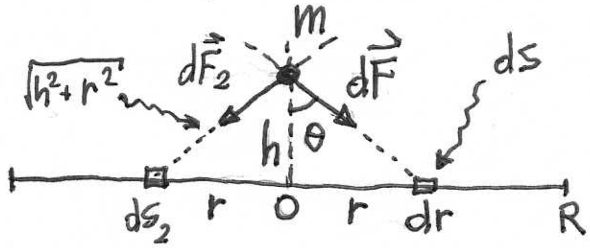
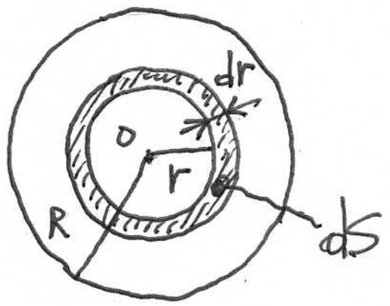


SE IL PIANETA È PIATTO, VUOL DIRE CHE HA UNA DISTRIBUZIONE PIANA DI MASSA CON DENSITÀ SUPERFICIALE

$$\sigma = \frac{M}{S} = \frac{M}{\pi R^2}$$

CON RIFERIMENTO ALLA FIGURA SI NOTA CHE TUTTI GLI ELEMENTI DI SUPERFICIE A DISTANZA r GENERICA $(0<r<R)$ DAL CENTRO CONTRIBUISCONO CON UN TERMINE $dF\cos\theta$ ALLA GRAVITÀ (VERTICALE) MENTRE TUTTI I CONTRIBUTI ORIZZONTALI SI ELIMINANO PER SIMMETRIA. LA FORZA INFINITESIMA CHE



UNA SUPERFICIE dS, CHE STA A RAGGIO r RISPETTO AL CENTRO, ESERCITA SU UNA MASSA DI PROVA m POSTA AD ALTEZZA h RISPETTO AD O VALE [MODULO]

$$dF = \frac{G\sigma ds\, m}{(h^2+r^2)} \quad \text{QUINDI} \quad dF_G = dF\cos\theta$$

MA LA SUPERFICIE ds CHE CI INTERESSA SI PUÒ SCRIVERE $ds = 2\pi r\, dr$ MENTRE SI PUÒ SCRIVERE $\cos\theta = \frac{h}{\sqrt{h^2+r^2}}$

PER CUI

$$F_G = \int dF_G = \int dF\cos\theta = \int_0^R G\sigma m \frac{2\pi r}{(h^2+r^2)} \frac{h}{\sqrt{h^2+r^2}}\, dr =$$

$$= G\frac{M}{\cancel{\pi}R^2} m\, 2\cancel{\pi}\, h \int_0^R \frac{r\,dr}{(h^2+r^2)^{3/2}} =$$

$$= \frac{GMm}{R^2} h\, \cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \int_0^R \frac{d(h^2+r^2)}{(h^2+r^2)^{3/2}} =$$

$$= \frac{GMm}{R^2} h \left[-2(h^2+r^2)^{-\frac{1}{2}}\right]_0^R = \frac{GMmh}{R^2} \cdot 2\left(-\frac{1}{\sqrt{R^2+h^2}} + \frac{1}{\sqrt{h^2}}\right)$$

MA SICCOME $h \ll R \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{R^2+h^2}} \simeq \frac{1}{R} \ll \frac{1}{\sqrt{h^2}} = \frac{1}{h}$. TRASCURIAMO $\frac{1}{\sqrt{R^2+h^2}}$!

$$F_G = \frac{2GMm}{R^2}$$

È LA FORZA DI GRAVITÀ PER m SUL PIANETA PIATTO

DALTRONDE SULLA TERRA $F_{G,T} = mg = \frac{GMm}{R_T^2}$. IL TESTO DICE CHE LE DUE FORZE SONO UGUALI

$$\frac{2\cancel{GMm}}{R^2} = \frac{\cancel{GMm}}{R_T^2} \qquad R = \sqrt{2}\, R_T$$