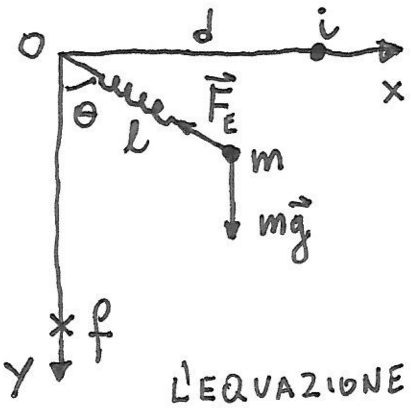
ESERCIZIO 2 SOLUZIONE A



SIA i LA POSIZIONE INIZIALE DI m E SIA f LA SUA POSIZIONE QUANDO PASSA ESATTAMENTE IN VERTICALE SOTTO O, CIOÈ $x=0$

LE DUE COMPONENTI DELLA FORZA ELASTICA VALGONO:

$F_{Ex} = -Kl\sin\theta = -Kx$

$F_{Ey} = -Kl\cos\theta = -Ky$

L'EQUAZIONE DEL MOTO SU X È $\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$ CHE COME NOTO HA SOLUZIONE $x = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$ CON $\omega = \sqrt{K/m}$

IMPONENDO LE CONDIZIONI INIZIALI $x(0) = d$, $\dot{x}(0) = 0$ SI OTTIENE $A = d$, $B = 0$, QUINDI:

$x = d\cos(\omega t)$ PONENDO $x_f = 0$ SI RICAVA $\omega t_f = \pi/2$ ①

$\dot{x} = -d\omega\sin(\omega t)$ E SI TROVA $\dot{x}_f = -d\omega = -d\sqrt{\frac{K}{m}}$ ②

ANALOGAMENTE

L'EQUAZIONE DEL MOTO SU Y È $\ddot{y} + \frac{K}{m}y = g$ CHE COME NOTO HA SOLUZIONE $y = C\cos(\omega t) + D\sin(\omega t) + \frac{mg}{K}$

IMPONENDO LE CONDIZIONI INIZIALI $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$ SI OTTIENE $C = -\frac{mg}{K}$, $D = 0$, QUINDI:

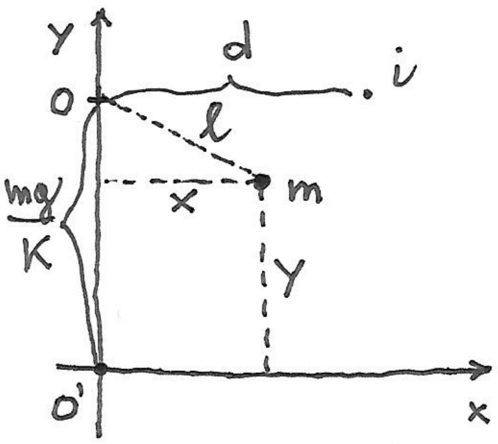
$y = \frac{mg}{K}(1 - \cos(\omega t))$

$\dot{y} = \frac{mg}{K}\omega\sin(\omega t)$ E SICCOME ① $\omega t_f = \pi/2$ SI HA $\dot{y}_f = \frac{mg\omega}{K} = g\sqrt{\frac{m}{K}}$ ③

COMBINANDO I RISULTATI ② E ③ SI OTTIENE

$$v_f = \sqrt{\dot{x}_f^2 + \dot{y}_f^2} = \sqrt{d^2\frac{K}{m} + g^2\frac{m}{K}}$$

ESERCIZIO 2 SOLUZIONE B



CONVIENE PRENDERE UN SISTEMA X-Y COME IN FIGURA, CON L'ORIGINE O' NEL PUNTO DI EQUILIBRIO, IL QUALE PER UNA MASSA APPESA AD UNA MOLLA GIACE UNA DISTANZA $\frac{mg}{K}$ AL DI SOTTO DEL PUNTO DI SOSPENSIONE O.

IL PROBLEMA È CONSERVATIVO. SCRIVIAMO L'ENERGIA POTENZIALE

$$U = U_G + U_E = mgY + \frac{1}{2}K\ell^2 =$$

$$= mgY + \frac{1}{2}K\left(x^2 + \left(\frac{mg}{K} - Y\right)^2\right) =$$

$$= \cancel{mgY} + \frac{1}{2}KX^2 + \frac{1}{2}KY^2 + \cancel{\frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{K}} - \cancel{mgY} = \frac{1}{2}K(x^2+y^2)$$

IL TERMINE $\frac{m^2g^2}{2K}$ È STATO ELIMINATO PERCHÉ COSTANTE.

$U = \frac{1}{2}K(x^2+y^2)$ È UN POTENZIALE CENTRALE ATTRATTIVO, ESATTAMENTE COME NEL CASO IN CUI LA MOLLA FOSSE ATTACCATA IN O' INVECE CHE IN O E LA GRAVITÀ NON CI FOSSE.

LA MASSA m, ESSENDO STATA FATTA PARTIRE DA FERMA, NON PUÒ CHE MUOVERSI DI MOTO RETTILINEO VERSO IL PUNTO O' (DOVE SI TROVA IL MINIMO DEL POTENZIALE) DOVE ARRIVERÀ CON VELOCITÀ CHE SI TROVA ~~CON~~ USANDO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA:

$$\cancel{\frac{1}{2}} m V_f^2 = \cancel{\frac{1}{2}} K(x_i^2 + y_i^2) = \cancel{\frac{1}{2}} K\left(d^2 + \frac{m^2g^2}{K^2}\right)$$

$$V_f = \sqrt{d^2\frac{K}{m} + g^2\frac{m}{K}}$$