1^a DOMANDA

PER LA SECONDA ARMONICA SU UNA CORDA LUNGA L TESA FRA ESTREMITÀ FISSE SI HA

$$f = 2\frac{v}{2L} \quad \text{CON} \quad v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

COMBINANDO QUESTE DUE EQUAZIONI SI OTTIENE

$$\mu = \frac{T}{f^2 L^2} = 2.8\ 10^{-3}\ \frac{Kg}{m} = 2.8\ 10^{-2}\ \frac{g}{cm}$$

2^a DOMANDA - METODO 1

UN'ONDA STAZIONARIA PUÒ ESSERE SCOMPOSTA IN UN'ONDA PROGRESSIVA ED UNA REGRESSIVA INDIPENDENTI E DI AMPIEZZA PARI A METÀ DI QUELLA INIZIALE

$$A\sin(Kx)\cos(\omega t) = \frac{A}{2}\sin(Kx-\omega t) + \frac{A}{2}\sin(Kx+\omega t)$$

TENENDO PRESENTE CHE PER OGNUNA DELLE DUE SI HA $\Delta E = 1/2\, \mu\, \omega^2 A^2 \Delta X$ SCRIVIAMO L'ENERGIA DELL'ONDA STAZIONARIA COME SOMMA DELL'ENERGIA DELLE DUE COMPONENTI

$$E = 2\cdot\frac{1}{2}\mu\omega^2\left(\frac{A}{2}\right)^2 L = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 L = 1.4\ 10^{-3}\ J$$

DOVE SI È USATO $\omega = 2\pi f$

2^a DOMANDA - METODO 2

IN OGNI OSCILLAZIONE MECCANICA L'ENERGIA TOTALE È ANCHE UGUALE AL VALORE MASSIMO DELL'ENERGIA CINETICA

$y = A\sin(Kx)\cos(\omega t)$ DERIVIAMO RISPETTO AL TEMPO

$\dot{y} = -\omega A\sin(Kx)\sin(\omega t)$ SCRIVIAMO L'ENERGIA CINETICA

$$\mathbf{K} = \int\frac{1}{2}v^2 dm = \frac{1}{2}\mu\int_0^L \dot{y}^2 dx = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t)\int_0^L \sin^2(Kx)\,dx$$

IL VALORE MASSIMO SI HA OVVIAMENTE NEGLI ISTANTI IN CUI $\sin^2(\omega t) = 1$, PER CUI

$$E = \mathbf{K}_{MAX} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\int_0^L \sin^2(kx)\,dx = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\frac{1}{K}\int_0^{KL}\sin^2(u)\,du$$

RICORDIAMO CHE $K = 2\pi/\lambda$ CON $\lambda = 2L/n$ DOVE n È IL NUMERO DI ARMONICA (IN QUESTO CASO $n=2$). QUINDI $K = \pi n/L$

$$E = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\frac{L}{\pi n}\int_0^{\pi n}\sin^2(u)\,du$$

L'INTEGRALE NELLA FORMULA È UN INTEGRALE NOTEVOLE. SI RISOLVE CON LA SOSTITUZIONE TRIGONOMETRICA $\sin^2(u) = \frac{1}{2} - \frac{\cos(u)}{2}$ E VALE $\int_0^{n\pi}\sin^2(u)\,du = \frac{n\pi}{2}$

E QUINDI $E = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 L = 1.4\ 10^{-3}\ J$