

### Esercizio 1

Una ruota gira intorno ad un asse stazionario, di modo che l'angolo di rotazione vale  $\varphi=kt^2$ , dove  $k=0.20\text{rad/s}^2$ . Trovare l'accelerazione totale  $\mathbf{a}$  del punto A, che si trova sul bordo del volano, nell'istante  $t=2.5\text{s}$ , se la velocità del punto A in quel momento vale  $V_A=0.65\text{m/s}$ .

### Esercizio 2

Un corpo rigido ruota intorno ad un asse fisso con legge oraria  $\varphi = at - bt^3$ , con le costanti a e b che valgono rispettivamente:  $a = 6 \text{ rad/s}$  e  $b = 2 \text{ rad/s}^3$ . Trovare:

- i valori medi di velocità ed accelerazione angolare nell'intervallo di tempo tra  $t=0$  e l'istante in cui il moto si arresta;
- l'accelerazione angolare nel momento in cui il moto si arresta.

### Esercizio 3

Un oggetto solido ruota intorno ad un asse fisso in modo tale che la sua velocità angolare dipende dall'angolo di rotazione con la legge  $\omega = \omega_0 - a\varphi$ , dove  $\omega_0$  ed a sono costanti positive. All'istante  $t = 0$  l'angolo  $\varphi = 0$ . Trovare l'angolo di rotazione e la velocità angolare in funzione del tempo.

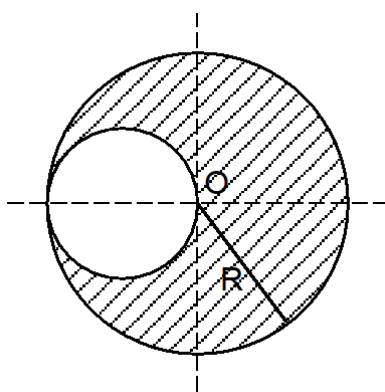
### Esercizio 4

Un oggetto solido inizia a ruotare intorno ad un asse fisso con accelerazione angolare  $\alpha=kt$ , con  $k=2 \cdot 10^{-2} \text{ rad/s}^3$ . Dopo quanto tempo dall'inizio della rotazione un arbitrario punto di tale oggetto avrà un'accelerazione tale da formare un angolo  $\theta=60^\circ$  con la velocità del punto stesso?

### Esercizio 5

Si abbia un piano inclinato di un angolo  $\alpha$  rispetto all'orizzontale sul quale è appoggiata e tenuta ferma una sfera piena di raggio R. Sia A il punto della sfera che è in contatto con il piano inclinato. In un certo istante la sfera viene lasciata libera di muoversi ed essa, compreso il punto A, comincia a rotolare (senza strisciare) lungo il piano inclinato. Dopo quanto tempo la velocità del punto A ha direzione orizzontale per la prima volta?

### Esercizio 6



Un disco uniforme di raggio  $R=20\text{cm}$  ha un foro tondo, come da figura. La massa della porzione rimanente (ombreggiata) del disco vale  $m=7.3\text{Kg}$ . Trovare il momento d'inerzia del disco forato, rispetto ad un asse che passa per il suo centro di massa ed è ad esso perpendicolare.

### Esercizio 7

Determinare il momento d'inerzia di un corpo sferico di massa  $M$  e raggio  $a$  che abbia la massa al suo interno distribuita con una densità inversamente proporzionale alla distanza dal centro.

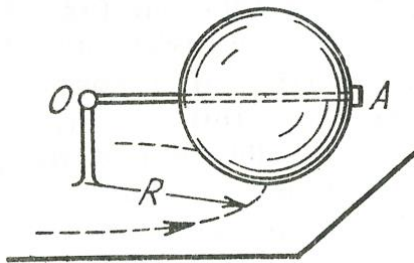
Supponendo che la Terra abbia una distribuzione di densità di questo tipo e che per effetto delle forze di marea vengano dissipati ogni anno  $3 \times 10^{19}$  J di energia cinetica, calcolare il cambiamento della durata del giorno che si ha ogni anno. La massa della Terra vale  $5 \times 10^{24}$  kg ed il suo raggio vale  $6 \times 10^6$  m.

### Esercizio 8

Dimostrare che nel caso di una lastra piana e sottile, di forma arbitraria, esiste la seguente relazione tra momenti d'inerzia:  $I_1 + I_2 = I_3$  dove gli indici 1, 2 e 3 definiscono tre assi mutuamente ortogonali passanti per uno stesso punto della lastra, con gli assi 1 e 2 giacenti sullo stesso piano della lastra.

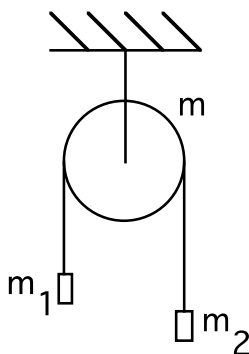
Usando questa relazione, calcolare il momento d'inerzia di un disco di raggio  $R$  e massa  $m$ , sottile ed uniforme, rispetto ad un asse di rotazione coincidente con un diametro del disco.

### Esercizio 9



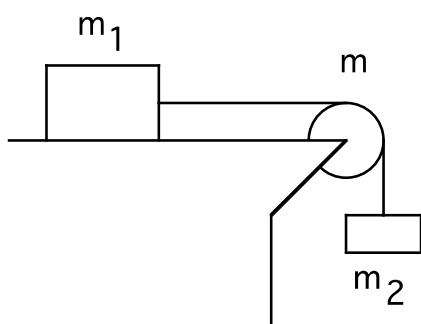
Una sfera uniforme di massa  $m$  e raggio  $r$  rotola senza strisciare su un piano orizzontale, ruotando intorno all'asse orizzontale mobile  $OA$ . In questo moto il centro della sfera si muove con velocità  $v$  lungo una circonferenza di raggio  $R$ . Trovare l'energia cinetica della sfera.

### Esercizio 10



Nel sistema in figura la massa della carrucola, uniforme e di raggio  $R$ , vale  $m$  e le masse dei due corpi appesi valgono  $m_1$  ed  $m_2$ . Si suppongano nulli l'attrito sull'asse della carrucola, la massa della corda e lo slittamento tra corda e carrucola. Trovare l'accelerazione angolare della carrucola ed il rapporto  $T_1/T_2$  tra le tensioni della corda nei due tratti verticali durante il moto del sistema.

### Esercizio 11

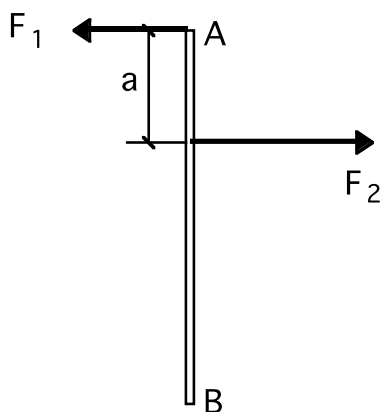


Nel sistema in figura, le masse dei due contrappesi valgono  $m_1$  ed  $m_2$ , il coefficiente di attrito tra il corpo di massa  $m_1$  ed il piano orizzontale vale  $\mu$  e la carrucola di massa  $m$  può essere considerata un disco uniforme. La corda non può slittare sulla carrucola. Nell'istante  $t = 0$  il corpo di massa  $m_2$  comincia a scendere. Assumendo nulli la massa della corda e l'attrito sull'asse della carrucola, trovare il lavoro compiuto dalle forze d'attrito fra  $m_1$  ed il piano fino all'istante  $t = \tau$ .

### Esercizio 12

Al soffitto di un ascensore è appesa una carrucola di massa  $m_3$  e raggio  $R$ , che può ruotare senza attrito sul suo asse. Sulla carrucola si impegna una corda alle cui estremità sono appese le masse  $m_1$  ed  $m_2$  (macchina di Atwood). L'ascensore sta accelerando verso l'alto con accelerazione  $a$ . Il sistema costituito da masse, corda e carrucola è libero di muoversi. Qual è la forza che si esercita tra la carrucola ed il soffitto dell'ascensore?

### Esercizio 13



Una sottile sbarra uniforme AB di massa  $m = 1 \text{ Kg}$  si muove di moto traslatorio (senza rotazioni) con accelerazione  $w = 2 \text{ m/s}^2$  sotto l'azione di due forze antiparallele  $F_1$  ed  $F_2$  (vedi figura). La distanza tra i punti di applicazione vale  $a = 20 \text{ cm}$ , essendo  $F_1$  applicata all'estremo A. Inoltre è noto il modulo  $F_2 = 5 \text{ N}$ . Trovare la lunghezza della sbarra.

### Esercizio 14

Un cubo omogeneo di massa  $M=100 \text{ kg}$  e lato  $L=1 \text{ m}$  è appoggiato su una superficie piana; il coefficiente di attrito fra cubo e piano è  $\mu_s = 0.8$ . Viene applicata su uno degli spigoli superiori del cubo una forza di modulo  $F$  parallela al piano e diretta come un lato del cubo stesso. Si calcoli:

- il valore limite della forza per cui il cubo non trasla;
- il valore limite della forza per cui il cubo non ruota;
- il momento, rispetto ad uno dei lati a contatto del suolo, della forza vincolare che il piano esercita sul cubo nel caso  $F = 200\text{N}$ ;
- l'accelerazione angolare iniziale del centro di massa del cubo nel caso  $F = 600\text{N}$ .

### Esercizio 15

Siamo nel campo gravitazionale terrestre. Si abbia un'asta uniforme di acciaio AB di lunghezza L. Al suo punto centrale C venga saldata perpendicolarmente ad essa un'asta uniforme di rame CD. L'estremità A dell'asta d'acciaio venga incardinata e sospesa ad un punto fisso O (coincidente quindi con A), rispetto al quale il sistema delle due aste possa ruotare senza attrito in ogni direzione. Si metta in rotazione il sistema delle due aste rispetto ad un asse verticale passante per O. Per quale velocità angolare del sistema l'asta d'acciaio permane in direzione verticale?

### Esercizio 16

La porta di un'automobile è aperta in posizione perpendicolare rispetto all'automobile stessa. L'automobile parte con un'accelerazione di  $0.60 \text{ m/sec}^2$  e la porta è larga 90 cm. Assimilando la porta ad un rettangolo uniforme e trascurando gli attriti, determinare la velocità rispetto all'automobile dello spigolo esterno della porta quando questa si chiude.

### Esercizio 17

Una sottile sbarra uniforme AB, posta in posizione orizzontale, ha massa m e lunghezza D e può ruotare liberamente intorno ad un asse verticale che passa per la sua estremità A. In un certo istante all'estremità B viene applicata una forza orizzontale costante  $\mathbf{F}$ , che è sempre perpendicolare alla posizione originale della sbarra. Trovare la velocità angolare della sbarra in funzione dell'angolo di rotazione  $\varphi$ , misurato relativamente alla posizione iniziale.

### Esercizio 18

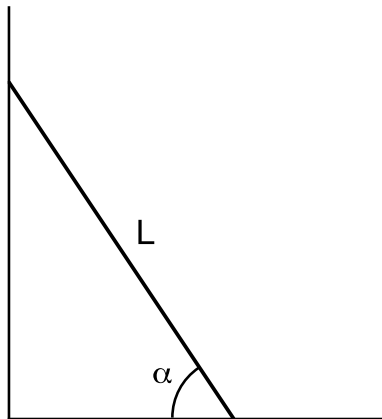
Un muro di altezza h e spessore s è costruito con mattoni di densità  $\rho_M$ , ed è semplicemente appoggiato su una superficie orizzontale ruvida. Un vento di velocità V soffia contro il muro, e si può assumere che esso venga completamente arrestato dal muro. La densità dell'aria sia  $\rho_A$ .

- a) Trovare la minima velocità V per cui il muro viene rovesciato dal vento.
- b) Trovare il massimo coefficiente d'attrito statico tra il muro e la superficie orizzontale per cui il muro scivola invece di rovesciarsi.

### Esercizio 19

Un'asta uniforme è appoggiata verticalmente su un piano orizzontale molto scabro (coefficiente di attrito statico praticamente infinito). Lasciata libera di muoversi, essa comincia a cadere ruotando intorno al punto di contatto col piano. Ad un certo momento durante la caduta, l'asta perde contatto col piano (la forza normale applicata dal piano all'asta diventa zero). Trovare l'angolo tra l'asta e la verticale in quel momento (piccolo aiuto: il coseno di tale angolo è una frazione molto semplice).

### Esercizio 20



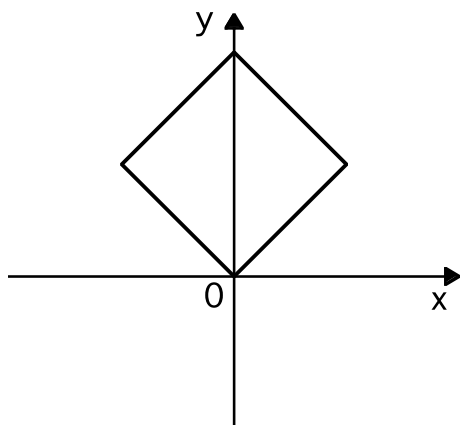
Una scala di lunghezza  $L$ , approssimabile come un'asta uniforme, viene appoggiata ferma contro un muro, formando un angolo  $\alpha_0$  con il pavimento. Sia il muro che il pavimento sono perfettamente lisci.

a) Si dica se esistono dei valori di  $\alpha_0$  tali che la scala rimane in equilibrio.

Si supponga ora che la scala cominci a scivolare e che le sue estremità rimangano in contatto rispettivamente col pavimento e col muro. Si faccia coincidere l'asse  $x$  col pavimento e l'asse  $y$  col muro.

- b) Si determini l'equazione (nel piano  $x$ - $y$ ) della curva percorsa dal centro di massa della scala;
- c) si calcolino le velocità delle due estremità della scala nel momento in cui questa tocca terra;
- d) si determini la velocità del centro di massa in funzione della inclinazione della scala durante la caduta;
- e) si determini l'accelerazione del centro di massa in funzione della inclinazione della scala durante la caduta;
- f) si dica se è effettivamente vero che la scala non si stacca dal muro durante la caduta, ed in caso contrario si calcoli per quale inclinazione della scala avviene il distacco se questa viene lasciata andare, da ferma, ad  $\alpha_0 = \pi/2$

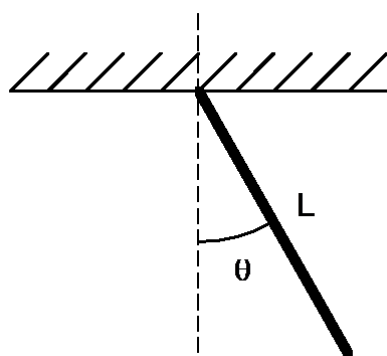
### Esercizio 21



Un cubo uniforme di massa  $m$  è incernierato in modo da poter ruotare senza attrito intorno ad un asse orizzontale fisso, coincidente con uno dei suoi spigoli e con l'asse  $z$  di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale. Il cubo viene lasciato libero di muoversi da fermo nella posizione iniziale di equilibrio instabile nella quale il suo centro di massa è alla quota  $y$  maggiore possibile. Detto  $\theta$  l'angolo di rotazione del cubo rispetto alla posizione iniziale, si trovino in funzione di  $\theta$  le componenti  $x$  ed  $y$  della forza esercitata dal cubo sull'asse di rotazione durante il moto. Si trovino inoltre i

valori di  $\theta$  per cui tale forza ha modulo di valore massimo o minimo.

### Esercizio 22

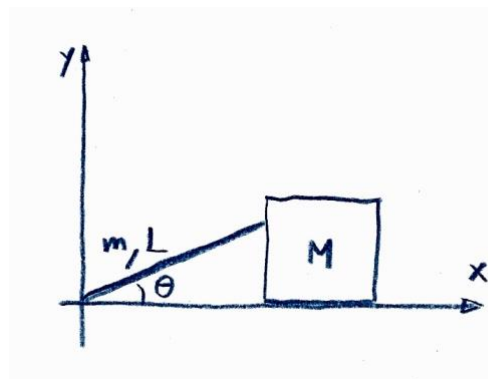


Un pendolo conico è costituito semplicemente da una sbarra sottile ed uniforme, di lunghezza  $L$ , sospesa ad una sua estremità ad un punto fisso e libera di ruotare intorno ad esso senza attrito.

Un tale pendolo viene messo in rotazione uniforme e stabile intorno ad un asse verticale con velocità angolare costante  $\omega$ .

Si chiede di determinare l'angolo  $\theta$  compreso tra la sbarra e la direzione verticale (vedi figura).

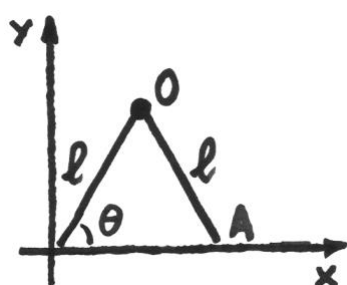
### Esercizio 23



In un punto di un piano orizzontale liscio, coincidente con l'origine di un sistema di assi cartesiani, è incernierata un'asta rigida, omogenea, di lunghezza  $L$  e massa  $m$ , che appoggia l'altro estremo ad un cubo di massa  $M$ , libero di muoversi senza attrito sul piano orizzontale. L'asta giace nel piano della figura. Inizialmente il sistema è in quiete e l'angolo che l'asta forma con l'orizzontale è  $\theta_0$ . In assenza di attriti si calcoli la reazione vincolare fra l'asta ed il cubo durante il moto

in funzione dell'angolo  $\theta$  formato dall'asta con il piano orizzontale.

### Esercizio 24



Un compasso è composto da due aste omogenee di lunghezza  $l$  unite da uno snodo  $O$ , il quale ha massa trascurabile e non offre attrito alle rotazioni. Il compasso è appoggiato su un piano orizzontale liscio ed una delle sue aste è in contatto con una parete verticale liscia che forma uno spigolo con il piano. Il compasso può solo muoversi sul piano verticale  $x$ - $y$ , ed inizialmente si trova fermo e con un angolo di  $60^\circ$  tra le aste. Detto  $\theta$  l'angolo di inclinazione dell'asta che tocca l'origine, e detta  $V_A$  la

velocità della punta libera  $A$  del compasso, si trovi  $V_A$  in funzione di  $\theta$  durante la caduta.

### Esercizio 25

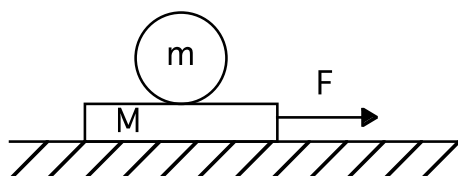
Una sottile sbarra di lunghezza  $H$  è tenuta in posizione verticale con il suo estremo inferiore fermo su una superficie piana orizzontale e priva di attrito. L'estremo superiore della sbarra viene lasciato libero ed inizia a cadere mentre il suo estremo inferiore scivola sulla superficie. Determinare la velocità lineare dell'estremo superiore quando colpisce la superficie.

### Esercizio 26

Un cilindro uniforme di massa  $m$  e raggio  $R$  rotola verso il basso, senza strisciare, su un piano inclinato posto ad un angolo  $\alpha$  rispetto all'orizzontale. Trovare:

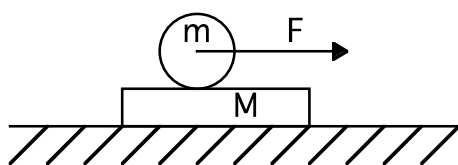
- il minimo coefficiente d'attrito per il quale non si ha slittamento
- l'energia cinetica del cilindro  $t$  secondi dopo l'inizio del moto

### Esercizio 27



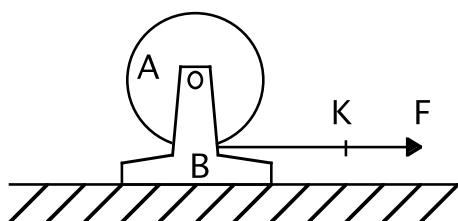
Una slitta di massa  $M$ , con una sfera piena ed omogenea di massa  $m$  appoggiata su di essa, giace su di un piano orizzontale liscio (vale a dire senza attrito). Una forza orizzontale costante  $F$  è applicata alla slitta. Con quali accelerazioni si muoveranno rispettivamente la slitta ( $a_M$ ) ed il centro della sfera ( $a_m$ ), se c'è rotolamento puro tra la slitta e la sfera?

### Esercizio 28



Una slitta di massa  $M$ , con un cilindro pieno ed omogeneo di massa  $m$  appoggiato su di essa, giace su di un piano orizzontale liscio (vale a dire senza attrito). Una forza orizzontale costante  $F$  è applicata all'asse del cilindro. Con quali accelerazioni si muoveranno rispettivamente la slitta ( $a_M$ ) ed l'asse del cilindro ( $a_m$ ), se c'è rotolamento puro tra la slitta ed il cilindro?

### Esercizio 29



Un cilindro uniforme  $A$  di massa  $m_A$  è libero di ruotare intorno ad un asse orizzontale, fissato ad un supporto  $B$  di massa  $m_B$ . Una forza orizzontale costante  $F$  è applicata all'estremità  $K$  di una corda leggera ed inestensibile, avvolta sul cilindro. Sia assente ogni attrito tra  $B$  ed il sottostante piano orizzontale.

- Quanto vale l'accelerazione del punto  $K$ ?
- Quanto vale l'energia cinetica del sistema  $t$  secondi dopo l'inizio del moto?

### Esercizio 30

Un cilindro uniforme, di massa  $m$ , avente raggio  $R$  ed asse orizzontale, viene fatto ruotare con velocità angolare  $\omega_0$  e quindi viene calato finché la sua superficie laterale venga a contatto con un piano orizzontale, ed allora rilasciato. Il coefficiente d'attrito tra il piano ed il cilindro vale  $\mu$ .

- Per quanto tempo il cilindro slitta rispetto al piano?
- Determinare il lavoro totale della forza d'attrito durante lo slittamento.

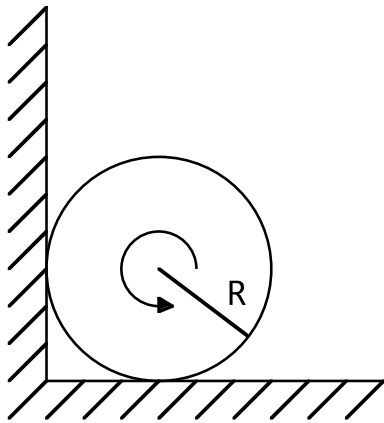
### Esercizio 31

Un volano che ruota intorno al proprio asse con velocità angolare iniziale  $\omega_0$  decelera a causa di un attrito il cui momento meccanico è proporzionale alla radice quadrata della velocità angolare istantanea. Trovare la velocità angolare media del volano durante il tempo totale di decelerazione del volano.

### Esercizio 32

Un disco uniforme, avente raggio  $R$  ed asse verticale, viene fatto ruotare con velocità angolare  $\omega_0$  e quindi viene posato con cura su una superficie orizzontale. Se il coefficiente di attrito vale  $\mu_d$ , si chiede per quanto tempo continuerà la rotazione del disco sulla superficie stessa.

### Esercizio 33

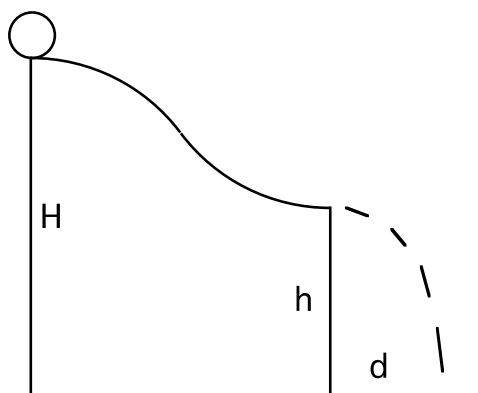


Un cilindro uniforme di raggio  $R$  viene fatto ruotare intorno al proprio asse con velocità angolare  $\omega_0$  e poi piazzato in uno spigolo formato da un piano orizzontale ed uno verticale (vedi figura).

Il coefficiente di attrito dinamico tra i piani che definiscono l'angolo ed il cilindro vale  $\mu$ .

Quanti giri compie il cilindro prima di fermarsi?

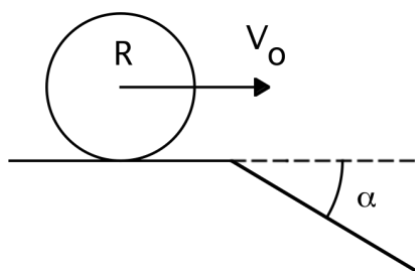
### Esercizio 34



Una sfera omogenea di raggio NON trascurabile rotola senza strisciare su uno scivolo, con velocità iniziale uguale a zero, a partire da un'altezza fissa  $H$  rispetto al suolo. Lo scivolo si interrompe ad una altezza  $h$  dal suolo, dove esso ha tangente orizzontale. Detta  $d$  la distanza al suolo percorsa dalla sfera prima di colpirlo (gittata), si chiede di determinare l'altezza  $h$  in modo che  $d$  sia massima, e tale valore massimo di  $d$ .

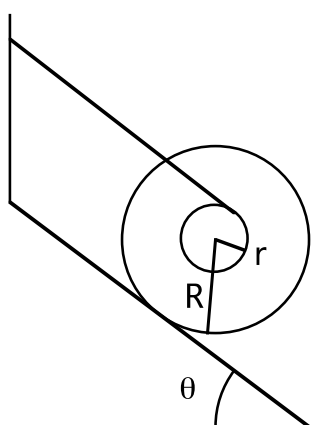


### Esercizio 35



Un cilindro uniforme, di raggio  $R = 15 \text{ cm}$ , rotola su un piano orizzontale che è raccordato con un altro piano, inclinato di un angolo  $\alpha = 30^\circ$  rispetto all'orizzontale. Trovare la massima velocità  $V_0$  che permette al cilindro di rotolare fino alla sezione di piano inclinato senza saltare. Si assuma l'assenza di slittamento.

### Esercizio 36



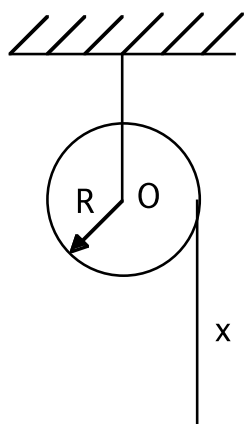
Una spoletta, di massa  $m$ , consiste di due cilindri di raggio  $R$ , uniti tra loro da un cilindro, coassiale coi due esterni, di raggio  $r < R$ . Sia il raggio maggiore  $R = nr$  ed il momento d'inerzia principale  $I = kmr^2$ , con  $n$  e  $k$  numeri dati.

Tale spoletta è appoggiata su un piano inclinato scabro, essendo  $\mu$  il relativo coefficiente di attrito, ed un filo sottile ed inestensibile, avvolto sul cilindro interno, è collegato alla sommità del piano inclinato, la parte tesa essendo parallela a quest'ultimo. Sia  $\theta$  l'angolo di inclinazione del piano.

a) Qual è l'angolo  $\theta$  massimo per cui la spoletta può rimanere ferma nella posizione in figura?

b) Se  $\theta$  è maggiore del valore limite di cui al punto a), qual è l'accelerazione con cui la spoletta scende lungo il piano inclinato?

### Esercizio 37

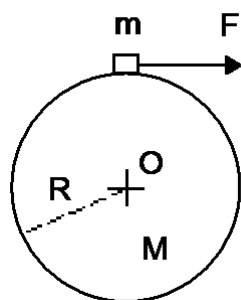


Una carrucola di raggio  $R$  e massa  $M$  può ruotare liberamente attorno ad un asse orizzontale fisso  $O$ . Una corda sottile di lunghezza  $L$  e massa  $m \ll M$  è avvolta sulla carrucola. Lo spessore dell'avvolgimento è trascurabile. Sia  $x$  la lunghezza del tratto di corda non avvolta, che pende dalla carrucola. Si supponga che il centro di massa della parte avvolta della corda coincida con  $O$ . Si chiede di trovare l'accelerazione angolare della carrucola in funzione di  $x$ .

Si consideri ora il sistema, tenuto fermo, con  $x = L/10$ . Per  $t = 0$  il sistema viene lasciato libero di muoversi. Si chiede di trovare  $x$  in funzione di  $t$  durante il moto.

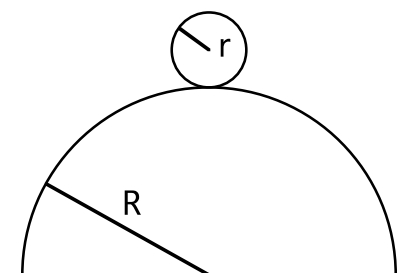
In questo ultimo caso, quanto tempo ci mette la corda a srotolarsi?

### Esercizio 38



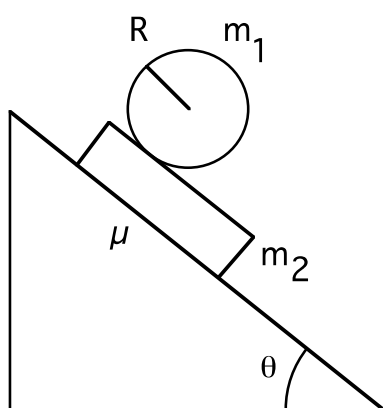
Una massa puntiforme  $m$  se ne sta appoggiata su un cilindro di massa  $M$  e raggio  $R$ , libero di ruotare senza attrito intorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro  $O$ . Tra massa  $m$  e cilindro c'è attrito, caratterizzato dai suoi coefficienti  $\mu_D$  e  $\mu_S$  (con  $\mu_S > \mu_D$ ). Il sistema è inizialmente fermo nella posizione di equilibrio (instabile) indicata in figura. In un dato istante viene applicata alla massa  $m$  una forza orizzontale  $\mathbf{F}$ . Per quali valori di  $\mathbf{F}$  si ha slittamento tra massa  $m$  e cilindro? Immediatamente dopo l'applicazione della forza  $\mathbf{F}$  si chiede di trovare l'accelerazione  $a$  della massa  $m$  e l'accelerazione angolare  $\alpha$  del cilindro, sia nel caso di slittamento tra massa  $m$  e cilindro, sia nel caso in cui lo slittamento non avvenga.

### Esercizio 39



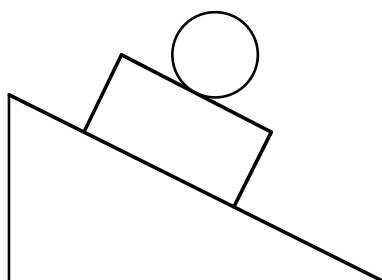
Una pallina uniforme, di raggio  $r$ , rotola verso il basso senza strisciare, partendo dalla sommità di un supporto emisferico di raggio  $R$ , sotto l'azione della gravità. Trovare la velocità angolare della pallina nel momento in cui essa si distacca dal supporto. La velocità iniziale della pallina è trascurabile.

### Esercizio 40



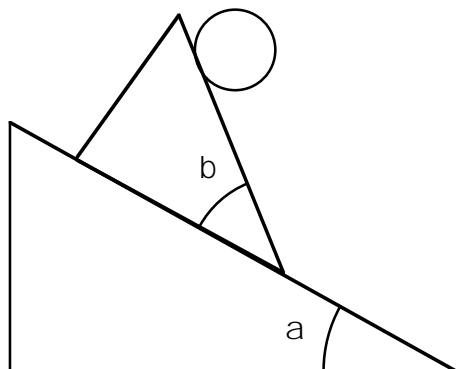
Si abbia un piano inclinato, sul quale poggia una slitta a forma di parallelepipedo di massa  $m_2$ . Tra il piano inclinato e la slitta vi sia attrito, il cui coefficiente, sia statico che dinamico, valga  $\mu$ . Sulla slitta appoggia un cilindro di massa  $m_1$  e raggio  $R$  che può solo rotolare senza strisciare sulla slitta. Il sistema sia fermo nella posizione in figura. La slitta ed il cilindro siano poi lasciati liberi di muoversi. La gravità è quella terrestre. Si trovi, si discuta e si faccia il grafico della accelerazione angolare del cilindro in funzione dell'angolo  $\theta$  di inclinazione del piano.

### Esercizio 41



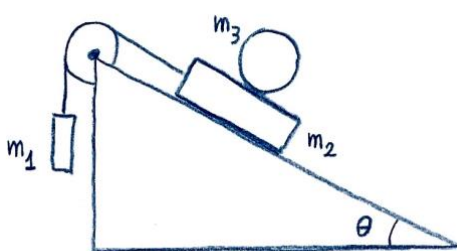
Una slitta è appoggiata su un piano inclinato fisso, ed è ferma. Un cilindro è appoggiato sulla slitta, fermo. Tra piano inclinato e slitta non c'è attrito. Il cilindro può rotolare, ma non strisciare, sulla slitta. Ad un certo istante la slitta ed il cilindro vengono lasciati liberi di muoversi. Quanto vale successivamente l'accelerazione angolare del cilindro?

### Esercizio 42



Si abbia un piano inclinato fisso con angolo di inclinazione  $\alpha$  incognito. Su di esso può scorrere senza attrito un cuneo di apertura  $\beta = 30^\circ$ . Sul cuneo è appoggiata una sfera piena di densità uniforme, che può solo rotolare (senza strisciare) su di esso ed ha la stessa massa del cuneo. Lasciato il sistema libero di muoversi partendo da fermo, si osserva che mentre la sfera rotola verso il basso il cuneo non si muove. Si chiede di determinare l'angolo incognito  $\alpha$ .

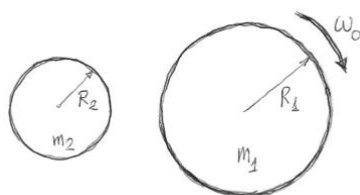
### Esercizio 43



Nel sistema in figura la slitta di massa  $m_2$  può scorrere senza attrito sul piano inclinato, mentre tra la slitta e la sfera (piena) di massa  $m_3$  c'è attrito sufficiente perché il moto relativo sia di puro rotolamento. La carrucola e la corda sono di massa trascurabile e la carrucola stessa può ruotare senza attrito. Il sistema viene lasciato muoversi partendo da fermo. In funzione delle

masse e dell'angolo  $\theta$  si vogliono conoscere il valore della forza di attrito tra sfera e slitta ed i valori possibili del relativo coefficiente di attrito statico. In funzione delle masse si vogliono conoscere i valori dell'angolo  $\theta$  per i quali la sfera scende verso il basso.

### Esercizio 45



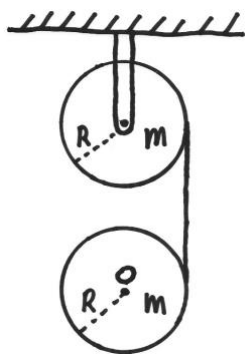
Due cilindri, aventi rispettivamente raggi  $R_1$  ed  $R_2$  e masse  $m_1$  ed  $m_2$ , sono sostenuti da assi di rotazione meccanici perpendicolari al piano della figura. Il cilindro grande ruota inizialmente con velocità angolare  $\omega_0$ , mentre quello piccolo viene spostato verso destra finché, giunto a contatto con quello grande, inizia a ruotare per attrito. Cessata la fase di slittamento i due cilindri ruotano con velocità angolari costanti in verso opposto. Trovare la velocità angolare finale  $\omega_2$  del cilindro piccolo.

### Esercizio 46

Si abbia una piattaforma girevole costituita da un disco di raggio  $R$  e massa  $M_1$  libero di ruotare senza attrito o momenti meccanici esterni intorno ad un asse verticale. Inizialmente la piattaforma ruota con velocità angolare  $\omega_0$ . A  $t=0$  viene appoggiato sulla piattaforma un altro disco, anch'esso di raggio  $R$  ma di massa  $M_2$ , inizialmente fermo. Il coefficiente di attrito dinamico tra i due dischi vale  $\mu_D$ . Calcolare:

- le velocità angolari dei due dischi in funzione del tempo;
- la potenza dissipata per attrito in funzione del tempo;
- il tempo necessario perché termini lo slittamento tra i due dischi.

### Esercizio 47



Una carrucola di raggio  $R$  e massa  $m$  è fissata ad un soffitto in modo da essere libera di ruotare sul proprio asse. Su di essa è avvolto un filo leggerissimo ed inestensibile, il quale è avvolto all'altra estremità ad un'altra carrucola sospesa, anch'essa di raggio  $R$  e massa  $m$ . Una guida non mostrata in figura vincola il centro  $O$  della carrucola sospesa a muoversi esclusivamente in verticale. Lasciato il sistema libero di muoversi, partendo da fermo, si vogliono conoscere: la tensione della corda, l'accelerazione angolare della carrucola superiore, l'accelerazione angolare della carrucola inferiore, l'accelerazione lineare del punto  $O$ .

### Esercizio 48

Una automobile ha massa  $M$  (escluse le ruote) + 4 ruote ognuna di massa  $m$ . Il suo motore sviluppa una potenza  $P$  costante. Essa parte da ferma su una salita inclinata di un angolo  $\alpha$  rispetto all'orizzontale. Quanto tempo le occorre per arrivare alla velocità  $V$ ?

### Esercizio 49

Un veicolo ha delle ruote di raggio  $R$ . Si possono montare su detto veicolo diversi tipi di freni:

- 1) freni convenzionali, che esercitano un momento meccanico costante  $\tau_0$ ;
- 2) freni che dissipano una potenza costante  $P$ ;
- 3) freni che esercitano un momento meccanico  $\tau = k\sqrt{v}$  ( $k$ =costante,  $v$ =velocità).

Le quantità  $\tau_0$ ,  $P$  e  $\tau$  si intendono già sommate su tutte le ruote del veicolo. Si assuma che il veicolo stia viaggiando ad una velocità  $V_0$ . Si vuole sapere:

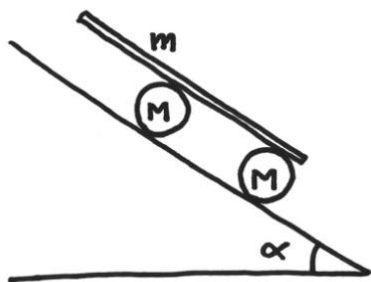
- a) Quanto vale il tempo minimo di frenata per i freni di tipo 1), 2) e 3);
- b) Quanto vale il minimo spazio di frenata per i freni di tipo 1), 2) e 3);
- c) Per quali valori di  $V_0$  i freni di tipo 2) arrestano il veicolo in meno tempo degli 1)
- d) Per quali valori di  $V_0$  i freni di tipo 3) arrestano il veicolo in meno tempo degli 1)
- e) Per quali valori di  $V_0$  i freni di tipo 2) arrestano il veicolo in meno spazio degli 1)
- f) Per quali valori di  $V_0$  i freni di tipo 3) arrestano il veicolo in meno spazio degli 1)

### Esercizio 50



Una scala a libretto, altrimenti detta scaleo, viene appoggiata su un pavimento liscio e insaponato. Le due metà della scala sono identiche, la massa dei pioli orizzontali è molto minore della massa dei montanti e lo snodo superiore è molto ben lubrificato. La lunghezza delle corde ancorate fra i montanti è tale che la distanza tra le basi sia uguale alla lunghezza dei montanti. In un certo istante le corde vengono tagliate. Si trovi l'accelerazione del centro di massa della scala in funzione dell'angolo compreso tra le due metà della scala.

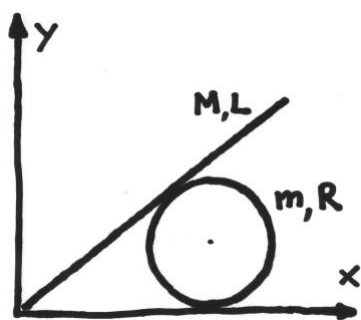
### Esercizio 51



Una tavola di massa  $m$  può scorrere lungo un piano inclinato di un angolo  $\alpha$  rotolando su due rulli cilindrici identici, omogenei e di massa  $M$  ognuno. Non c'è strisciamento in nessun punto di contatto tra i corpi. La tavola non è centrata rispetto ai rulli ma comunque appoggia su entrambi.

Quanto vale l'accelerazione della tavola?

### Esercizio 52

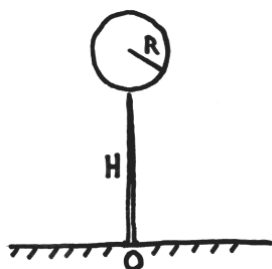


Una sfera di massa  $m$  e raggio  $R$  è appoggiata su un pavimento orizzontale, l'attrito tra sfera e piano è trascurabile. Una tavola di massa  $M$  e lunghezza  $L$  è appoggiata sulla sfera e nello spigolo tra il pavimento e un muro. L'attrito tra tavola e sfera rende possibile solo un rotolamento relativo, senza slittamento.

Al fine di calcolare la  $x(t)$  per la sfera, si imposti il sistema delle equazioni (più semplice è, meglio è) del moto del sistema, controllando che il numero delle incognite sia pari al numero delle equazioni stesse.

Eventualmente il sistema può essere ridotto ad una sola equazione (se avete tempo, fatelo), ma questa non può essere risolta con metodi elementari.

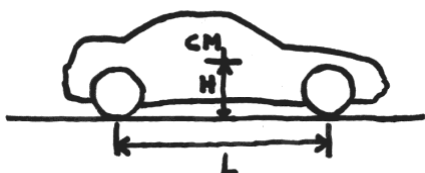
### Esercizio 53



Una sfera piena di raggio  $R$  viene appoggiata sulla punta acuminata di un palo alto  $H$ . All'inizio la sfera è ferma in questa posizione di equilibrio evidentemente instabile.

Sia il punto  $O$  la proiezione del centro della sfera sul piano d'appoggio nella situazione iniziale. A che distanza da  $O$  la sfera cade sul piano? La sfera non può scivolare sulla punta del palo.

### Esercizio 54



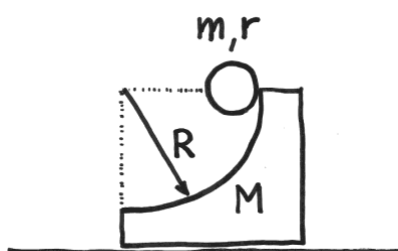
Si abbia un' automobile a trazione posteriore con un interasse (distanza tra gli assi delle ruote)  $L$ . Il suo centro di massa si trova a metà dell'interasse, ad altezza  $H$  rispetto al suolo. La massa delle ruote è trascurabile rispetto al resto della vettura, il coefficiente di attrito statico tra asfalto e pneumatici

vale  $\mu_S$ . La potenza è ovviamente controllata dal pilota, quella massima è sovrabbondante.

Si vuole effettuare una partenza in discesa lungo un piano inclinato di un angolo  $\alpha$  rispetto all'orizzontale, rispettando due condizioni: 1) le ruote motrici non devono slittare sull'asfalto, 2) l'auto non si deve impennare.

Determinare l'angolo  $\alpha$  che rende massima l'accelerazione possibile e fare un grafico della  $\text{tg}(\alpha)$  in funzione del coefficiente d'attrito statico.

### Esercizio 55



Una rampa di massa  $M$  è ferma su un piano sul quale è libera di scorrere senza attrito. Una sua faccia è curva ed ha come sezione un quarto di circonferenza di raggio  $R$ . Una sfera (piena) di massa  $m$  e raggio  $r$  viene accostata alla rampa nella posizione in figura. La sfera può solo rotolare, senza strisciare, sulla faccia curva della rampa. In un certo istante la sfera viene lasciata libera di muoversi.

Si chiede di trovare la velocità della sfera e quella della rampa nell'istante in cui esse perdono contatto tra loro.

### Esercizio 56

Rilassarsi