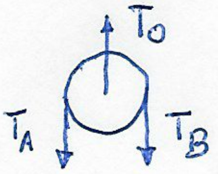
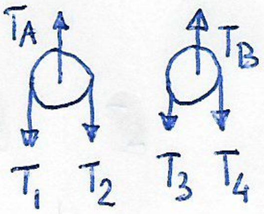


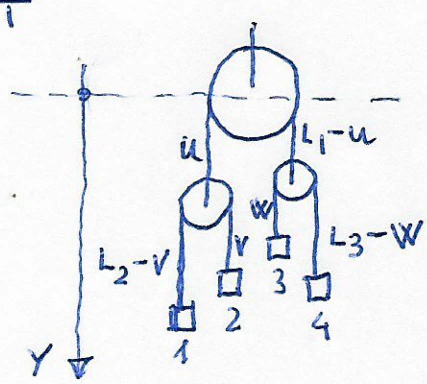
COMINCIAMO AD ESAMINARE LE CARRUCOLE. ESSE HANNO $m \simeq 0 \Rightarrow I \simeq 0$ PER CUI, PER OGNUNA DI ESSE $\sum_{EXT} \vec{F} = 0$ E $\sum_{EXT} \vec{M} = 0$



PER QUELLA IN ALTO SI HA $rT_A - rT_B = 0$ E QUINDI $T_A = T_B$. SIMILMENTE $T_1 = T_2$ E $T_3 = T_4$ QUESTO APPLICANDO LA II CARDINALE. PER LA I EQ CARDINALE $T_1 + T_2 = T_A$ E $T_3 + T_4 = T_B$

QUINDI $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 \equiv T$

SFRUTTIAMO ORA IL FATTO CHE LE CORDE SONO INESTENSIBILI. SCELTO L'ASSE Y IN FIGURA SI HA



$Y_1 = L_2 - v + u$, $Y_2 = u + v$, $Y_3 = L_1 - u + w$

$Y_4 = L_1 - u + L_3 - w$

COME NELLA MACCHINA DI ATWOOD SEMPLICE, SE UNA PARTE DI SISTEMA SCENDE UN'ALTRA SALE, QUINDI CALCOLIAMO LA SOMMA DELLE Y CHE RISULTERÀ COSTANTE

$$Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 = L_2 - \cancel{v} + \cancel{u} + \cancel{u} + \cancel{v} + L_1 - \cancel{u} + \cancel{w} + L_1 - \cancel{u} + L_3 - \cancel{w} =$$
$$= 2L_1 + L_2 + L_3 = \text{COSTANTE}$$ (L_i È LA LUNGHEZZA DI 1 CORDA)

DERIVANDO 2 VOLTE $a_{y_1} + a_{y_2} + a_{y_3} + a_{y_4} = 0$ (1)

PER OGNUNA DELLE 4 MASSE SI HA $m_i g - T = m_i a_{y_i}$ (I CARD.)

CIOÈ
$$\begin{cases} a_{y_1} = g - \frac{T}{m_1} \\ a_{y_2} = g - \frac{T}{m_2} \\ a_{y_3} = g - \frac{T}{m_3} \\ a_{y_4} = g - \frac{T}{m_4} \end{cases}$$

E SOMMANDO QUESTE 4 EQUAZIONI SI HA

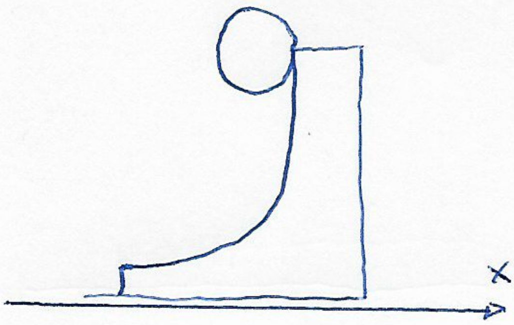
$$a_{y_1} + a_{y_2} + a_{y_3} + a_{y_4} = 0 = 4g - T\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} + \frac{1}{m_4}\right)$$

CIOÈ $$T = \frac{4g\, m_1 m_2 m_3 m_4}{(m_1 m_2 m_3 + m_2 m_3 m_4 + m_3 m_4 m_1 + m_4 m_1 m_2)}$$

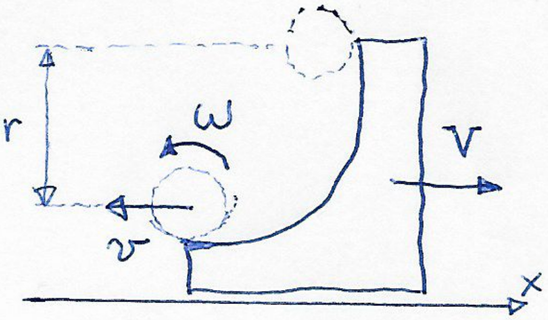
BASTA ORA SOSTITUIRE T PER TROVARE

$$a_{y_1} = g - \frac{4g\, m_2 m_3 m_4}{(m_1 m_2 m_3 + m_2 m_3 m_4 + m_3 m_4 m_1 + m_4 m_1 m_2)}$$

E PERMUTANDO GLI INDICI, IN MANIERA IDENTICA SI SCRIVONO ANCHE LE ALTRE 3 ACCELERAZIONI



SITUAZ. INIZIALE



SITUAZ. FINALE

NELLE EQUAZIONI USIAMO I MODULI DELLE VELOCITÀ, DIREZIONE (ORIZZONTALE) E VERSO SONO INDICATI NEL DISEGNO.

- VISTO CHE NON CI SONO FORZE DISSIPATIVE SI CONSERVA E
- NON CI SONO FORZE ESTERNE QUINDI SI CONSERVA P_x
- LA CONDIZIONE DI ROTOLAMENTO PURO SI SCRIVE $\omega r = V_{RELATIVA}$

$$\begin{cases} mg(R-r) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 & (1) \\ mv = MV \Rightarrow V = v\frac{m}{M} & (2) \\ \omega r = v + V \Rightarrow \omega = \frac{v}{r}\left(1+\frac{m}{M}\right) & (3) \end{cases}$$

SOSTITUIAMO NELLA (1)

$$mg(R-r) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cancel{M}\frac{m^2}{M^{\cancel{2}}}v^2 + \frac{1}{\cancel{2}}\frac{\cancel{2}}{5}m\cancel{r^2}\frac{v^2}{\cancel{r^2}}\left(1+\frac{m^2}{M^2}+2\frac{m}{M}\right)$$

$$\cancel{m}g(R-r) = \cancel{m}v^2\left(\frac{1}{2}+\frac{m}{2M}+\frac{1}{5}+\frac{m^2}{5M^2}+\frac{2}{5}\frac{m}{M}\right)$$

$$g(R-r) = \frac{v^2}{10M^2}\left(5M^2+5mM+2M^2+2m^2+4mM\right) = \frac{v^2}{10M^2}\left(7M^2+9mM+2m^2\right)$$

DA CUI $v = \sqrt{\dfrac{10g(R-r)M^2}{(7M^2+9mM+2m^2)}}$ E SOSTITUENDO NELLA (2)

$$V = \sqrt{\frac{10g(R-r)m^2}{(7M^2+9mM+2m^2)}}$$

→ CHIAMIAMO T_0 LA TEMPERATURA INIZIALE DEL GAS, $V_0 = h_0 S$ IL SUO VOLUME E $P_0 = P_A + \frac{mg}{S}$ LA SUA PRESSIONE

RICAVIAMO IL NUMERO DI MOLI $\quad n = \frac{P_0 V_0}{R T_0}$ (1)

CHIAMIAMO T_1, V_1, P_1, h_1 LE STESSE VARIABILI NEL PUNTO PIÙ BASSO DEL MOTO

→ SIA NELLA SITUAZIONE "0" CHE IN "1" PISTONE E PESO HANNO VELOCITÀ $= 0$

APPLICHIAMO IL TH DELL'ENERGIA CINETICA AL SISTEMA $m + M$

$$\Delta K = 0 = W_{TOT} = W_{GAS \to PISTONE} + W_{ARIA \to PISTONE} + W_{GRAVITÀ}$$

CIOÈ $W_{GAS \to PISTONE} = -\left(W_{ARIA \to PISTONE} + W_{GRAVITÀ}\right) =$

$$= -\left[P_A S (h_0 - h_1) + (M+m) g (h_0 - h_1)\right]$$

QUINDI $\quad W_{PISTONE \to GAS} = -W_{GAS \to PISTONE} = +\left[P_A S + (M+m) g\right](h_0 - h_1)$

→ ORA APPLICHIAMO IL 1° PRINCIPIO AL GAS

$Q + W_{PISTONE \to GAS} = \Delta U$ $\quad$ MA IL MOVIMENTO È RAPIDO, AL PIÙ QUALCHE SECONDO, QUINDI $Q \simeq 0$

ALLORA SI HA $\left[P_A S + (M+m) g\right](h_0 - h_1) = \Delta U = n c_V (T_1 - T_0)$ (2)

RICORDIAMO CHE $c_V = \frac{R}{\gamma - 1}$ MA $\gamma = 2 \Rightarrow c_V = R$ (3)

→ VISTO CHE LA COMPRESSIONE È STATA ADIABATICA

$$T_1 V_1^{\gamma - 1} = T_0 V_0^{\gamma - 1} \quad \text{MA } \gamma = 2 \Rightarrow T_1 V_1 = T_0 V_0 \Rightarrow T_1 = T_0 \frac{V_0}{V_1} = \frac{T_0 h_0 \cancel{S}}{h_1 \cancel{S}} \quad (4)$$

→ SOSTITUIAMO (1), (3) E (4) NELLA (2)

$$\left[P_A S + (M+m) g\right](h_0 - h_1) = \frac{P_0 V_0}{\cancel{R T_0}} \cancel{R T_0} \left(\frac{h_0}{h_1} - 1\right) = \frac{P_0 V_0}{h_1}(h_0 - h_1)$$

LA SOLUZIONE $h_0 = h_1$ CORRISPONDE ALLA SITUAZIONE DI PARTENZA E NON CI INTERESSA, QUINDI SEMPLIFICHIAMO $(h_0 - h_1)$

$$P_A S + (M+m) g = \frac{P_0 V_0}{h_1} \Rightarrow h_1 = \frac{P_0 V_0}{\left[P_A S + (M+m) g\right]} \Rightarrow h_1 = \frac{\left(P_A + \frac{mg}{S}\right) h_0 S}{\left[P_A S + (M+m) g\right]}$$

E FINALMENTE $\quad h_1 = h_0 \frac{(P_A S + mg)}{\left[P_A S + (M+m) g\right]}$