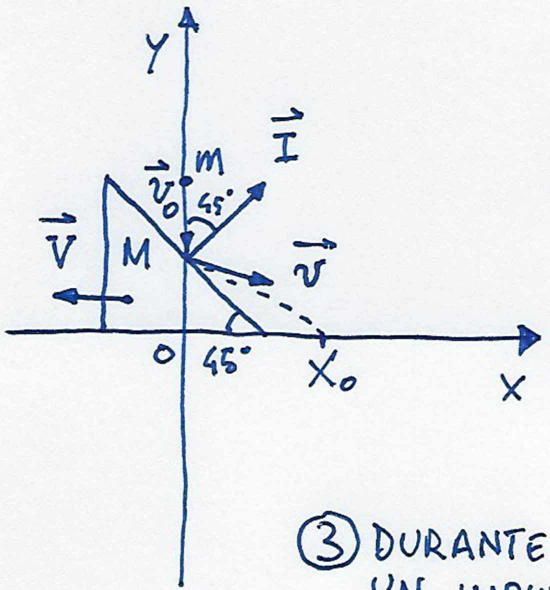


SIAMO $\vec{v}$ E $\vec{V}$ LE VELOCITÀ DI m ED M DOPO L'URTO. SAPPIAMO CHE

① L'URTO È ELASTICO ED IL RESTO DEL SISTEMA È CONSERVATIVO, QUINDI $\Delta E = 0$

② SUL SISTEMA $m+M$ NON AGISCONO FORZE ESTERNE IN DIREZIONE X QUINDI $\Delta P_x = 0$

③ DURANTE L'URTO SULLA MASSA m AGISCE UN IMPULSO INCLINATO A 45°, CIOÈ $I_x = I_y$ MA PER IL TEOREMA DELL'IMPULSO $\vec{I} = \Delta \vec{p}_m$ QUINDI $\Delta \vec{p}_{m_x} = \Delta \vec{p}_{m_y} \Rightarrow \Delta v_x = \Delta v_y$

IMPOSTIAMO QUINDI IL SISTEMA:

$$
\begin{cases}
\text{①} \quad \cancel{\tfrac{1}{2}} m v_0^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} m v^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} M V^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} m (v_x^2 + v_y^2) + \cancel{\tfrac{1}{2}} M V_x^2 \\
\text{②} \quad 0 = m v_x + M V_x \Rightarrow V_x = -\frac{m}{M} v_x \\
\text{③} \quad v_x - 0 = v_y - (-v_0) \Rightarrow v_y = v_x - v_0
\end{cases}
$$

SOSTITUENDO ② E ③ NELLA ① SI OTTIENE

$$\cancel{m v_0^2} = m v_x^2 + m v_x^2 + \cancel{m v_0^2} - 2 m v_x v_0 + M \frac{m^2}{M^2} v_x^2 \quad \text{CIOÈ}$$

$$v_x \left(2 + \frac{m}{M}\right) = 2 v_0 \qquad v_x = \frac{2M}{2M+m} v_0$$ CHE SI PUÒ SOSTITUIRE IN ③

$$v_y = \frac{2M}{2M+m} v_0 - v_0 \qquad v_y = \frac{-m}{2M+m} v_0$$

④ ABBIAMO v_x E v_y

SCRIVIAMO IL CLASSICO MOTO PARABOLICO DI UN GRAVE

$$
\begin{cases}
x = v_x t \\
y = y_0 + v_y t - \frac{1}{2} g t^2
\end{cases}
$$

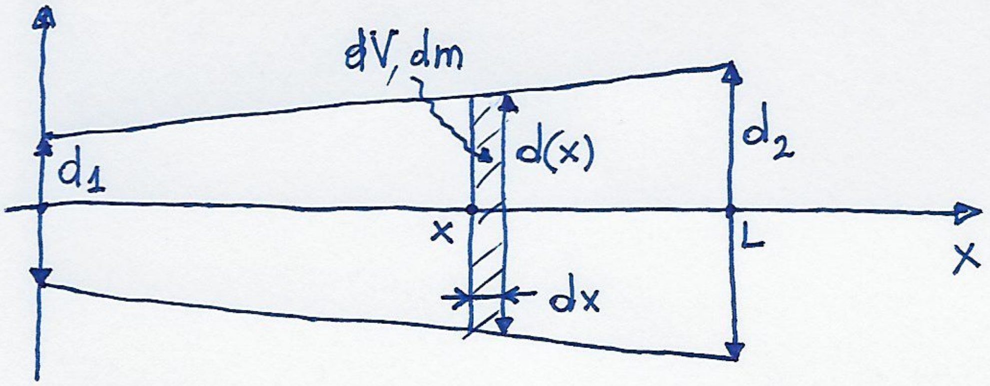
PONENDO $y=0$ SI OTTIENE t_0

$$\frac{1}{2} g t_0^2 - v_y t_0 - h = 0 \qquad t_0 = \frac{v_y \pm \sqrt{v_y^2 + 2gh}}{g}$$

RADICE +

E QUINDI SI RICAVA L'INCOGNITA x_0

$$x_0 = v_x t_0 = \frac{v_0}{g} \frac{2M}{(2M+m)} \left(\frac{-m v_0}{(2M+m)} + \sqrt{\frac{m^2 v_0^2}{(2M+m)^2} + 2gh} \right)$$



$\rho = 7'800 \ Kg/m^3$

$T = 1'000 \ N$

$d_1 = 10^{-3} \ m$

$d_2 = 2 \cdot 10^{-3} \ m$

$L = 10 \ m$

$t^* = ?$

IL DIAMETRO DEL CAVO VARIA LINEARMENTE CON X

$$d(x) = d_1 + \frac{(d_2 - d_1)}{L} x = a + bx \quad \text{con } a = d_1 \quad b = \frac{d_2 - d_1}{L}$$

E QUINDI LA SUA SEZIONE $A(x) = \pi \left(\frac{d(x)}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} d^2(x)$

PER CUI LA SUA MASSA PER UNITÀ DI LUNGHEZZA VALE

$$\mu = \frac{dm}{dx} = \rho \frac{dV}{dx} = \rho A(x) \cancel{\frac{dx}{dx}}$$

DOVE SI È POSTO $dV = A(x)dx$

DETTA $v = dx/dt$ LA VELOCITÀ DELL'ONDA SUL CAVO SI HA

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T}{\rho A(x)}} = \sqrt{\frac{4T}{\pi \rho d^2(x)}} = \sqrt{\frac{4T}{\pi \rho}} \frac{1}{(a + bx)}$$

QUINDI

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{4T}{\pi \rho}} \frac{1}{(a + bx)} \Rightarrow dt = \sqrt{\frac{\pi \rho}{4T}} (a + bx) \, dx$$

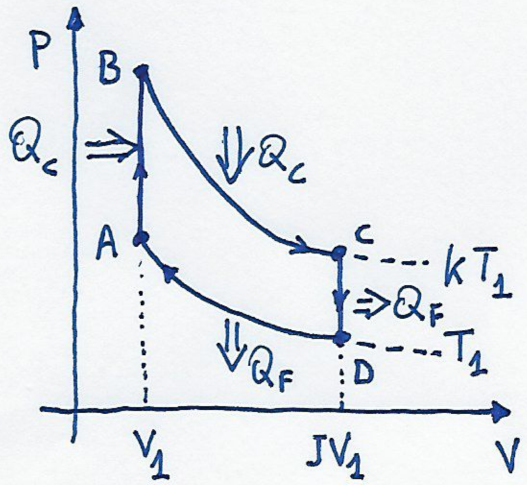
INTEGRANDO

$$\int_0^{t^*} dt = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho}{T}} \int_0^L (a + bx) \, dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho}{T}} \left(aL + b \frac{L^2}{2} \right)$$

CIOÈ

$$t^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho}{T}} \left(d_1 L + \frac{d_2 - d_1}{\cancel{L}} \frac{L^{\cancel{2}}}{2} \right) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi \rho}{T}} \left(2d_1 + d_2 - d_1 \right) L$$

$$t^* = \sqrt{\frac{\pi \rho}{T}} \frac{(d_1 + d_2)}{4} L \qquad t^* \approx 37{,}1 \ ms$$



RIGUARDO A Q_F E Q_C, IL SEGNO ENTRANTE O USCENTE DALLA MACCHINA È ABBASTANZA OVVIO PER ISOCORE E ISOTERME. VERRÀ COMUNQUE ESPLICITAMENTE RICAVATO:

APPLICHIAMO IL 1° PRINCIPIO AD OGNI TRASFORMAZIONE

A → B	$W_1 = -\int_A^B P\,dV = 0$	$Q_1 = nc_v(K-1)T_1$
B → C	$W_2 = -\int_B^C \frac{nRKT_1}{V}\,dV = -nRKT_1 \ln\left(\frac{J\cancel{V_1}}{\cancel{V_1}}\right)$	$Q_2 = -W = nRKT_1 \ln(J)$
C → D	$W_3 = 0$	$Q_3 = -nc_v(K-1)T_1$
D → A	$W_4 = +nRT_1 \ln(J)$	$Q_4 = -W = -nRT_1 \ln(J)$

E IL RENDIMENTO $\eta = \dfrac{|W_1+W_2+W_3+W_4|}{Q_1+Q_2} = \dfrac{-W_2-W_4}{Q_1+Q_2}$

$$\eta = \frac{\cancel{nRT_1}(K-1)\ln(J)}{\cancel{nRT_1}\left[\frac{5}{2}(K-1)+K\ln(J)\right]} = \frac{2(K-1)\ln(J)}{5(K-1)+2K\ln(J)}$$

STUDIAMO $\eta(K)$. DAL TESTO DEL PROBLEMA È CHIARO CHE CI INTERESSANO SOLO $K \geq 1$

α) $\eta \geq 0 \iff K \geq 1$

β) $\lim_{K\to\infty} \eta = \dfrac{2\ln(J)}{5+2\ln(J)} < 1$ ← SEMPRE

γ) $\dfrac{d\eta}{dK} = \dfrac{4\ln^2(J)}{[5(K-1)+2K\ln(J)]^2} > 0$ ← SEMPRE

QUINDI