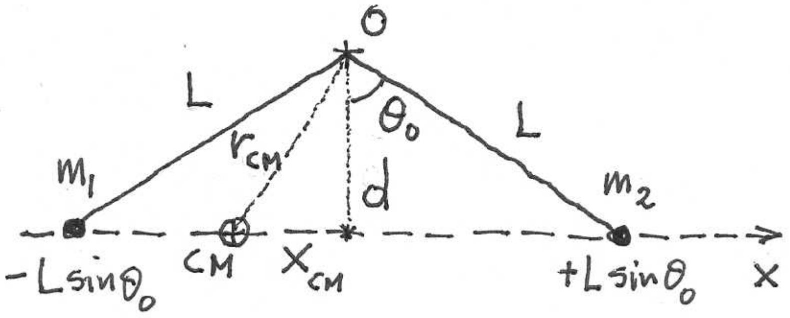


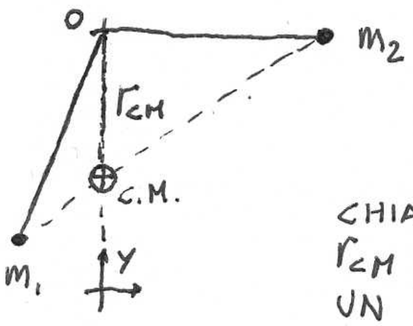
SCEGLIAMO L'ASSE X IN FIGURA CON ORIGINE SULLA VERTICALE DI O, A DISTANZA d DA QUESTO

$d = L\cos\theta_0$

CALCOLIAMO LA X_{CM} PER POI TROVARE r_{CM}, LA DISTANZA DEL C.M. DA O

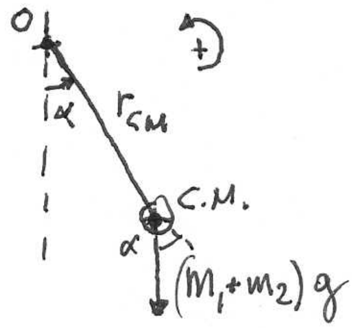
$$x_{CM} = \frac{m_1(-L\sin\theta_0) + m_2(L\sin\theta_0)}{m_1+m_2} = L\sin\theta_0\left(\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1}\right)$$

$$r_{CM} = \sqrt{d^2 + X_{CM}^2} = \sqrt{L^2\cos^2\theta_0 + L^2\sin^2\theta_0\left(\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1}\right)^2} = L\sqrt{\cos^2\theta_0 + \sin^2\theta_0\left(\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1}\right)^2}$$



CHIARAMENTE LA POSIZIONE DI EQUILIBRIO SI HA COL C.M. IN VERTICALE SOTTO AL PUNTO DI SOSPENSIONE (SINISTRA)

CHIAMIAMO α L'INCLINAZIONE DI r_{CM} RISPETTO ALLA VERTICALE IN UN MOMENTO QUALSIASI DEL SUO MOTO. (DESTRA)



L'UNICO MOMENTO MECCANICO ESTERNO È DATO DALLA FORZA DI GRAVITÀ TOTALE APPLICATA AL CENTRO DI MASSA $M = -(m_1+m_2)\,g\,r_{CM}\sin\alpha$

IL MOMENTO D'INERZIA DEL SISTEMA È $I = m_1L^2 + m_2L^2 = (m_1+m_2)L^2$

SCRIVIAMO $M = I\ddot{\alpha}$

$$-\cancel{(m_1+m_2)}\,g\,r_{CM}\sin\alpha = \cancel{(m_1+m_2)}\,L^2\ddot{\alpha}$$

PER PICCOLE OSCILLAZIONI

$$\ddot{\alpha} + \frac{g\,r_{CM}}{L^2}\alpha = 0$$

$$\omega^2 = \frac{g\cancel{L}}{L^{\cancel{2}}}\sqrt{\cos^2\theta_0 + \sin^2\theta_0\left(\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1}\right)^2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g\sqrt{\cos^2\theta_0 + \sin^2\theta_0\left(\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1}\right)^2}}}$$