



CHIAMIAMO T_1 E T_2 LA TEMPERATURA DELLE DUE ISOTERME.

$B \rightarrow C$ ADIABATICA $\rightarrow P_B V_B^\gamma = P_C V_C^\gamma$ ① $\gamma = \frac{7}{5}$
 $D \rightarrow A$ $PV^3 = \text{cost}$ $\rightarrow P V^3 = P_D V_D^3 = P_A V_A^3$ ②

CALCOLIAMO I CALORI SCAMBIATI SULLE ISOTERME E SU $D \rightarrow A$

$A \rightarrow B$ $Q_{AB} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) > 0$ CALORE "CALDO"

$B \rightarrow C$ $Q_{BC} = 0$

$C \rightarrow D$ $Q_{CD} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = -nRT_1 \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right) < 0$ CALORE "FREDDO"

$D \rightarrow A$ $\Delta U_{DA} = nC_V(T_2 - T_1) = \frac{nR(T_2 - T_1)}{\gamma - 1}$

$W_{DA} = - \int_D^A P dV \stackrel{\textcircled{2}}{=} - P_A V_A^3 \int_D^A \frac{dV}{V^3} = - P_A V_A^3 \left[-\frac{1}{2} V^{-2} \right]_D^A$
 $= \frac{1}{2} P_A V_A^3 \left(\frac{1}{V_D^2} - \frac{1}{V_A^2} \right) = \frac{1}{2} P_A V_A \left(1 - \left(\frac{V_A}{V_D}\right)^2 \right) = \frac{1}{2} nRT_2 \left(1 - \left(\frac{V_A}{V_D}\right)^2 \right)$

$Q_{DA} = \Delta U_{DA} - W_{DA} = \frac{nR(T_2 - T_1)}{\gamma - 1} - \frac{1}{2} nRT_2 \left(1 - \left(\frac{V_A}{V_D}\right)^2 \right)$

QUESTO CALORE È SEMPRE > 0 PERCHÉ $PV^3 = \text{cost}$ È PIÙ RIPIDA DI UN'ADIABATICA, TENDE QUINDI AD UNA ISOCORA.

$\eta = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{(-Q_{CD})}{(Q_{AB} + Q_{DA})} = 1 - \frac{nRT_1 \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)}{nRT_2 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + \frac{nR(T_2 - T_1)}{\gamma - 1} - \frac{1}{2} nRT_2 \left(1 - \left(\frac{V_A}{V_D}\right)^2 \right)}$

$\eta = 1 - \frac{T_1 \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)}{T_2 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + \frac{(T_2 - T_1)}{\gamma - 1} - \frac{1}{2} T_2 \left(1 - \left(\frac{V_A}{V_D}\right)^2 \right)}$

RIMANGONO DA TROVARE LE INCOGNITE T_1, T_2, V_D *

• PER LA LEGGE DEI GAS PERFETTI $T_2 = \frac{P_A V_A}{nR}$ *

• DALLA ① $P_B V_B^\gamma = P_C V_C^\gamma$ $P_B V_B V_B^{\gamma-1} = P_C V_C V_C^{\gamma-1}$ $nRT_2 V_B = nRT_1 V_C$

QUINDI $T_1 = T_2 \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} = \frac{P_A V_A}{nR} \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\frac{2}{5}}$ *

• DALLA ② $P_A V_A^3 = P_D V_D^3$ $P_A V_A V_A^2 = P_D V_D V_D^2$ $nRT_2 V_A^2 = nRT_1 V_D^2$

QUINDI $V_D = V_A \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = V_A \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} = V_A \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\frac{2}{10}}$ *