



PER IL MECCANISMO DELLA CARRUCOLA, OGNI SUA VARIAZIONE DI QUOTA Δy_M CORRISPONDE AD UNA VARIAZIONE DI QUOTA DELLA MASSA m Δy_m DI VALORE DOPPIO, CIOÈ $\Delta y_m = 2\Delta y_M$

DETTE y_{m_0} E y_{M_0} LE POSIZIONI INIZIALI

$$(y_m - y_{m_0}) = 2(y_M - y_{M_0}) \rightarrow y_m = y_{m_0} + 2y_M - 2y_{M_0} \quad (1)$$

DERIVANDO RISPETTO AL TEMPO SI HA

$$\dot{y}_m = 2\dot{y}_M \quad (2) \quad \text{PER LA CARRUCOLA } \omega = \frac{\dot{y}_M}{R} \quad (3)$$

SCRIVIAMO L'ENERGIA MECCANICA DEL SISTEMA

$$E = U + K = -mgy_m - Mgy_M + \frac{1}{2}K(y_M - l_0)^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}_m^2 + \frac{1}{2}M\dot{y}_M^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

SICCOME L'ENERGIA SI CONSERVA $\frac{dE}{dt} = 0$

$$-mg\dot{y}_m - Mg\dot{y}_M + K(y_M - l_0)\dot{y}_M + m\dot{y}_m\ddot{y}_m + M\dot{y}_M\ddot{y}_M + I\omega\dot{\omega} = 0$$

SOSTITUIAMO (1), (2) E (3)

$$-2mg\dot{y}_M - Mg\dot{y}_M + K y_M \dot{y}_M - K l_0 \dot{y}_M + 4m\dot{y}_M \ddot{y}_M + M\dot{y}_M \ddot{y}_M + \frac{1}{2}MR^2 \frac{\dot{y}_M}{R} \frac{\ddot{y}_M}{R} = 0$$

$$(4m + \frac{3}{2}M) \ddot{y}_M + K y_M = K l_0 + (2m + M)g$$

EQUAZIONE DELL'OSCILLATORE ARMONICO CON TERMINE NOTO, LA CUI SOLUZIONE GENERALE È

$$y_M(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) + C$$

DOVE

A, B COSTANTI ARBITRARIE

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{4m + \frac{3}{2}M}}$$

$$C = l_0 + (2m + M) \frac{g}{K}$$