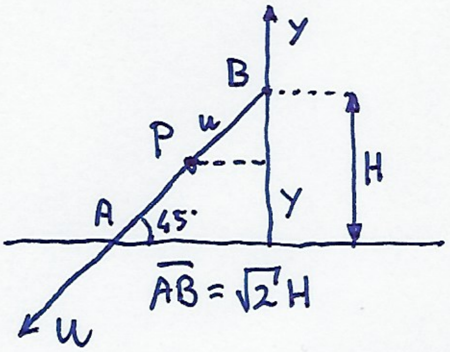

SCEGLIAMO UN ASSE u CHE VA DA B VERSO A. UN PUNTO P DI COORDINATA u SI TROVA AD UNA $y = H - \frac{u}{\sqrt{2}}$

E DI CONSEGUENZA L'ARIA IN P HA UNA TEMPERATURA

$$T = T_0 - Gy = T_0 - G\left(H - \frac{u}{\sqrt{2}}\right) = (T_0 - GH) + \frac{Gu}{\sqrt{2}}$$

E DEFINENDO $T_1 \equiv T_0 - GH = -10°C$ [TEMPERATURA DI B]

SI HA $T = T_1 + \frac{Gu}{\sqrt{2}}$

PER LA VELOCITÀ DELL'ONDA SONORA IN P SI HA:

$$V = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}} = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}\sqrt{\frac{T}{T_0}} = \frac{V_s}{\sqrt{T_0}}\sqrt{T_1 + \frac{Gu}{\sqrt{2}}} \qquad \text{DOVE } V_s = 343\ m/s$$

PER LA PROGAZIONE DELL'ONDA SONORA IN P ABBIAMO QUINDI

$$V = \frac{du}{dt} \qquad \frac{V_s}{\sqrt{T_0}}\sqrt{T_1 + \frac{Gu}{\sqrt{2}}} = \frac{du}{dt} \qquad V_s\int_0^{t^*} dt = \sqrt{T_0}\int_0^{\sqrt{2}H}\frac{du}{\sqrt{T_1 + \frac{Gu}{\sqrt{2}}}}$$

DOVE t^* È LA NOSTRA INCOGNITA.

PER L'INTEGRALE CAMBIAMO VARIABILE. SIA $z = T_1 + \frac{Gu}{\sqrt{2}}$ (CHE POI È LA TEMPERATURA IN P). SI HA:

$$dz = \frac{G}{\sqrt{2}}du \longrightarrow du = \frac{\sqrt{2}}{G}dz \qquad z(u=0) = T_1 \quad z(u=\sqrt{2}H) = T_1 + GH = T_0$$

ALLORA

$$V_s t^* = \sqrt{T_0}\,\frac{\sqrt{2}}{G}\int_{T_1}^{T_0} z^{-\frac{1}{2}}dz$$

$$t^* = \frac{\sqrt{2}\sqrt{T_0}}{V_s G}\left[2z^{\frac{1}{2}}\right]_{T_1}^{T_0} = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{T_0}}{V_s G}\left(\sqrt{T_0} - \sqrt{T_1}\right)$$

$$t^* = \frac{2\sqrt{2}\,T_0}{V_s G}\left(1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_0}}\right) = \frac{2\sqrt{2}\,T_0}{V_s G}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{GH}{T_0}}\right)$$

INSERENDO I DATI NUMERICI SI OTTIENE

$$t^* \approx 12{,}70\ s$$

È INTERESSANTE NOTARE CHE SE LA VELOCITÀ DEL SUONO FOSSE COSTANTE ED UGUALE A V_s PER TUTTO IL PERCORSO IL TEMPO DI PROPAGAZIONE SAREBBE $t^{**} = \sqrt{2}H/V_s \approx 12{,}37\ s$