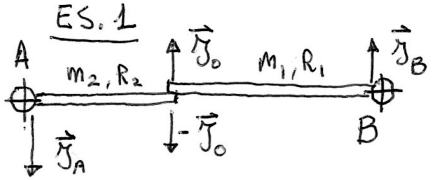
ES. 1



PER DETERMINARE IL VERSO DEI MOMENTI MECCANICI ED ANGOLARI SCELGO UN ASSE Z USCENTE DAL PIANO DEL DISEGNO $z \odot +$

ESSENDO L'URTO ELASTICO, E NON ESSEDO PRESENTI ALTRE FORZE CHE FANNO LAVORO SI PUO SCRIVERE:

$$\frac{1}{2} I_1\omega_0^2 = \frac{1}{2} I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2} I_2\omega_2^2 \rightarrow (1))\quad m_1R_1^2\omega_0^2 = m_1R_1^2\omega_1^2 + m_2R_2^2\omega_2^2$$

DOVE SI SONO INDICATI CON I_1 E I_2 I DUE MOMENTI D'INERZIA E CON ω_1 ED ω_2 LE DUE COMPONENTI LUNGO Z DELLE VELOCITÀ ANGOLARI FINALI. DOVRÀ ESSERE $\omega_2 < 0$.

LA PRESENZA DELLE DUE REAZIONI VINCOLARI IN A E B, CHE ESERCITANO 2 IMPULSI ESTERNI $\vec J_A$ E $\vec J_B$ NON PERMETTE DI UTILIZZARE CONSERVAZIONE NÈ DELLA QUANTITÀ DI MOTO, NÈ DEL MOMENTO ANGOLARE TOTALE RISPETTO A QUALSIASI POLO.

SIANO L_0, L_1 E L_2 LE COMPONENTI Z DEL MOMENTO ANGOLARE DELLE DUE SBARRE PRIMA (L_0) E DOPO (L_1 E L_2) L'URTO.

APPLICHIAMO IL TEOREMA DELL'IMPULSO ANGOLARE ALLA SBARRA 1 RISPETTO AL POLO B CHIAMANDO $\vec J_0$ L'IMPULSO SCAMBIATO TRA LE SBARRE DURANTE L'URTO

$$L_1 = L_0 - RJ_0 \rightarrow (2)\quad \frac{1}{3} m_1R_1^{\cancel{2}}\omega_1 = \frac{1}{3} m_1R_1^{\cancel{2}}\omega_0 - \cancel{R_1}J_0$$

FACCIAMO LO STESSO CON LA SBARRA 2 CON POLO IN A

$$L_2 = -R_2J_0 \rightarrow (3)\quad \frac{1}{3} m_2R_2^{\cancel{2}}\omega_2 = -\cancel{R_2}J_0$$

ELIMINIAMO J_0 DALLA (2) + (3)

$m_1R_1\omega_1 = m_1R_1\omega_0 + m_2R_2\omega_2$ ELEVIAMO AL QUADRATO E DIVIDIAMO PER m_1

$$m_1R_1^2\omega_1^2 = m_1R_1^2\omega_0^2 + \frac{m_2^2}{m_1}R_2^2\omega_2^2 + 2m_2R_1R_2\omega_0\omega_2$$

SOSTITUIAMO $m_1R_1^2\omega_1^2$ NELLA (1)

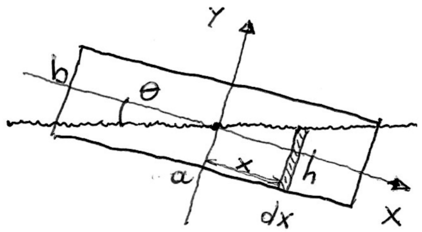
$$\cancel{m_1R_1^2\omega_0^2} = \cancel{m_1R_1^2\omega_0^2} + \frac{m_2^{\cancel{2}}}{m_1}R_2^{\cancel{2}}\omega_2^{\cancel{2}} + 2\cancel{m_2}R_1R_2\omega_0\cancel{\omega_2} + \cancel{m_2}R_2^{\cancel{2}}\omega_2^{\cancel{2}}$$

$$\omega_2R_2\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right) = -2R_1\omega_0 \quad ; \quad \boxed{\omega_2 = -2\,\frac{R_1}{R_2}\,\frac{m_1}{(m_1+m_2)}\,\omega_0}$$

NOTA → CHI SBAGLIANDO AVESSE IMPOSTATO LA CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO TOTALE DEL SISTEMA, INVECE DELLE EQ (2) E (3), POTREBBE TROVARE IL RISULTATO CORRETTO. QUESTA È UNA COINCIDENZA, DOVUTA ALLA SIMMETRIA DEL PROBLEMA. BASTEREBBE SOSTITUIRE UNA DELLE SBARRE CON QUALUNQUE OGGETTO CON MOMENTO D'INERZIA DIVERSO DA $\frac{1}{3}mR^2$ PERCHÉ TALE PROCEDIMENTO FALLISSE NEL PRODURRE UN RISULTATO CORRETTO. IMPOSTARE LA CONSERVAZIONE DI $\vec P_{TOT}$ IN QUESTO PROBLEMA È UN GRAVE ERRORE DI CONCETTO, INDIPENDENTEMENTE DAL RISULTATO.

ES. 2

SUPPONIAMO CHE IL BLOCCO DI LEGNO SI INCLINI DI UN PICCOLO ANGOLO θ E STUDIAMO LE FORZE IN GIOCO PER DETERMINARE SE ESSE FORMANO UN MOMENTO MECCANICO CHE TENDE A RADDRIZZARE O MENO IL BLOCCO. È NECESSARIO CALCOLARE IL CENTRO DI SPINTA DELLA FORZA DI ARCHIMEDE. FACCIAMOLO IN UN SISTEMA X-Y ORIENTATO COME I LATI DELLA TAVOLA



DIVIDIAMO LA PARTE IMMERSA IN TANTE STRISCE DI BASE dx ED ALTEZZA $h = \frac{b}{2} + tg\theta\, x$

IL CENTRO GEOMETRICO DI TALE STRISCIA SI TROVA IN

$$\bar X = X$$

$$\bar Y = -\frac{b}{2} + \frac{h}{2} = -\frac{b}{4} + \frac{tg\theta\, x}{2}$$

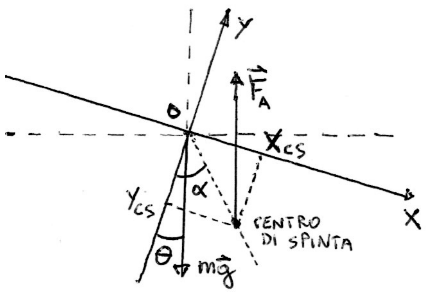
DETTA $\rho = \frac{dm}{dS} = \frac{m}{a \cdot b}$ LA DENSITÀ DI MASSA DELLA TAVOLA SUL PIANO X-Y TROVIAMO LA POSIZIONE DEL CENTRO DI SPINTA, COINCIDENTE CON LA POSIZIONE DEL CENTRO DI MASSA DELLA PARTE IMMERSA. $dm = \rho h\, dx$ È LA MASSA INFINITESIMA DI OGNI STRISCIA.

$$X_{cs} = \frac{\int \bar{x}\, dm}{\int dm} = \frac{\rho \int_{-a/2}^{+a/2} x\left(\frac{b}{2} + tg\theta\, x\right) dx}{\rho \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{b}{2} + tg\theta\, x\right) dx} = \frac{\left[\frac{b}{4}x^2 + tg\theta \frac{x^3}{3}\right]_{-a/2}^{+a/2}}{\left[\frac{b}{2}x + tg\theta \frac{x^2}{2}\right]_{-a/2}^{+a/2}} =$$

$X_{cs} = tg\theta \frac{a^2}{6b}$ TROVIAMO ORA LA Y DEL CENTRO DI SPINTA CON LO STESSO METODO

$$Y_{cs} = \frac{\int \bar{y}\, dm}{\int dm} = \frac{\rho \int_{-a/2}^{a/2} \left(-\frac{b}{4} + tg\theta \frac{x}{2}\right)\left(\frac{b}{2} + tg\theta\, x\right) dx}{\rho \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{b}{2} + tg\theta\, x\right) dx} = \frac{\frac{1}{3}a^2 tg^2\theta - b^2}{4b}$$

FACCIAMO ORA LO SCHEMA DI CORPO LIBERO PER LA TAVOLA



CHIAMANDO $\vec{F}_A$ LA SPINTA DI ARCHIMEDE SI HA $tg\alpha = \frac{|X_{cs}|}{|Y_{cs}|} = \frac{tg\theta\, a^2}{\cancel{6b}\,3} \frac{\cancel{4b}\,2}{b^2 - \frac{a^2 tg^2\theta}{3}}$

SICCOME GLI ANGOLI SONO PICCOLI $tg\alpha \approx \alpha$ $tg\theta \approx \theta$ $b^2 - \frac{a^2 tg^2\theta}{3} \approx b^2$

QUINDI $\alpha \approx \frac{2\theta a^2}{3b^2}$

COME RISULTA CHIARO DAL DISEGNO IL GALLEGGIAMENTO È STABILE SE $\alpha > \theta$

QUINDI $\alpha > \theta$ $\frac{2\theta a^2}{3b^2} > \theta$ $\frac{a^2}{b^2} > \frac{3}{2}$ $\boxed{\frac{a}{b} > \sqrt{\frac{3}{2}}}$

ES. 3

CI SONO MOLTE STRADE POSSIBILI PER RISOLVERE QUESTO ESERCIZIO. LA PIÙ SEMPLICE È CONSIDERARE L'ENERGIA INTERNA DELLA MISCELA

$$U_{MIX} = U_{O_2} + U_{He} = n_{O_2} c_{v_{O_2}} T + n_{He} c_{v_{He}} T =$$

$$= 3 \cdot \frac{5}{2} R T + 2 \cdot \frac{3}{2} R T = \frac{21}{2} R T = n_{MIX} c_{v_{MIX}} T$$

DA CUI

$$c_{v_{MIX}} = \frac{1}{n_{MIX}} \frac{21}{2} R = \frac{21}{10} R$$

ESSENDO SEMPRE $c_p = c_v + R$

$$c_{p_{MIX}} = \frac{21}{10} R + R = \frac{31}{10} R$$

E QUINDI

$$\boxed{\gamma_{MIX} = \frac{c_{p_{MIX}}}{c_{v_{MIX}}} = \frac{31}{21}}$$