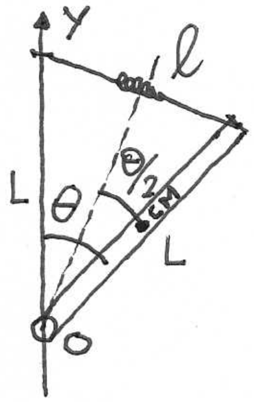

DETTA l LA LUNGHEZZA DELLA MOLLA IN UNA POSIZIONE GENERICA E θ L'ANGOLO D'INCLINAZIONE VERTICALE DELLA SBARRA, SCRIVIAMO L'EQUAZIONE DELL'ENERGIA POTENZIALE DEL SISTEMA

$$U = \frac{1}{2}K(l-l_0)^2 + mg\,Y_{CM}$$

MA $l = 2L\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ [VEDI FIGURA] E $Y_{CM} = \frac{L}{2}\cos\theta$

PER CUI $U = \frac{1}{2}K\left(2L\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)-l_0\right)^2 + mg\frac{L}{2}\cos\theta$

TROVIAMO L'ANGOLO θ_0 DI EQUILIBRIO IMPONENDO $\frac{dU}{d\theta}=0$

$$\frac{1}{\cancel{2}}K\,\cancel{2}\left(2L\sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)-l_0\right)\cancel{2}L\cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right)\cdot\frac{1}{\cancel{2}} - mg\frac{L}{2}\sin\theta_0 = 0$$

USIAMO L'IDENTITÀ $\sin\theta_0 = 2\sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right)$

$$K\left(2L\sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)-l_0\right)\cancel{\cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right)} - mg\sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)\cancel{\cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right)} = 0$$

$$\sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)(2KL-mg) = Kl_0$$

QUINDI $$\sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right) = \frac{Kl_0}{(2KL-mg)}$$

IL RISULTATO VA DISCUSSO. SICCOME $\sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)\le 1$ ALLORA LA FORMULA VALE SOLO SE

$$Kl_0 \le 2KL - mg \Rightarrow mg \le K(2L-l_0) \Rightarrow m \le \frac{K}{g}(2L-l_0)$$

DALLA FORMULA $l = 2L\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ [VEDI FIGURA] SI RICAVA FACILMENTE CHE $\sin\frac{\theta}{2} = 1$ CORRISPONDE A $\theta = \pi$ ED $l = 2L$, CIOÈ LA SBARRA È ORMAI VERTICALE (VERSO IL BASSO) E LA MOLLA NON PUÒ ALLUNGARSI ULTERIORMENTE. B

SE $m \le \frac{K}{g}(2L-l_0)$ $\quad l_{EQ} = 2L\sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right) = \frac{2LKl_0}{(2Kl-mg)} = l_0\frac{1}{\left(1-\frac{mg}{2KL}\right)}$

A

PER CUI