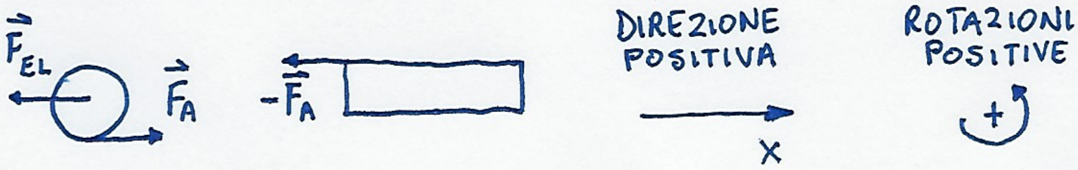
FACCIAMO IL DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO PER I DUE OGGETTI DEL SISTEMA CONSIDERANDO SOLO LE FORZE ORIZZONTALI POICHÉ QUELLE VERTICALI NON CI INTERESSANO



SCRIVIAMO SUBITO LA RELAZIONE CINEMATICA CHE ESPRIME IL ROTOLAMENTO PURO TRA m E M

SPOSTAMENTO DI m RISPETTO A X = SPOSTAMENTO DI M RISPETTO A X + ROTOLAMENTO DI m RISPETTO A M

CIOÈ

$X_m = X_M - R\theta$ E DERIVANDO 2 VOLTE $\ddot{X}_m = \ddot{X}_M - R\ddot{\theta}$ ①

SCRIVIAMO ORA I E II EQ CARD. PER m E SOLO LA I PER M

② $-KX + F_A = m\ddot{X}_m$ ③ $F_A \cancel{R} = \frac{1}{2} m R^{\cancel{2}} \ddot{\theta}$

④ $-F_A = M\ddot{X}_M$ DALLA ① SI OTTIENE $R\ddot{\theta} = \ddot{X}_M - \ddot{X}_m$ ①b

SOSTITUIAMO LA ①b NELLA ③ E MOLTIPLICHIAMO TUTTO PER M $\rightarrow$ $MF_A = M\frac{m}{2}\ddot{X}_M - M\frac{m}{2}\ddot{X}_m$ +

MOLTIPLICHIAMO AMBO I MEMBRI DELLA ④ PER $-\frac{m}{2}$ $\rightarrow$ $\frac{m}{2}F_A = -M\frac{m}{2}\ddot{X}_M$ =

SOMMIAMO LE 2 EQ $\rightarrow$ $F_A\left(M + \frac{m}{2}\right) = -\frac{Mm}{2}\ddot{X}_m$

CIOÈ $F_A = -\frac{mM}{(2M+m)}\ddot{x}_m$

SOSTITUENDO F_A COSÌ TROVATO NELLA ② SI OTTIENE

$$m\ddot{x}_m + \frac{mM}{(2M+m)}\ddot{x}_m + Kx_m = 0$$

$$\frac{m(3M+m)}{(2M+m)}\ddot{x}_m + Kx_m = 0$$

CHE È ESATTAMENTE L'EQUAZIONE DI UN MOTO DI OSCILLAZIONE ARMONICO, DI PULSAZIONE:

$$\omega = \sqrt{\frac{K(2M+m)}{m(3M+m)}}$$