** Il segnale s(t), periodico di periodo $T_0$, possiede lo sviluppo in serie di Fourier dato dai coefficienti $R_n = \frac{1}{n}$ e $I_n = \frac{\left(\sin\frac{\pi n}{2}\right)^2}{n}$ per $n \neq 0$ e $S_0 = 0$

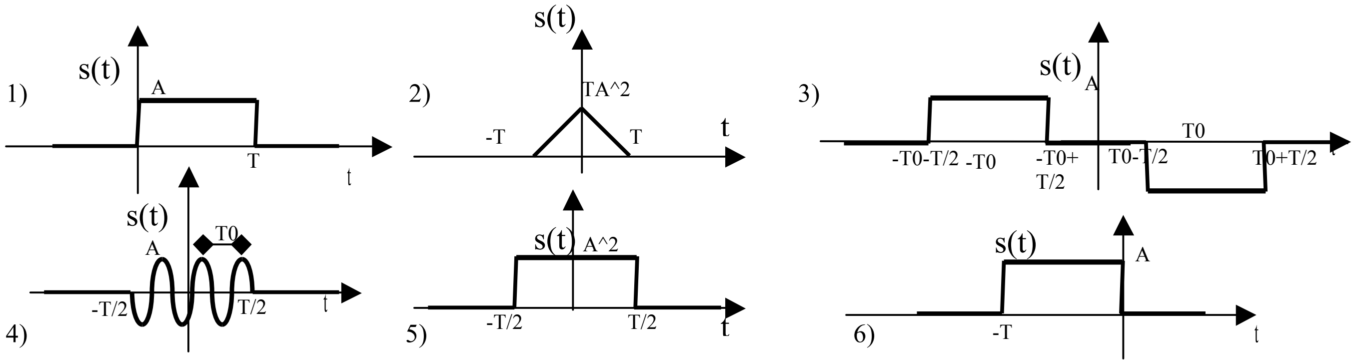
__Motivando le risposte date,__ dire se il segnale s(t) è reale e complesso (a) e se presenta qualche simmetria (b).
c) Tracciare i grafici modulo e fase dei coefficienti dello sviluppo per n=±1,±2,±3.
d Considerata la forma esponenziale dello sviluppo in serie di Fourier $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_n e^{j2\pi n \frac{t}{T_0}}$, tracciare il grafico, sul piano complesso, dei fasori relativi a n=+1 e n=-1, all'istante $t=T_0/2$.

**Esercizio 6.** Il segnale s(t) in figura 1 possiede TCF data da *S(f)*
Indicare quali tra i seguenti segnali si ottengono dall'antitrasformata di:

fig 1)

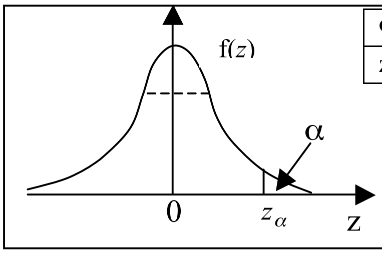



a) $S(f)e^{j2\pi fT/2}$ b) $S(f)^2$ c) $\frac{S(f-1/T0)-S(f+1/T0)}{2j}$. __**Motivare le risposte date.**__

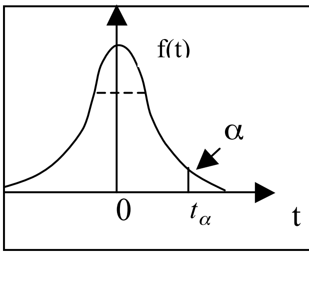



**Esercizio 7** Sia dato un segnale con banda compresa tra 6 e 11 MHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile. Si filtri un segmento di segnale di lunghezza pari a T=1 ms secondo, tramite un sistema di tipo passa basso con frequenza di taglio pari a 8 MHz. Il sistema è di tipo FIR caratterizzato da una risposta impulsiva h[n] con una lunghezza pari a 100 campioni. Si stimi la risoluzione frequenziale ottenibile dall'analisi con TDF del segmento di segnale in uscita.

**Esercizio 8** In uno studio si vuole esaminare l'eventuale effetto genotossico derivante dall'abitazione in prossimità di miniere di carbone. Nella fase preliminare dello studio vengono effettuati test su possibili danni al DNA presenti nei linfociti prelevati da una popolazione di topi catturati nei pressi del sito di interesse. Il test effettuato per misurare il danno al DNA è il test delle comete (comet assay). La lunghezza della coda della cometa rilevata dai linfociti, estratti dai 10 topi catturati, ha una media pari a 38.7 µm e una deviazione standard pari a 4 µm. Nei casi di topi catturati in ambiente presumibilmente non contaminato viene osservata una lunghezza media della coda della cometa pari a 35 µm. E' possibile affermare che il danno genetico osservato nei topi che abitano nei pressi del sito in oggetto, sia differente da quello osservato nella popolazion di topi di riferimento? Si utilizzi una significatività per l'ipotesi nulla pari a 0.01.
N.B Per calcolare i valori critici si utilizzino le tabelle seguenti.




| $\alpha$ | 0.005 | 0.01 |
|---|---|---|
| $z_\alpha$ | 2.5758 | 2.3263 |




| $\alpha$ | 0.005 | 0.01 |
|---|---|---|
| $t_\alpha$ | 3.2428 | 2.8124 |