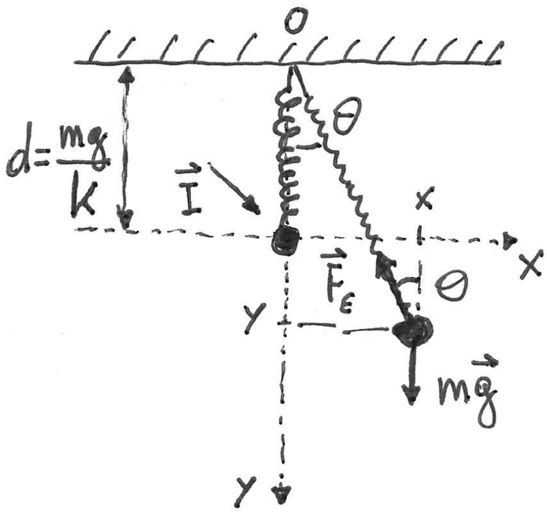

LA LUNGHEZZA DELLA MOLLA NELLA POSIZIONE DI RIPOSO DI m VALE $d = mg/k$. SI PRENDA UN SISTEMA DI RIFERIMENTO CARTESIANO COME DA FIGURA. PER IL TEOREMA DELL'IMPULSO APPENA DOPO L'APPLICAZIONE DI $\vec{I}$ LA MASSA m HA UNA VELOCITÀ $\vec{V}_0$ TALE CHE $\vec{I} = m\vec{V}_0$. LE CONDIZIONI INIZIALI DEL MOTO DI m SONO QUINDI

$$\begin{cases} x(0)=0 \\ \dot{x}(0) = +\frac{I}{\sqrt{2}\,m} \end{cases} \qquad \begin{cases} y(0)=0 \\ \dot{y}(0) = +\frac{I}{\sqrt{2}\,m} \end{cases} \qquad (1)$$

DURANTE IL MOTO SUCCESSIVO LA MASSA m È SOTTOPOSTA ALLA FORZA DI GRAVITÀ $\vec{F}_g = m\vec{g} = mg\hat{J}$ ED ALLA FORZA ELASTICA $\vec{F}_E$ PER LA QUALE, DETTA $\ell = \sqrt{x^2 + (d+y)^2}$ LA LUNGHEZZA DELLA MOLLA, SI HA $|\vec{F}_E| = k\ell$. IN COMPONENTI $F_{Ex} = -|\vec{F}_E|\sin\theta$ E $F_{Ey} = -|\vec{F}_E|\cos\theta$, ma $\sin\theta = x/\ell$ E $\cos\theta = (y+d)/\ell$, QUINDI

$$F_{Ex} = -kx \qquad F_{Ey} = -k(y+d) = -ky - mg \qquad F_{gy} = +mg \qquad (2)$$

UTILIZZANDO LE (2) SCRIVIAMO $\vec{F} = m\vec{a}$ IN COMPONENTI X E Y

$$\begin{cases} F_{TOT_x} = -kx = m\ddot{x} \\ F_{TOT_y} = -ky - \cancel{mg} + \cancel{mg} = m\ddot{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m\ddot{x} + kx = 0 \\ m\ddot{y} + ky = 0 \end{cases} \qquad (3)$$

COME SI VEDE LE INCOGNITE $x(t)$ E $y(t)$ OBBEDISCONO ALLA STESSA EQUAZIONE DIFFERENZIALE (VEDI (3)) ED HANNO LE STESSE CONDIZIONI INIZIALI (VEDI 1) PER CUI SI HA NECESSARIAMENTE $y(t) = x(t)\ \forall t$ E QUINDI LA TRAIETTORIA ~~PERCORSA~~ CERCATA È LA RETTA $y = x$, PERCORSA OSCILLANDO AVANTI ED INDIETRO.

PER LA DISTANZA MASSIMA SI HA $D \equiv$ DISTANZA MASSIMA, $X_{MAX} = Y_{MAX} \equiv$ VALORE MASSIMO DELLE COORDINATE X E Y CON $D = \sqrt{Y_{MAX}^2 + (Y_{MAX} + d)^2}$

APPLICANDO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

$$\frac{1}{2}kd^2 + \frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}kD^2 - mgY_{MAX}$$

SVILUPPIAMO D^2 E RICORDIAMO CHE $mg = kd$

$$\cancel{\frac{1}{2}kd^2} + \frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}kY_{MAX}^2 + \frac{1}{2}kY_{MAX}^2 + \cancel{\frac{1}{2}kd^2} + \cancel{\frac{1}{2}k\cdot 2Y_{MAX}d} - \cancel{kdY_{MAX}}$$

$$Y_{MAX} = \sqrt{\frac{mV_0^2}{2k}} = \sqrt{\frac{\cancel{m}I^2}{2m^{\cancel{2}}k}} = \frac{I}{\sqrt{2km}}$$

QUINDI

$$D = \sqrt{\frac{I^2}{2km} + \left(\frac{I}{\sqrt{2km}} + \frac{mg}{k}\right)^2}$$

IN ALTERNATIVA Y_{MAX} POTEVA ANCHE ESSERE CALCOLATO DALLA SOLUZIONE DELLA EQ. DIFFERENZIALE (3).2 CON LE CONDIZIONI INIZIALI (1).2