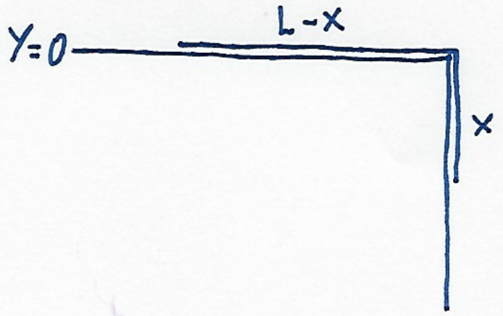
7.10



CHIAMIAMO x LA LUNGHEZZA DELLA PARTE SOSPESA. LA SUA MASSA VALE $m' = \frac{m}{L}x$. IL SUO CENTRO DI MASSA SI TROVA AD $y_{cm} = -\frac{x}{2}$

NON SONO PRESENTI FORZE DISSIPATIVE QUINDI L'ENERGIA MECCANICA SI CONSERVA, CIOÈ È COSTANTE.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$$

$$U = m'g\,y_{cm} = -\frac{m}{L}x\,g\,\frac{x}{2} = -\frac{mg}{L}\frac{x^2}{2}$$

$$U+K=C \rightarrow \frac{m}{2}\left(\dot{x}^2 - \frac{g}{L}x^2\right) = C$$ DERIVIAMO RISPETTO AL TEMPO

$$\frac{m}{2}\left(\cancel{2}\cancel{\dot{x}}\ddot{x} - \cancel{2}\frac{g}{L}x\cancel{\dot{x}}\right) = 0 \rightarrow \ddot{x} - \frac{g}{L}x = 0$$

LA CUI SOLUZIONE GENERALE È, DEFINITO $K = \sqrt{\frac{g}{L}}$

$$x(t) = Ae^{Kt} + Be^{-Kt}$$

IMPONIAMO LE CONDIZIONI INIZIALI $x(0)=d$, $\dot{x}(0)=0$ PER DETERMINARE LE COSTANTI A E B

$$x(0) = A+B = d$$

$$\dot{x}(t) = AKe^{Kt} - BKe^{-Kt} \rightarrow \dot{x}(0) = K(A-B) = 0 \rightarrow A=B$$

QUINDI $A = B = \frac{d}{2}$ E SI OTTIENE

$$x(t) = \frac{d}{2}\left(e^{\sqrt{\frac{g}{L}}t} + e^{-\sqrt{\frac{g}{L}}t}\right)$$