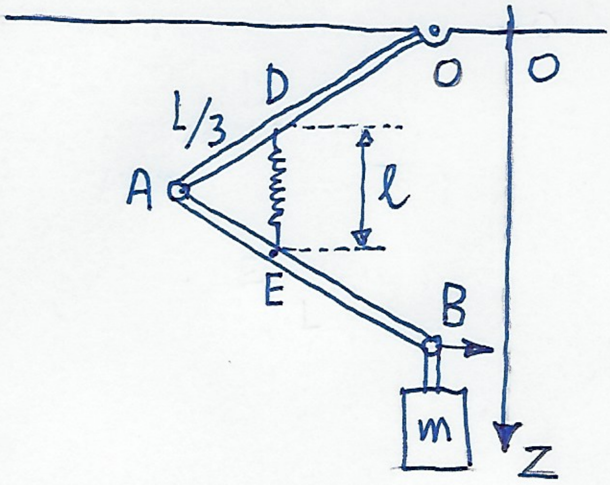

PER SIMILITUDINE TRA I TRIANGOLI AOB E ADE SI HA:

$$\ell : \frac{L}{3} = Z : L \Rightarrow \ell = \frac{Z}{3}$$

IL SISTEMA È CHIARAMENTE CONSERVATIVO. SCRIVIAMO L'ENERGIA MECCANICA IN UN ISTANTE QUALSIASI E PONIAMO QUINDI LA SUA DERIVATA RISPETTO AL TEMPO UGUALE A ZERO

$$-mgz + \frac{1}{2}K(\ell-\ell_0)^2 + \frac{1}{2}mV^2 = E \ ; \ -mgz + \frac{1}{2}\left(\frac{z}{3}-\ell_0\right) + \frac{1}{2}m\dot{z}^2 = E$$

DERIVIAMO $$-mg\cancel{\dot{z}} + \frac{1}{\cancel{2}}K\cancel{2}\left(\frac{z}{3}-\ell_0\right)\frac{\cancel{\dot{z}}}{3} + \frac{1}{\cancel{2}}m\cancel{2}\cancel{\dot{z}}\ddot{z} = 0$$

CIOÈ $$\ddot{z} + \frac{K}{9m}z = g + \frac{K\ell_0}{3m}$$

LA TEORIA DELLE EQ. DIFFERENZIALI LINEARI CI DICE ALLORA CHE DEFINENDO

$$\omega \equiv \sqrt{\frac{K}{9m}} \quad \text{E} \quad z_0 \equiv \frac{9mg}{K} + 3\ell_0$$

SI PUÒ SCRIVERE

$$z(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) + z_0$$

DETERMINIAMO LE COSTANTI A E B. LE CONDIZIONI INIZIALI SONO

$$z(0) = 3\ell_0$$
$$\dot{z}(0) = -V_0$$

QUINDI

$$A\cos(0) + B\sin(0) + z_0 = 3\ell_0 \ ; \ A + \frac{9mg}{K} + \cancel{3\ell_0} = \cancel{3\ell_0} \ ; \ A = -\frac{9mg}{K}$$

$$-A\omega\sin(0) + \omega B\cos(0) = -V_0 \ ; \ \omega B = -V_0 \ ; \ B = -V_0\sqrt{\frac{9m}{K}}$$

QUINDI

$$z(t) = -\frac{9mg}{K}\cos(\omega t) - V_0\sqrt{\frac{9m}{K}}\sin(\omega t) + \frac{9mg}{K} + 3\ell_0$$