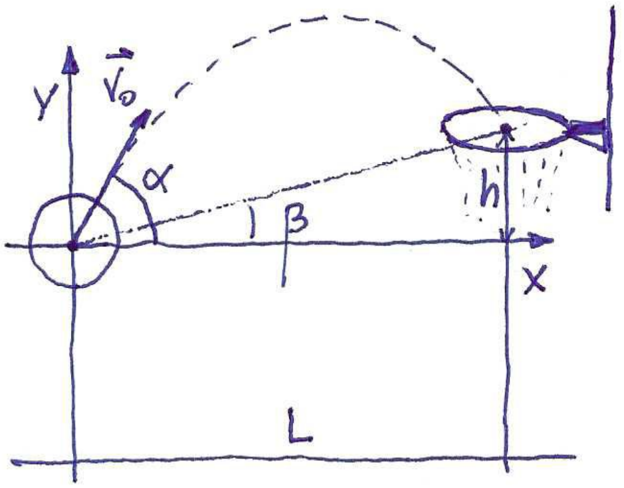


DALLA FIGURA, DOVE SONO DEFINITE LE VARIABILI UTILIZZATE, SI HA:

$$h = L\,tg\,\beta$$

SCRIVIAMO LE EQ DEL MOTO PER LA PALLA

$$\begin{cases} x = V_0 \cos\alpha\, t \\ y = V_0 \sin\alpha\, t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

DETTO t^* IL TEMPO DI VOLO, DALLA 1ª EQ SI OTTIENE $t^* = L / V_0 \cos\alpha$. IMPONIAMO ORA CHE $y(t^*) = h$

$$h = L\,tg\,\beta = V_0 \sin\alpha\, t^* - \frac{1}{2} g t^{*2}$$

$$L\,tg\,\beta = L\,tg\,\alpha - \frac{1}{2}\frac{gL^2}{V_0^2\cos^2\alpha}$$ DA CUI $$V_0 = \sqrt{\frac{gL}{2}\frac{1}{\cos^2\alpha\,(tg\,\alpha - tg\,\beta)}}$$

PER MINIMIZZARE V_0 SI DEVE MASSIMIZZARE

$f(\alpha) = \cos^2\alpha\,(tg\,\alpha - tg\,\beta)$ → SI NOTA CHE $f(\beta) = 0$ E $f(\frac{\pi}{2}) = 0$ E CHE $f(\alpha)$ È POSITIVA IN $(\beta, \pi/2)$, QUINDI SE SI TROVA UN PUNTO IN CUI $f'(\alpha) = 0$ ESSO È PER FORZA UN MASSIMO.

$$f(\alpha) = \cos^2\alpha\,(tg\,\alpha - tg\,\beta) = \cos\alpha\sin\alpha - \cos^2\alpha\, tg\,\beta$$

$$f'(\alpha) = 0 \Rightarrow -\sin^2\alpha + \cos^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha\, tg\,\beta = 0 \quad \star$$

$$tg^2\alpha - 2\,tg\,\beta\, tg\,\alpha - 1 = 0$$ EQ DI II GRADO

$$tg\,\alpha = tg\,\beta \pm \sqrt{tg^2\beta + 1}$$ SI SCEGLIE LA RADICE POSITIVA

$$tg\,\alpha = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} + \frac{\sqrt{\sin^2\beta + \cos^2\beta}}{\cos\beta}$$

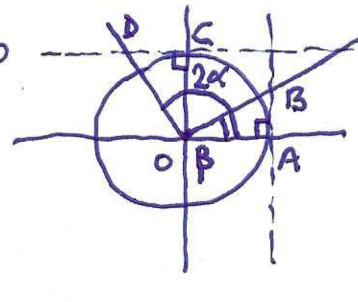
$$tg\,\alpha = \frac{\sin\beta + 1}{\cos\beta} \qquad \alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin\beta + 1}{\cos\beta}\right)$$

$\star$ SOLUZ. ALTERNATIVA

$$\cos(2\alpha) + \sin(2\alpha)\, tg\,\beta = 0$$

$$tg\,\beta = -\cot g(2\alpha)$$

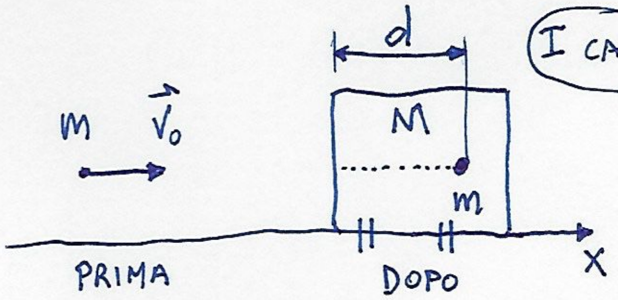
CHE VUOL DIRE (VEDI FIGURA) $AB = CD$



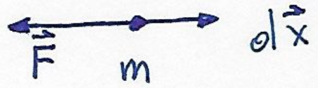
- QUINDI I TRIANGOLI RETTANGOLI OAB E OCD SONO UGUALI
- QUINDI L'ANGOLO $B\hat{O}D$ È UN ANGOLO RETTO
- QUINDI $2\alpha = \beta + \frac{\pi}{2}$

$$\alpha = \frac{\beta}{2} + \frac{\pi}{4}$$

I CASO



DURANTE L'URTO, TOTALMENTE ANELASTICO, L'UNICA FORZA CHE COMPIE LAVORO È LA FORZA FRENANTE SUL PROIETTILE



ALL'INTERNO DEL BLOCCO DI LEGNO

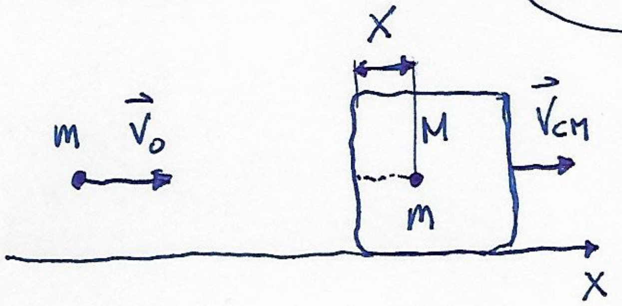
APPLICANDO IL TEOREMA DELLA ENERGIA CINETICA

$$\Delta K = W_{TOT} \qquad -\frac{1}{2} m v_0^2 = \int \vec{F} \cdot d\vec{x} = -Fd$$

VISTO CHE $\vec{F}$ È COSTANTE E DI VERSO OPPOSTO A $d\vec{x}$

$$\boxed{\frac{1}{2} m v_0^2 = Fd} \quad (1)$$

II CASO



DI NUOVO L'URTO È TOTALMENTE ANELASTICO — QUESTA VOLTA PERÒ, IN ASSENZA DI FORZE ESTERNE AL SISTEMA m+M LUNGO x ⇒ SI CONSERVA P_x

QUINDI DOPO L'URTO IL SISTEMA m+M SI MUOVE CON $\vec{V}_{CM}$ LUNGO x, TALE CHE

$$m v_0 = (m+M) V_{CM} \qquad V_{CM} = \frac{m}{M+m} v_0$$

APPLICHIAMO DI NUOVO IL TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

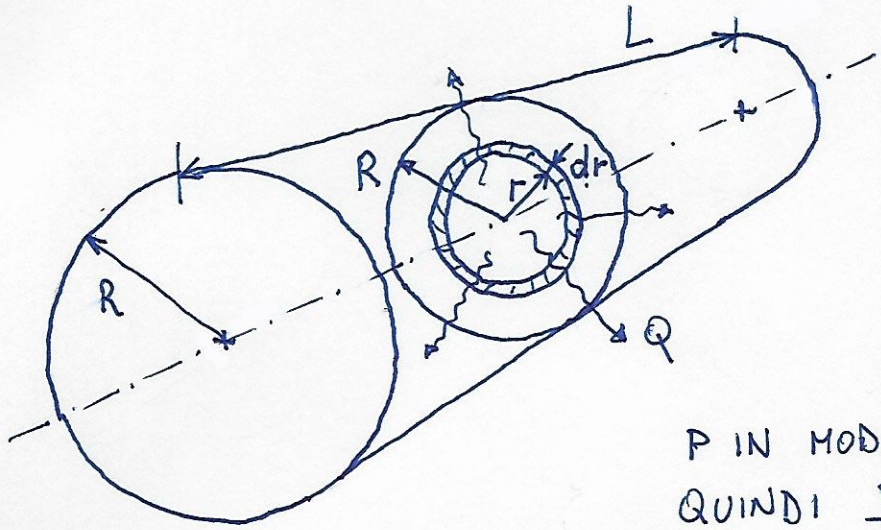
$$\Delta K = W_{TOT} \qquad \frac{1}{2}\cancel{(m+M)} \frac{m^2}{(m+M)^{\cancel{2}}} v_0^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -Fx$$

$$\left[\frac{m}{(m+M)} - 1\right] \frac{1}{2} m v_0^2 = -Fx$$

USIAMO LA (1) PER SOSTITUIRE $\frac{1}{2} m v_0^2$

$$\cancel{+} \frac{M}{(m+M)} \cancel{F} d = \cancel{+} \cancel{F} x$$

$$x = d \frac{M}{(m+M)}$$



ALL'INTERNO DEL VOLUME $V = \pi R^2 L$ DELLA SBARRA VIENE SVILUPPATA UNA POTENZA P IN MODO UNIFORME. SI HA QUINDI $\frac{P}{V} = \frac{dP}{dV} = \frac{P}{\pi R^2 L}$

ESAMINIAMO UNA SEZIONE CIRCOLARE DELLA SBARRA. IN CONDIZIONI STABILI IL CALORE PRODOTTO ALL'INTERNO DEVE ESSERE CONDOTTO RADIALMENTE VERSO L'ESTERNO

PIÙ PRECISAMENTE, TUTTO IL CALORE PRODOTTO NELL'UNITÀ DI TEMPO ALL'INTERNO DI UN CILINDRO DI RAGGIO $r < R$ DEVE ATTRAVERSARE LO STRATO DI INOX TRA r E $r+dr$.

SIA $V_{INT} = \pi r^2 L$ LA POTENZA SVILUPPATA IN V_{INT} È

$$P_{INT} = \frac{dQ}{dt}_{PRODOTTO} = \frac{dP}{dV} V_{INT} = \frac{P}{\cancel{\pi} R^2 \cancel{L}} \cancel{\pi} r^2 \cancel{L} = \frac{P r^2}{R^2}$$

LA SUPERFICIE DEL CILINDRO CHE IL CALORE DEVE ATTRAVERSARE È $A = 2\pi r L$. DETTA dT LA DIFF. DI TEMPERATURA TRA r E $r+dr$ SI HA, VISTA LA CONDUZIONE DEL CALORE

$$\frac{dQ}{dt}_{IN\ USCITA} = A k \frac{dT}{dr}$$

ORA UGUAGLIAMO $\frac{dQ}{dt}_{PRODOTTO} = \frac{dQ}{dt}_{IN\ USCITA}$

$$\frac{P r^2}{R^2} = A k \frac{dT}{dr} = 2\pi r L K \frac{dT}{dr} \Rightarrow dT = \frac{P}{2\pi L K R^2} r\,dr$$

INTEGRIAMO TRA IL CENTRO E L'ESTERNO

$$\Delta T = \frac{P}{2\pi L K R^2} \int_0^R r\,dr = \frac{P}{4\pi L K} \simeq 14\ K$$

QUINDI LA TEMPERATURA SULL'ASSE VALE $T + \Delta T \simeq 464\,K$