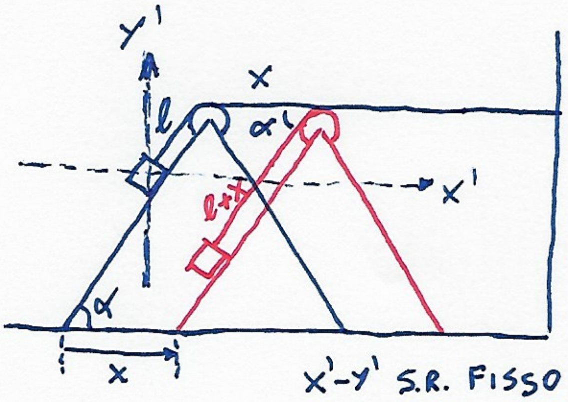
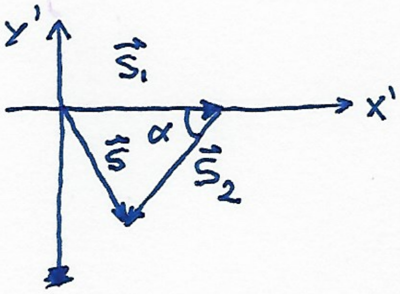
7.13



LA POSIZIONE DI PARTENZA È IN BLU. QUANDO LA SUA POSIZIONE SI SPOSTA VERSO DESTRA DI UN TRATTO X LA SUA POSIZIONE SARÀ QUELLA DISEGNATA IN ROSSO. SI HA:

$X_M = X \qquad V_M = \dot{X}$

IN QUELLA STESSA POSIZIONE IL TRATTO DI CORDA TRA LA CARRUCOLA ED m SI È ALLUNGATO DI UN TRATTO X



LO SPOSTAMENTO $\vec{S}'$ DI m NEL SISTEMA DI RIFERIMENTO x'-y' SI PUÒ SCOMPORRE COME SPOSTAMENTO $\vec{S}_1$ DI M SOMMATO ALLO SPOSTAMENTO $\vec{S}_2$ DI m RISPETTO AD M. $\vec{S}_1$ È CHIARAMENTE UGUALE A $X\hat{\imath}$.
ANCHE IL MODULO DI $\vec{S}_2$ VALE X PERCHÈ UGUALE ALL'ALLUNGAMENTO DELLA CORDA, MA LA SUA DIREZIONE È INCLINATA DI UN ANGOLO α. QUINDI:

$$\vec{S} = x'_m \hat{\imath} + y'_m \hat{\jmath} = (S_{1x} + S_{2x})\hat{\imath} + S_{2y}\hat{\jmath} = (X - X\cos\alpha)\hat{\imath} - X\sin\alpha\,\hat{\jmath}$$

PER CUI

$$\vec{V}_m = \dot{\vec{S}} = \dot{X}(1-\cos\alpha)\,\hat{\imath} - \dot{X}\sin\alpha\,\hat{\jmath}$$

E $\quad V_m^2 = \dot{X}^2(1+\cos^2\alpha - 2\cos\alpha + \sin^2\alpha) = \dot{X}^2\, 2(1-\cos\alpha)$

NON CI SONO FORZE DISSIPATIVE, SCRIVIAMO CHE E È COSTANTE

$$mg\,y'_m + \frac{1}{2} m V_m^2 + \frac{1}{2} M V_M^2 = C$$

$$-mgX\sin\alpha + \frac{1}{\cancel{2}} m \cdot \cancel{2}(1-\cos\alpha)\dot{X}^2 + \frac{1}{2} M \dot{X}^2 = C$$

DERIVIAMO RISPETTO AL TEMPO

$$-mg\cancel{\dot{X}}\sin\alpha + 2m(1-\cos\alpha)\cancel{\dot{X}}\ddot{X} + \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{2}M\cancel{\dot{X}}\ddot{X} = 0$$

$$\ddot{X}\,(M + 2m(1-\cos\alpha)) = mg\sin\alpha$$

INFINE

$$A \equiv \ddot{X} = \frac{mg\sin\alpha}{M + 2m(1-\cos\alpha)}$$