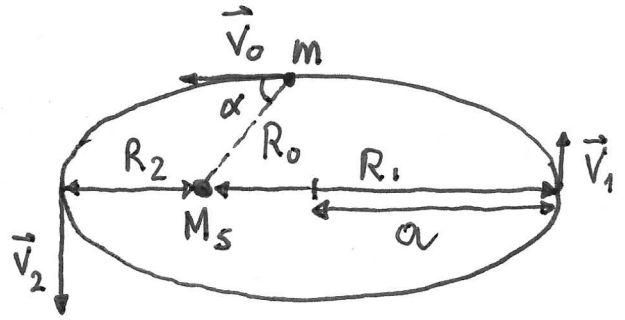

SIANO R_1 E $\vec{V}_1$ DISTANZA DAL SOLE E VELOCITÀ DEL SASSOLINO ALL'AFELIO MENTRE R_2 E $\vec{V}_2$ LO SIANO AL PERIELIO $a = (R_1 + R_2)/2$ È IL SEMIASSE MAGGIORE DELL'ORBITA L'ENERGIA MECCANICA DEL SASSO È NOTA E VALE

$$E_0 = \frac{1}{2} m V_0^2 - \frac{G M_S m}{R_0} \quad (1)$$

[ORBITA CHIUSA QUINDI $E_0 < 0$]

PER LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA SI HA ANCHE

$$E_0 = \frac{1}{2} m V_1^2 - \frac{G M_S m}{R_1} \quad (2) \qquad \text{E} \qquad E_0 = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{G M_S m}{R_2} \quad (3)$$

PER CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE $\cancel{m} V_1 R_1 = \cancel{m} V_2 R_2$

E QUINDI $V_1 = \frac{R_2}{R_1} V_2 \rightarrow V_1^2 = \frac{R_2^2}{R_1^2} V_2^2 \quad (4)$

SOSTITUIAMO LA (4) NELLA (2) $\rightarrow E_0 = \frac{1}{2} m \frac{R_2^2}{R_1^2} V_2^2 - \frac{G M_S m}{R_1} \quad (5)$

DALLA (3) SI OTTIENE $\frac{1}{2} m V_2^2 = E_0 + \frac{G M_S m}{R_2} \quad (6)$ CHE POSSIAMO SOSTITUIRE NELLA (5)

$$E_0 = \frac{R_2^2}{R_1^2}\left(E_0 + \frac{G M_S m}{R_2}\right) - \frac{G M_S m}{R_1}$$

OTTIMO, CI SIAMO LIBERATI DELLE VELOCITÀ INCOGNITE V_1 E V_2

SVOLGIAMO LE MOLTIPLICAZIONI E POI MOLTIPLICHIAMO TUTTI I TERMINI PER R_1^2

$$0 = -E_0 + \frac{R_2^2}{R_1^2} E_0 + G M_S m \frac{R_2}{R_1^2} - \frac{G M_S m}{R_1}$$

$$0 = -E_0 R_1^2 + E_0 R_2^2 + G M_S m R_2 - G M_S m R_1$$

$$-E_0 (R_2^2 - R_1^2) = G M_S m (R_2 - R_1)$$

$$-E_0 (R_2 + R_1)\cancel{(R_2 - R_1)} = G M_S m \cancel{(R_2 - R_1)}$$

E RICORDANDO CHE $a = (R_1 + R_2)/2$

$$-2 a E_0 = G M_S m \rightarrow a = -\frac{G M_S m}{2 E_0}$$

SOSTITUIAMO IL VALORE DI E_0 DATO DALLA (1)

$$a = \frac{-G M_S \cancel{m}}{2\left(\frac{1}{2}\cancel{m} V_0^2 - \frac{G M_S \cancel{m}}{R_0}\right)} = \frac{G M_S}{\left(\frac{2 G M_S}{R_0} - V_0^2\right)}$$

SI PUÒ RENDERE ESTETICAMENTE MIGLIORE IL RISULTATO MOLTIPLICANDO NUMERATORE E DENOMINATORE PER $\frac{R_0}{G M_S}$

$$a = \frac{R_0}{\left(2 - \frac{V_0^2 R_0}{G M_S}\right)}$$