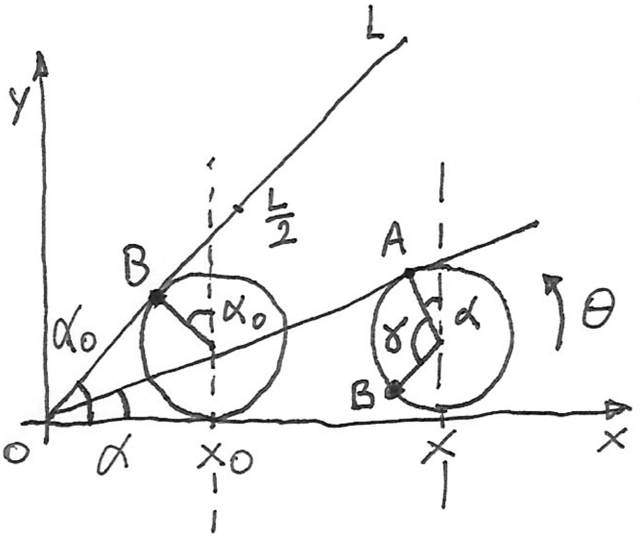
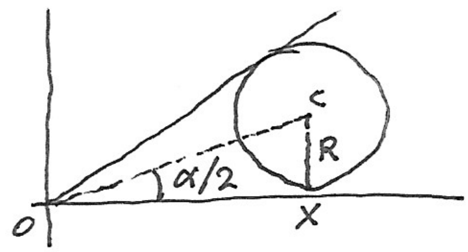


DETTA x LA COORDINATA DELLA SFERA, α L'INCLINAZIONE DELLA TAVOLA E θ L'ANGOLO DI ROTAZIONE DELLA SFERA INTORNO AL SUO CENTRO, SI PUÒ SCRIVERE LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA IN QUANTO NON SONO PRESENTI FORZE DISSIPATIVE

$$Mg\frac{L}{2}\sin\alpha_0 = Mg\frac{L}{2}\sin\alpha + \frac{1}{2}\frac{1}{3}ML^2\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mR^2\dot{\theta}^2 \quad (1)$$

PER QUANTO RIGUARDA L'ANGOLO α SI TROVA CHE $\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{R}{x}$



QUINDI

$$\alpha = 2\operatorname{arctg}\left(\frac{R}{x}\right), \quad \dot{\alpha} = -\frac{2R\dot{x}}{(x^2+R^2)} \quad (2)$$

PER θ, DALLA FIGURA SI DEDUCE CHE $\overline{OB} = x_0$ E $\overline{OA} = x$ QUINDI LA DISTANZA ROTOLATA LUNGO LA TAVOLA VALE $x - x_0$
DETTO γ L'ANGOLO DI ROTOLAMENTO SI HA $R\gamma = x - x_0$
L'ANGOLO θ È INVECE LA ROTAZIONE ASSOLUTA DI OGNI PUNTO DELLA SFERA, PER ESEMPIO B. SI HA CIOÈ

$$\theta = (\alpha+\gamma) - \alpha_0 \quad \text{QUINDI} \quad R\dot{\theta} = R\dot{\alpha} + R\dot{\gamma} = R\dot{\alpha} + \dot{x}$$

SOSTITUENDO $\dot{\alpha}$

$$R\dot{\theta} = -\frac{2R^2\dot{x}}{(x^2+R^2)} + \dot{x}, \quad R\dot{\theta} = \frac{(x^2-R^2)}{(x^2+R^2)}\dot{x} \quad (3)$$

LA (1), (2) E (3) COSTITUISCONO UN SISTEMA COMPLETO DI EQ PER RISOLVERE IL PROBLEMA

OPZIONALE –
SOSTITUENDO E CON UN PO' DI TRIGONOMETRIA SI PUÒ ARRIVARE ALLA FORMA INTEGRABILE:

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{30MgLR\left(\frac{x_0}{x_0^2+R^2} - \frac{x}{x^2+R^2}\right)(x^2+R^2)^2}{20ML^2R^2 + 15m(x^2+R^2)^2 + 6m(x^2-R^2)^2}}$$