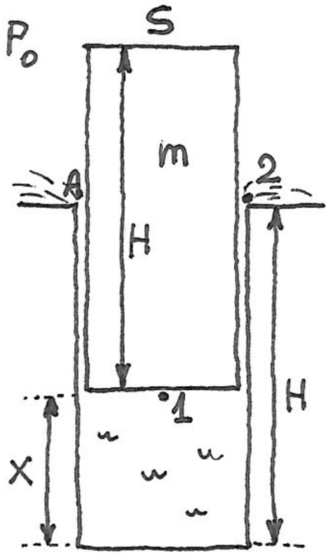


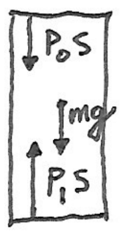
CHIAMIAMO S LA SUPERFICIE DI BASE DEL CILINDRO $S = \pi R^2$. CHIAMIAMO A LA SUPERFICIE DELLA CORONA CIRCOLARE DI FUORIUSCITA DEL LIQUIDO $A = \pi(R+\Delta R)^2 - \pi R^2 \approx 2\pi R \Delta R$ (IL TERMINE IN ΔR^2 È TRASCURABILE)

SIA 1 UN PUNTO DEL LIQUIDO DIRETTAMENTE A CONTATTO COL CILINDRO, SIA 2 UN PUNTO DEL LIQUIDO ALL'USCITA DEL FORO.

PER CONSERVAZIONE DELLA PORTATA

$$S \cdot V_1 = A \cdot V_2 \Rightarrow V_1 = V_2 \frac{A}{S} = V_2 \cdot 2\frac{\Delta R}{R} \ll V_2$$

CIOÈ V_1 È MOLTO PICCOLA



ESAMINIAMO IL DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO PER IL CILINDRO. SI HA $[m = \rho_S H S]$

$$mg + P_0 S - P_1 S = ma \Rightarrow P_1 = P_0 + \rho_S H (g - a)$$

MA $a = \frac{dV_1}{dt}$ E SE V_1 È MOLTO PICCOLA ANCHE a SARÀ MOLTO PICCOLA E QUINDI TRASCURABILE RISPETTO A g QUINDI $P_1 \approx P_0 + \rho_S g H$. PRENDIAMO QUOTA=0 IN FONDO AL FORO E APPLICHIAMO BERNOULLI TRA 1 E 2

$$P_0 + \rho_S g H + \rho_L g X + \cancel{\frac{1}{2}\rho_L V_1^2} = P_0 + \rho_L g H + \frac{1}{2}\rho_L V_2^2 \quad \text{CIOÈ}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2g}{\rho_L}\left[H(\rho_S - \rho_L) + \rho_L X\right]} \Rightarrow V_1 = 2\frac{\Delta R}{R} V_2 = \frac{2\Delta R}{R}\sqrt{\frac{2g}{\rho_L}\left[H(\rho_S - \rho_L) + \rho_L X\right]}$$

$$\text{MA } V_1 = -\frac{dX}{dt} \Rightarrow dt = -\frac{dX}{V_1} \Rightarrow \int_0^T dt = \frac{R}{2\Delta R}\sqrt{\frac{\rho_L}{2g}} \int_0^H \frac{dx}{\sqrt{H(\rho_S - \rho_L) + \rho_L X}}$$

CAMBIAMO VARIABILE $u = H(\rho_S - \rho_L) + \rho_L X \Rightarrow du = \rho_L dx$ E SOSTITUENDO ANCHE GLI ESTREMI DI INTEGRAZIONE SI OTTIENE

$$T = \frac{R}{2\Delta R} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\rho_L g}} \int_{H(\rho_S - \rho_L)}^{H\rho_S} \frac{du}{\sqrt{u}} = \frac{R}{\cancel{2}\Delta R} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\rho_L g}} \cancel{2} \left[\sqrt{u}\right]_{H(\rho_S - \rho_L)}^{H\rho_S} =$$

$$= T = \frac{R}{\Delta R \sqrt{2\rho_L g}}\left(\sqrt{H\rho_S} - \sqrt{H(\rho_S - \rho_L)}\right) \Rightarrow T = \frac{R}{\Delta R}\sqrt{\frac{H}{2g}}\left(\sqrt{\frac{\rho_S}{\rho_L}} - \sqrt{\frac{\rho_S}{\rho_L} - 1}\right)$$

E RISOLVENDO IN ΔR SI OTTIENE IL RISULTATO VOLUTO

$$\Delta R = \frac{R}{T}\sqrt{\frac{H}{2g}}\left(\sqrt{\frac{\rho_S}{\rho_L}} - \sqrt{\frac{\rho_S}{\rho_L} - 1}\right)$$