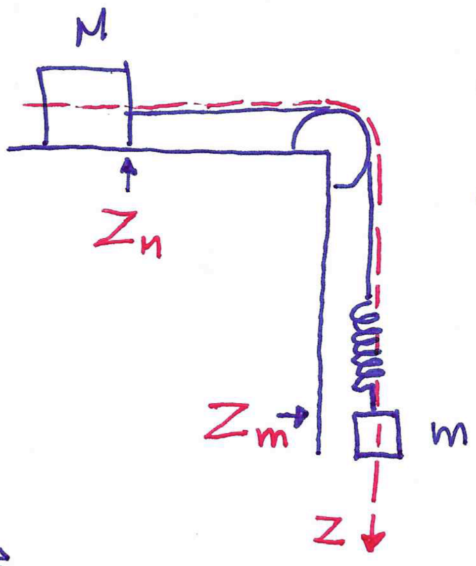
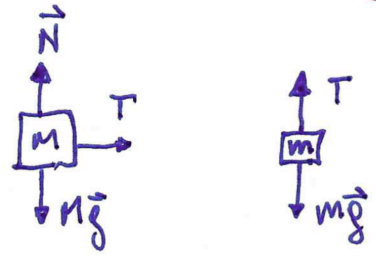


PRENDIAMO UN ASSE CURVO Z CHE COINCIDE CON LA CORDA E L'ASSE DELLA MOLLA. SIA Z_m LA POSIZIONE DI m E Z_M LA POSIZIONE DI M, SIA l_c LA LUNGHEZZA DELLA CORDA ~~ED~~ $+ l_0$ ED l_m ~~LA LUNGHEZZA~~ L'ALLUNGAMENTO DELLA MOLLA. SI HA $Z_M + l_c + l_m = Z_m$ CIOÈ

$$Z_m - Z_M = l_c + l_m$$

E DERIVANDO DUE VOLTE RISPETTO AL TEMPO, RICORDANDO CHE l_c È COSTANTE

$$\ddot{Z}_m - \ddot{Z}_M = \ddot{l}_m \quad (1)$$



LA TENSIONE DELLA CORDA È UGUALE ALLA FORZA ELASTICA DELLA MOLLA $T = K l_m$ (2)

SCRIVIAMO L'EQUAZIONE DEL MOTO SU Z PER M ED m

$$\begin{cases} m\ddot{Z}_m = mg - T \\ M\ddot{Z}_M = T \end{cases} \overset{(2)}{\Longrightarrow} \begin{array}{ll} \ddot{Z}_m = g - \frac{K}{m} l_m & (3) \\ \ddot{Z}_M = + \frac{K}{M} l_m & (4) \end{array}$$

SOTTRAIAMO LA (4) DALLA (3) E USIAMO LA (1)

$$\ddot{Z}_m - \ddot{Z}_M = \ddot{l}_m = g - K\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M}\right) l_m \Rightarrow \ddot{l}_m + K\left(\frac{M+m}{mM}\right) l_m = g$$

EQUAZIONE NON OMOGENEA DELL'OSCILLATORE ARMONICO CON $\omega^2 = \frac{K(M+m)}{(mM)}$ E TERMINE NOTO g. LA SOLUZIONE PARTICOLARE È $X = \frac{g}{\omega^2}$

CERCHIAMO LE COSTANTI DI AMPIEZZA E FASE IMPONENDO LE CONDIZIONI INIZIALI $l_m(0) = 0$ $\dot{l}_m(0) = 0$

$$\begin{cases} A\cos(\omega \cdot 0 + \delta) + \frac{g}{\omega^2} = 0 \Rightarrow A = -\frac{g}{\omega^2} \\ A\sin(\omega \cdot 0 + \delta) = 0 \Rightarrow \delta = 0 \end{cases}$$

DA CUI:

$$l_m(t) = \frac{mMg}{K(m+M)}\left(1 - \cos\left(\sqrt{\frac{K(m+M)}{mM}}\, t\right)\right)$$