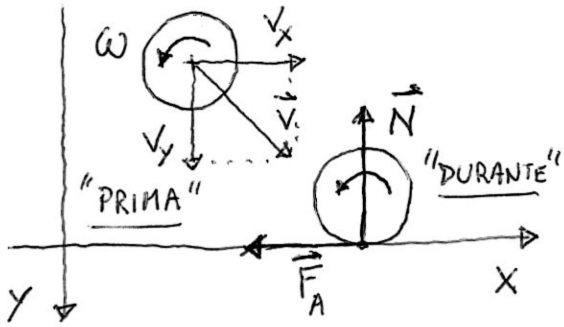
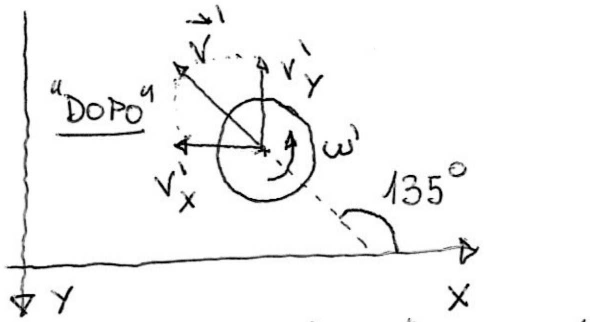
ESERCIZIO 1



LA PALLA ARRIVA A TERRA CON $V_x = V_y = V/\sqrt{2}$. LA ROTAZIONE È TALE CHE, ALMENO ALL'INIZIO, C'È SLITTAMENTO. DUNQUE 1) L'ATTRITO È DINAMICO E 2) L'URTO NON È ELASTICO. SUPPONIAMO PER ORA CHE VI SIA STRISCIAMENTO DURANTE TUTTO L'URTO.

SI HA QUINDI $F_A = \mu N \Rightarrow F_A = N$. SE LE DUE FORZE SONO UGUALI LO SARANNO ANCHE GLI IMPULSI.

$$I_x = -\int_{\text{URTO}} F_A \, dt \qquad I_y = -\int_{\text{URTO}} N \, dt \qquad I_x = I_y$$



PER IL TEOREMA DELL'IMPULSO $\vec{I} = m\Delta\vec{V}$ QUINDI $\Delta V_x = \Delta V_y$ E QUINDI $V'_x = V'_y$, CIOÈ LA PALLA RIMBALZA IN DIREZIONE $135°$, OPPURE (SE SI PREFERISCE) $45°$ "ALL'INDIETRO"

RIMANE DA VERIFICARE CHE CI SIA SLITTAMENTO PER TUTTO L'URTO. CIÒ SICURAMENTE AVVIENE SE $\omega' > -V'_x / R$ (★)

PER IL TH. DELL'IMPULSO $m(V'_x - V_x) = I_x$

PER IL TH. DELL'IMPULSO ANGOLARE $\frac{2}{3} m R^2 (\omega' - \omega) = I_x R$

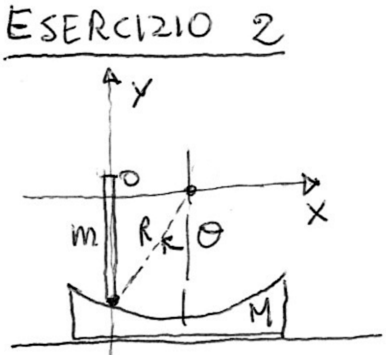
$$\left.\begin{array}{l} m(V'_x - V_x) = I_x \\ \frac{2}{3} m R^2 (\omega' - \omega) = I_x R \end{array}\right\} \Rightarrow \omega' = \omega + \frac{3}{2R}(V'_x - V_x)$$

SOSTITUENDO $\omega = \frac{5V}{R}$ $\quad V_x = \frac{V}{\sqrt{2}}$ $\quad V'_x = \frac{-V'}{\sqrt{2}}$ LA DISEQUAZIONE (★) DIVENTA

$$(10\sqrt{2} - 3)V > 5V' \Rightarrow (11{,}14)V > 5V'$$

ED ESSENDO GIÀ $V > V'$ (NELL'URTO SI HA PERDITA DI ENERGIA) LA (★) È SICURAMENTE PIÙ CHE VERIFICATA //

ESERCIZIO 2



PER m SI HA Y (DELLA PUNTA) $= -R\cos\theta$

PER M SI HA X (DEL SUO CENTRO) $= R\sin\theta$

LE FORZE IN GIOCO SONO TUTTE CONSERVATIVE, DI CONSEGUENZA SI CONSERVA L'ENERGIA MECCANICA. $E = mgY + \frac{1}{2}m\dot{Y}^2 + \frac{1}{2}M\dot{X}^2$

$$\dot{Y} = R\sin\theta\,\dot{\theta} \qquad \dot{X} = R\cos\theta\,\dot{\theta}$$

$$E = -mgR\cos\theta + \frac{1}{2}mR^2\sin^2\theta\,\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}MR^2\cos^2\theta\,\dot{\theta}^2, \quad \text{MA } \frac{dE}{dt} = 0$$

$$mgR\sin\theta\cancel{\dot\theta} + \frac{1}{\cancel{2}} mR^2 \cancel{2}\sin\theta\cos\theta\,\dot\theta^{\cancel{3}2} + \frac{1}{\cancel{2}} mR^2\sin^2\theta\,\cancel{2\dot\theta}\,\ddot\theta +$$

$$+\ \frac{1}{\cancel{2}} MR^2\,\cancel{2}\cos\theta(-\sin\theta)\,\dot\theta^{\cancel{3}2} + \frac{1}{\cancel{2}} MR^2\cos^2\theta\,\cancel{2\dot\theta}\,\ddot\theta = 0$$

E SOSTITUENDO $\sin\theta \simeq \theta$ $\cos\theta \approx 1$ (PICCOLE OSCILLAZIONI)

$$mgR\theta + \underline{mR^2\theta\dot\theta^2} + \underline{mR^2\theta^2\ddot\theta} - \underline{MR^2\theta\dot\theta^2} + MR^2\ddot\theta = 0$$

I TERMINI IN $\theta\dot\theta^2$ E $\theta^2\ddot\theta$ SONO TRASCURABILI IN QUANTO INFINITESIMI DEL 3° ORDINE. SI RIMANE CON

$$mg\cancel{R}\theta + MR^{\cancel{2}}\ddot\theta = 0 \qquad \ddot\theta + \frac{mg}{MR}\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{MR}{mg}} \quad //$$

ESERCIZIO 3

CHIAMIAMO $P = 200\,W$ $m = 100\,Kg$ $T_i = 80°C$ $T_f = 40°C$ $T_a = 20°C$

SIANO INOLTRE R_T LA RESISTENZA TERMICA TRA L'ACQUA E L'AMBIENTE ESTERNO E $C = 4184\ J/Kg\cdot K$ IL CALORE SPECIFICO DELL'ACQUA.

NELLA PRIMA FASE DI EQUILIBRIO $P = \frac{(T_i - T_a)}{R_T} \Rightarrow R_T = \frac{(T_i - T_a)}{P}$

SUCCESSIVAMENTE, SPENTO LO SCALDABAGNO E DETTA T LA GENERICA TEMPERATURA DELL'ACQUA $\frac{dQ}{dt} = \frac{(T - T_a)}{R_T}$ $\frac{dQ}{dt} = -Cm\frac{dT}{dt}$, QUINDI:

$Cm\frac{dT}{dt} = -\frac{(T - T_a)}{R_T}$ $dt = -CmR_T\frac{dT}{(T - T_a)}$ ED ESSENDO t^* IL TEMPO INCOGNITO RICHIESTO:

$$t^* = \int_0^{t^*} dt = -CmR_T\int_{T_i}^{T_f}\frac{dT}{(T - T_a)} = -CmR_T\ln\left(\frac{(T_f - T_a)}{(T_i - T_a)}\right)$$

SI OTTIENE QUINDI:

$$t^* = \frac{-Cm(T_i - T_a)}{P}\ln\left(\frac{(T_f - T_a)}{(T_i - T_a)}\right) \simeq 138\ 10^3\,s \simeq 38{,}3\,h$$

L'USO DELLE TEMPERATURE IN °C INVECE CHE IN K È GIUSTIFICATO DAL FATTO CHE IN TUTTE LE FORMULE USATE APPAIONO SOLO DIFFERENZE DI TEMPERATURE E MAI TEMPERATURE ASSOLUTE //