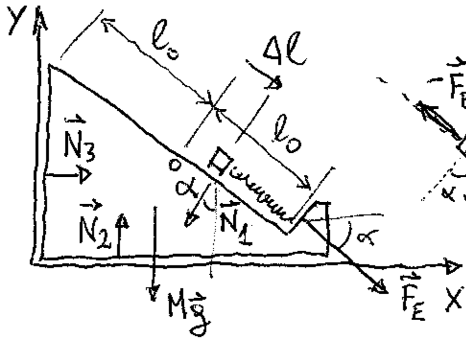
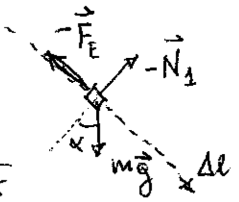
ESERCIZIO 1

FACCIAMO IL DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO PER LE DUE MASSE QUANDO m HA GIÀ COMINCIATO A COMPRIMERE LA MOLLA MA M NON SI È ANCORA STACCATO DALLA PARETE.





$\vec{F}_E$ = FORZA ELASTICA, $|\vec{F}_E| = K\Delta l$.
SI HA SUBITO $N_1 = mg\cos\alpha$. DOPODICHÉ SI SCRIVE LA 1ª EQ. CARDINALE PER M LUNGO L'ASSE X

$$N_3 - N_1 \sin\alpha + F_E \cos\alpha = M A_x$$

E SOSTITUENDO

$$N_3 - mg\cos\alpha\sin\alpha + K\Delta l\cos\alpha = M A_x$$

DALL'INIZIO FINO ALL'ISTANTE t_1 DEL DISTACCO (INCLUSO) SI HA $A_x = 0$ E IN t_1 SI HA ANCHE $N_3 = 0$. DETTA Δl_1 LA COMPRESSIONE IN t_1 SI HA

$$-mg\cos\alpha\sin\alpha + K\Delta l_1 \cos\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta l_1 = \frac{mg}{K}\sin\alpha$$

DETTA V_1 LA VELOCITÀ (LUNGO Δl) DI m IN t_1, SI APPLICA LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA TRA $t=0$ E t_1

$$mg(l_0 + \Delta l_1)\sin\alpha = \frac{1}{2} m V_1^2 + \frac{1}{2} K (\Delta l_1)^2 \qquad \text{DA CUI}$$

$$V_1 = \sqrt{g\sin\alpha\left(2l_0 + \frac{mg}{K}\sin\alpha\right)}$$

QUINDI m HA UNA QUANTITÀ DI MOTO LUNGO X CHE VALE $P_x = mV_1\cos\alpha$ MA VISTO CHE IN t_1 M È ANCORA FERMA P_x È ANCHE LA Q. DI MOTO LUNGO X DI <u>TUTTO</u> IL SISTEMA S FORMATO DA $m+M$. VISTO CHE DA $t=0$ A t_1 L'UNICA FORZA ESTERNA LUNGO X CHE HA AGITO SU S È N_3 SI HA GRAZIE AL TEOREMA DELL'IMPULSO

1ª RISPOSTA $$\boxed{I_x(N_3) = P_x = m\cos\alpha\sqrt{g\sin\alpha\left(2l_0 + \frac{mg}{K}\sin\alpha\right)}}$$

SUCCESSIVAMENTE AL DISTACCO, SU S NON AGISCE NESSUNA FORZA LUNGO X, QUINDI LA COMPONENTE X DELLA VELOCITÀ DEL C.M. DI S È COSTANTE E VALE $V_{CMx} = P_x/(m+M) = m\cos\alpha\, V_1/(m+M)$.
NELL'ISTANTE DI MASSIMA COMPRESSIONE DELLA MOLLA (t_2) m ED M SONO FERME TRA LORO, QUINDI HANNO LA STESSA VELOCITÀ, DIRETTA LUNGO X E OVVIAMENTE COINCIDENTE CON V_{CMx}. APPLICANDO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA TRA $t=0$ E t_2, DETTA Δl_2 LA COMPRESSIONE MAX DELLA MOLLA

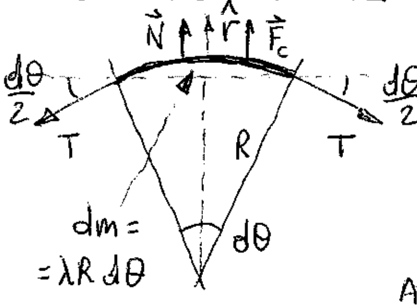
$$mg(l_0 + \Delta l_2)\sin\alpha = \frac{1}{2}(m+M)V_{CMx}^2 + \frac{1}{2}K(\Delta l_2)^2$$

DA CUI $\Delta l_2 = \frac{mg}{K}\sin\alpha \pm \sqrt{\left(\frac{mg}{K}\sin\alpha\right)^2 + \frac{mg}{K} l_0 \sin\alpha - \frac{(m+M)}{K} V_{CMX}^2}$

CERCANDO LA COMPRESSIONE <u>MASSIMA</u> SI SCEGLIE LA RADICE COL SEGNO +
E DOPO QUALCHE SIMPATICO PASSAGGIO SI OTTIENE

$$\boxed{2^a \text{ RISPOSTA} \quad \Delta l_2 = \frac{mg}{K}\sin\alpha + \sqrt{\frac{m(m\sin^2\alpha + M)\, g \sin\alpha}{K(m+M)}\left(2l_0 + \frac{mg}{K}\sin\alpha\right)}}$$

<u>ESERCIZIO 2</u> METTIAMOCI IMMEDIATAMENTE NEL SIST. RIF. SOLIDALE ALLA RUOTA. IN ESSO TUTTO È FERMO ED OGNI PROBLEMA DIVENTA UN PROBLEMA DI STATICA. L'ELASTICO, AVENTE DENSITÀ LINEARE DI MASSA $\lambda = \frac{dm}{dl} = \frac{m}{2\pi R}$, È SOTTOPOSTO AD UNA TENSIONE $T = K\Delta l = K(2\pi R - L)$. IMPONIAMO QUINDI L'EQUILIBRIO DELLE FORZE SU UN ARCO INFINITESIMO DI ELASTICO IN DIREZIONE $\hat{r}$



$$N + F_c - 2T\sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) = 0$$

CON N = FORZA DI CONTATTO TRA RUOTA ED ELASTICO
F_c = FORZA CENTRIFUGA = $= dm\,\omega^2 R$

APPROSSIMANDO $\sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \simeq \frac{d\theta}{2}$ E SAPENDO CHE AL DISTACCO DOVUTO ALLA FORZA CENTRIFUGA TRA RUOTA ED ELASTICO $N = 0$ $\Rightarrow$ OGNI ULTERIORE AUMENTO DI ω OLTRE ω_{MAX} NON PUÒ ESSERE IMPRESSO DALLA RUOTA ALL'ELASTICO, CAUSA MANCANZA DI CONTATTO

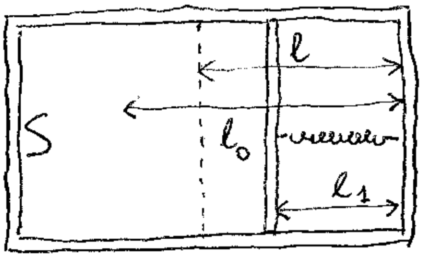
$$dm\,\omega_{MAX}^2 R - T\,d\theta = 0 \Rightarrow \frac{m}{2\pi R} R^2 \cancel{d\theta}\,\omega_{MAX}^2 - K(2\pi R - L)\cancel{d\theta} = 0$$

$$\boxed{\text{RISPOSTA} \quad \omega_{MAX} = \sqrt{\frac{K(2\pi R - L)2\pi}{mR}}}$$

<u>ESERCIZIO 3</u> NELLA SITUAZIONE INIZIALE, DETTA P_0 LA PRESSIONE DEL GAS ED S LA SEZIONE DEL CILINDRO, ESSENDO l_0 LA LUNGHEZZA A RIPOSO DELLA MOLLA, SI POSSONO IMPOSTARE LA LEGGE DEI GAS PERFETTI E L'EQUILIBRIO DELLE FORZE SUL PISTONE

$$\begin{cases} P_0 S l = nRT_0 \\ P_0 S = K(l_0 - l) \end{cases} \Rightarrow K(l_0 - l)\,l = nRT_0$$

E QUINDI $l_0 = l + \frac{nRT_0}{Kl} = 20\text{ cm}$



ANALOGAMENTE, DOPO IL RISCALDAMENTO, SIA P_1 LA PRESSIONE DEL GAS.
SI HA
$$\begin{cases} P_1 S(2\ell-\ell_1) = nRT_1 \\ P_1 S = K(\ell_0-\ell_1) \end{cases}$$

DA CUI $\quad \ell_1^2 - \ell_1(2\ell+\ell_0) + \left(2\ell\ell_0 - \frac{nRT_1}{K}\right) = 0$

CIOÈ $\quad \ell_1 = \dfrac{(2\ell+\ell_0) \pm \sqrt{(2\ell+\ell_0)^2 - 4\left(2\ell\ell_0 - \frac{nRT_1}{K}\right)}}{2} = \dfrac{0.5 \pm 0.3}{2}\,m \begin{cases} \nearrow 40\,cm \\ \searrow 10\,cm \end{cases}$

SICURAMENTE IL GAS RISCALDATO SI È ESPANSO, QUINDI DEVE ESSERE $\ell_1 < \ell < \ell_0$ LA RISPOSTA GIUSTA È QUINDI

RISPOSTA 1 $\qquad \ell_1 = 10\ cm$

PER QUANTO RIGUARDA IL CALORE, USIAMO IL I° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER LA TRASFORMAZIONE $T_0 \to T_1$

$Q + L = \Delta U_{GAS}$

MA $\quad L = -\Delta U_{MOLLA} = -\left[\frac{1}{2}K(\ell_0-\ell_1)^2 - \frac{1}{2}K(\ell_0-\ell)^2\right]$

MENTRE $\quad \Delta U_{GAS} = nc_V\Delta T = n\frac{3}{2}R(T_1-T_0)$

QUINDI $\quad Q = \frac{3}{2}nR(T_1-T_0) + \frac{1}{2}K(\ell_0-\ell_1)^2 - \frac{1}{2}K(\ell_0-\ell)^2 =$

$$= 2494.2\ J + 665\ J - 166.25\ J \simeq 2993\ J$$

RISPOSTA 2 $\qquad Q = 2993\ J$