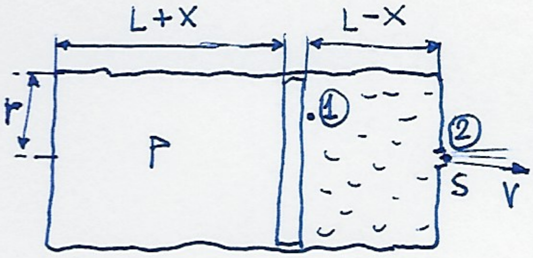

AD UN ISTANTE GENERICO DELL'ESPANSIONE DEL GAS, LA PRESSIONE NEL PUNTO 1 DEL LIQUIDO SARÀ UGUALE A P DEL GAS E LA VELOCITÀ PRATICAMENTE NULLA. NEL PUNTO 2 SI HA PRESSIONE UGUALE A $\emptyset$ E VELOCITÀ V

APPLICANDO IL PRINCIPIO DI BERNOULLI TRA 1 E 2 IN ASSENZA DI GRAVITÀ:

$$P = \frac{1}{2}\rho v^2 \qquad v = \sqrt{\frac{2P}{\rho}} \qquad I_V = -\frac{dV}{dt} = vs \Rightarrow \pi r^2 \frac{dx}{dt} = s\sqrt{\frac{2P}{\rho}} \quad \text{A}$$

TROVIAMO LA PRESSIONE IN FUNZIONE DI X. IL GAS COMPIE UNA TRASFORMAZIONE ADIABATICA QUASI STATICA, QUINDI

$$P_0 V_0^\gamma = P V^\gamma \qquad P = P_0 \frac{V_0^\gamma}{V^\gamma} = \frac{P_0 \cancel{(\pi r^2)^\gamma} L^\gamma}{\cancel{(\pi r^2)^\gamma} (L+x)^\gamma} = P_0 L^\gamma (L+x)^{-\gamma}$$

SOSTITUENDO NELLA A

$$\pi r^2 \frac{dx}{dt} = s\sqrt{\frac{2P_0 L^\gamma (L+x)^{-\gamma}}{\rho}} = s\sqrt{\frac{2P_0 L^\gamma}{\rho}}\,(L+x)^{-\frac{\gamma}{2}}$$

SEPARIAMO LE VARIABILI E INTEGRIAMO

$$dt = \frac{\pi r^2}{s}\sqrt{\frac{\rho}{2P_0 L^\gamma}}\,(L+x)^{\frac{\gamma}{2}} dx \qquad t_{TOT} = \frac{\pi r^2}{s}\sqrt{\frac{\rho}{2P_0 L^\gamma}} \int_0^L (L+x)^{\gamma/2} dx$$

$$t_{TOT} = \frac{\pi r^2}{s}\sqrt{\frac{\rho}{2P_0}}\, L^{-\frac{\gamma}{2}} \left[\frac{2(L+x)^{\frac{\gamma}{2}+1}}{(\gamma+2)}\right]_0^L = \frac{\pi r^2}{s(\gamma+2)}\sqrt{\frac{2\rho}{P_0}}\, L^{-\frac{\gamma}{2}}\left[(2L)^{\frac{\gamma}{2}+1} - L^{\frac{\gamma}{2}+1}\right] =$$

$$= \frac{\pi r^2}{s(\gamma+2)}\sqrt{\frac{2\rho}{P_0}}\left(2^{\gamma/2+1} - 1\right) L^{\cancel{-\gamma/2} + \cancel{\gamma/2} + 1} =$$

$$= \frac{\pi r^2 L}{s(\gamma+2)}\sqrt{\frac{2\rho}{P_0}}\left(2^{\frac{\gamma}{2}+1} - 1\right)$$