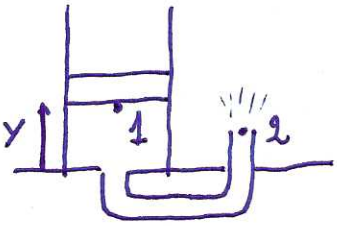

PRENDIAMO UN ISTANTE GENERICO DEL MOTO DEL PISTONE, LA CUI ALTEZZA CHIAMIAMO Y
SCEGLIAMO I PUNTI 1 E 2 TRA I QUALI APPLICARE IL PRINCIPIO DI BERNOULLI

SI HA $P_1 = P_{ATM} + \frac{F}{S}$ E $P_2 = P_{ATM}$

PER CONSERVAZIONE DELLA PORTATA INOLTRE $V_1 = \frac{a}{S} V_2$. PER CUI

$$\left(\cancel{P_{ATM}} + \frac{F}{S}\right) + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{a}{S}\right)^2 V_2^2 + \rho g Y = \cancel{P_{ATM}} + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g h$$

$$V_2^2 \cdot \frac{1}{2}\rho\left(1 - \left(\frac{a}{S}\right)^2\right) = \rho g (Y - h) + \frac{F}{S} \rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2\left(\rho g (Y-h) + \frac{F}{S}\right)}{\rho\left(1 - \left(\frac{a}{S}\right)^2\right)}}$$

PER IL MOTO DEL PISTONE SI HA $\dot{Y} = -\frac{a}{S} V_2$. QUINDI

$$\frac{dY}{dt} = -\frac{a}{S}\sqrt{\frac{2\cancel{\rho} g}{\cancel{\rho}\left(1 - \left(\frac{a}{S}\right)^2\right)}}\sqrt{Y - h + \frac{F}{\rho g S}}$$

SEPARIAMO LE VARIABILI E INTEGRIAMO

$$-\int_H^0 \frac{dY}{\sqrt{Y + \left(\frac{F}{\rho g S} - h\right)}} = \sqrt{\frac{2g}{\left(\frac{S}{a}\right)^2 - 1}}\int_0^T dt$$

$$\left[2\sqrt{Y + \left(\frac{F}{\rho g S} - h\right)}\right]_0^H = \sqrt{\frac{2g}{\left(\frac{S}{a}\right)^2 - 1}}\, T$$

$$T = \frac{2\left(\sqrt{H + \frac{F}{\rho g S} - h} - \sqrt{\frac{F}{\rho g S} - h}\right)}{\sqrt{\frac{2g}{\left(\frac{S}{a}\right)^2 - 1}}}$$

PERCHÈ LE RADICI AL NUMERATORE SIANO NUMERI REALI OCCORRE CHE

$$\frac{F}{\rho g S} - h > 0 \rightarrow F > \rho g h S$$