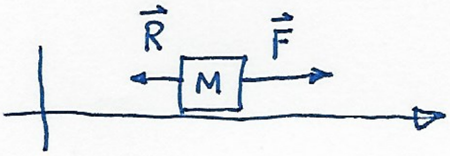
4.5



$$|\vec{R}| = k V_x^2$$

SE LA VELOCITÀ MASSIMA È U ALLORA

$$F = K U^2 \rightarrow K = F/U^2$$

L'EQUAZIONE DEL MOTO È:

$$F - K V_x^2 = M \frac{dV_x}{dt} \Rightarrow dt = M \frac{dV_x}{F - K V_x^2} = \frac{M}{F} \frac{dV_x}{1 - \frac{V_x^2}{U^2}}$$

OTTENIAMO IL TEMPO CERCATO

$$t = \int_0^t dt = \frac{M}{F} \int_0^{\frac{U}{2}} \frac{dV_x}{1 - \frac{V_x^2}{U^2}} = \frac{M}{F} \frac{U}{2} \left[\ln\left(\frac{1 + \frac{V_x}{U}}{1 - \frac{V_x}{U}} \right) \right]_0^{\frac{U}{2}} = \frac{MU}{2F} \ln\left(\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} \right) =$$

$$= \frac{\ln(3)}{2} \frac{MU}{F}$$

RICORDIAMO ORA CHE $\frac{dV_x}{dt} = \frac{dV_x}{dX} \frac{dx}{dt} = V_x \frac{dV_x}{dX}$

L'EQUAZIONE DEL MOTO QUINDI SI PUÒ SCRIVERE:

$$F - k V_x^2 = M V_x \frac{dV_x}{dx} \Rightarrow dX = M \frac{V_x dV_x}{F - K V_x^2} = \frac{M}{F} \frac{V_x dV_x}{1 - \frac{V_x^2}{U^2}}$$

OTTENIAMO LO SPAZIO CERCATO

$$S = \int_0^S dX = \frac{M}{F} \int_0^{\frac{U}{2}} \frac{V_x dV_x}{1 - \frac{V_x^2}{U^2}} = \frac{M}{F} \left[-\frac{U^2}{2} \ln(U^2 - V_x^2) \right]_0^{\frac{U}{2}} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{MU^2}{F} \ln\left(\frac{U^2}{U^2 - \frac{U^2}{4}} \right) = \frac{\ln\left(\frac{4}{3}\right)}{2} \frac{MU^2}{F}$$