PRIMA DELL'URTO LA PRESSIONE DEL GAS VALE $P_0 = P_A$. SIA T_0 LA TEMP.

SUBITO DOPO L'URTO ANELASTICO LA VELOCITÀ DI $m+M$ È $V_{cm} = \frac{mv}{m+M}$

QUANDO IL GAS RAGGIUNGE IL VOLUME V_1 AVRÀ TEMPERATURA T_1.

SUPPONIAMO LA COMPRESSIONE ADIABATICA REVERSIBILE. SI HA

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1} \qquad T_1 = T_0 \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

E IL LAVORO FATTO SUL GAS VALE

$$W_{GAS} = \Delta U = n c_v \Delta T = \frac{nR}{(\gamma-1)}(T_1 - T_0) = \frac{nRT_0}{(\gamma-1)}\left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right) = \frac{P_A V_0}{(\gamma-1)}\left(\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\gamma-1} - 1\right)$$

SUL PISTONE IL GAS FA UN LAVORO $-W_{GAS}$ MENTRE L'ARIA ESTERNA FA UN LAVORO $P_A \Delta V_A$. QUINDI

$$W_{PISTONE_{TOT}} = -W_{GAS} + P_A \Delta V_A = -\frac{P_A V_0}{(\gamma-1)}\left(\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\gamma-1} - 1\right) + P_A (V_0 - V_1) =$$

$$= P_A V_0 \left(-\frac{5}{2}\left[\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\frac{2}{5}} - 1\right] + \left(1 - \frac{V_1}{V_0}\right)\right)$$

LA VARIAZIONE DI ENERGIA CINETICA DEL PISTONE VALE

$$\Delta K = K_{fin} - K_{in} = 0 - \frac{1}{2}\cancel{(m+M)}\frac{m^2 v^2}{(m+M)^{\cancel{2}}}$$

APPLICHIAMO AL PISTONE IL TEOREMA DELLE FORZE VIVE

$$W_{TOT} = \Delta K \Rightarrow P_A V_0 \left(-\frac{5}{2}\left(\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\frac{2}{5}} - 1\right) + \left(1 - \frac{V_1}{V_0}\right)\right) = -\frac{1}{2}\frac{m^2}{(m+M)} v^2$$

E QUINDI

$$v = \sqrt{\frac{2(m+M)}{m^2} P_A V_0 \left(\frac{5}{2}\left(\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\frac{2}{5}} - 1\right) - \left(1 - \frac{V_1}{V_0}\right)\right)}$$