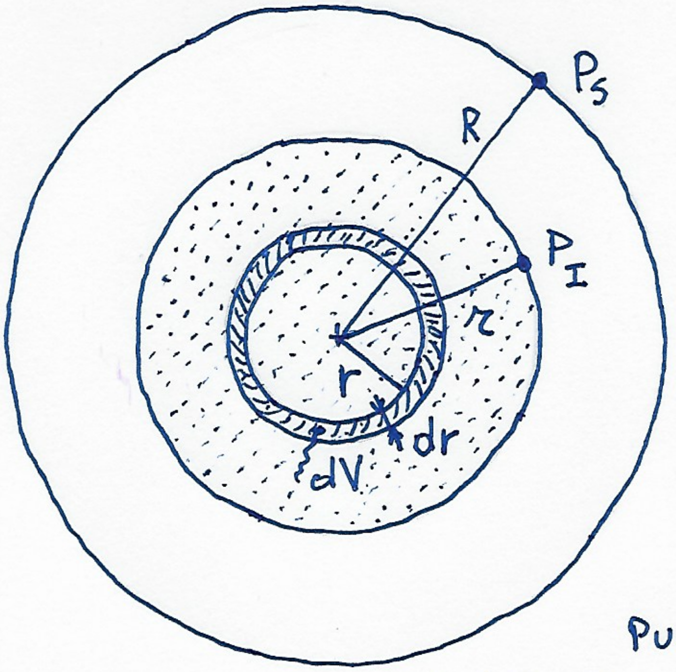

LA FORZA DI GRAVITÀ ALLA SUPERFICIE È FACILE DA CALCOLARE:

$\rightarrow$ IN $P_S \rightarrow$ $F = \dfrac{GmM}{R^2}$

IN QUALUNQUE PUNTO INTERNO P_I DISTANTE $\mathfrak{r}$ DAL CENTRO DEVE ANCHE VALERE (VEDI TESTO)

$\rightarrow$ IN $P_I \rightarrow$ $F = \dfrac{GmM}{R^2}$ ①

MA LA FORZA DI GRAVITÀ IN P_I PUÒ ESSERE CALCOLATA CONOSCENDO LA MASSA M_1 DELLA SFERA DI RAGGIO $\mathfrak{r}$ (VOLUME PUNTINATO IN FIGURA). DETTA $\rho(r)$ LA DENSITÀ:

$$M_1 = \int_0^{\mathfrak{r}} \rho(r)\,dV = 4\pi \int_0^{\mathfrak{r}} r^2 \rho(r)\,dr$$

$dV = 4\pi r^2 dr$ È LA "BUCCIA SFERICA" INFINITESIMA DI VOLUME

$\rightarrow$ IN $P_I \rightarrow$ $F = \dfrac{GmM_1}{\mathfrak{r}^2}$ ②

UGUAGLIAMO LA ① E LA ②

$$\frac{\cancel{Gm}M}{R^2} = \frac{\cancel{Gm}M_1}{\mathfrak{r}^2} - \qquad \frac{M}{R^2} = \frac{4\pi \int_0^{\mathfrak{r}} r^2 \rho(r)\,dr}{\mathfrak{r}^2} \quad ③$$

IL TERMINE A SINISTRA NON DIPENDE DA $\mathfrak{r}$. L'UNICO MODO IN CUI QUESTO SIA POSSIBILE ANCHE A DESTRA DELL'UGUALE È CHE L'INTEGRALE SIA PROPORZIONALE A $\mathfrak{r}^2$. QUESTO IMPLICA CHE L'INTEGRANDO SIA PROPORZIONALE A r. QUESTO IMPLICA CHE ρ SIA INVERSAMENTE PROPORZIONALE A r

$$\rho(r) = \frac{K}{r} \Rightarrow \int_0^{\mathfrak{r}} r^{\cancel{2}} \frac{K}{\cancel{r}}\,dr = \frac{K\mathfrak{r}^2}{2}$$

E SOSTITUENDO NELLA ③

$$\frac{M}{R^2} = \frac{2\pi K \cancel{\mathfrak{r}^2}}{\cancel{\mathfrak{r}^2}} \Rightarrow K = \frac{M}{2\pi R^2}$$

QUINDI LA DENSITÀ DEL PIANETA VALE:

$$\rho(r) = \frac{M}{2\pi R^2 r}$$