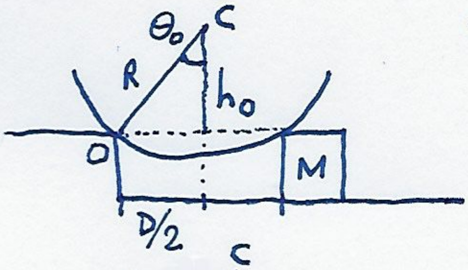
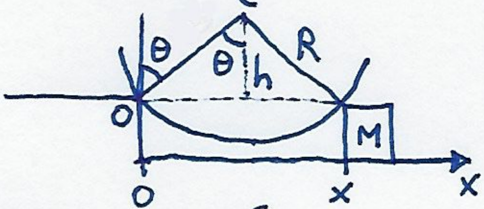
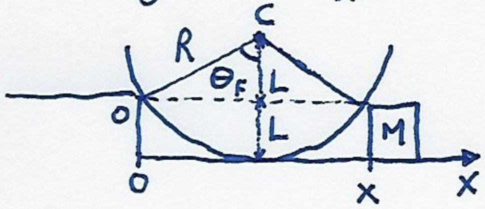






- ALL'INIZIO IL CENTRO C DELLA SFERA SI TROVA AD ALTEZZA h_0 SOPRA ALLA QUOTA DEL PUNTO O. SI HA

$R \sin\theta_0 = \frac{D}{2}$, $\sin\theta_0 = \frac{D}{2R} = \frac{12\cancel{L}}{5 \cdot 4\cancel{L}} = \frac{3}{5}$

QUINDI

$\cos\theta_0 = \sqrt{1-\sin^2\theta_0} = \frac{4}{5}$ E $h_0 = R\cos\theta_0 = \frac{8}{5}L$

- DURANTE LA ROTAZIONE DELLA SFERA

$\omega \equiv \dot{\theta}$, $x = 2R\sin\theta \Rightarrow V_M \equiv \dot{x} = 2R\cos\theta \cdot \omega$

ED IL MOMENTO D'INERZIA (CON STEINER)

$I_0 = I_{cm} + mR^2 = \frac{7}{5}mR^2$

- NELL'ISTANTE FINALE, QUANDO LA SFERA TOCCA TERRA $h_F = L$ E $\cos\theta_F = \frac{L}{R} = \frac{1}{2}$

NON SONO PRESENTI FORZE DISSIPATIVE, QUINDI POSSIAMO IMPOSTARE LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA TRA L'ISTANTE INIZIALE ED UN QUALUNQUE ISTANTE SUCCESSIVO

$$mgh_0 = mgh + \frac{1}{2}I_0\omega^2 + \frac{1}{2}MV_M^2$$

$$mg(h_0-h) = \left(\frac{1}{2}\frac{7}{5}mR^2 + \frac{1}{2}M4R^2\cos^2\theta\right)\omega^2$$ ← USATO $V_M = 2R\cos\theta\omega$

$$\omega^2 = \frac{mg(h_0-h)}{R^2\left(\frac{7}{10}m + 2M\cos^2\theta\right)}$$

ORA $R = 2L$ E NELLA SITUAZIONE FINALE: $h_0 - h_F = \frac{8}{5}L - L = \frac{3}{5}L$, NONCHÈ $\cos\theta_F = \frac{1}{2}$

$$\omega_F^2 = \frac{mg\frac{3}{5}\cancel{L}}{4L^{\cancel{2}}\left(\frac{7}{10}m + \frac{M}{2}\right)}$$

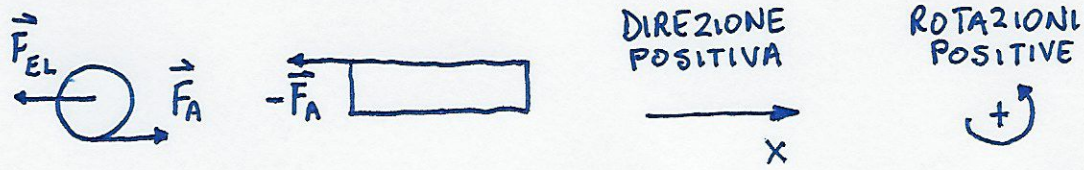
QUINDI SI OTTIENE:

$$\omega_F = \sqrt{\frac{3mg}{2L(7m+5M)}}$$

E $V_{M_F} = 2R\cos\theta_F\,\omega_F = R\omega_F =$

$$= V_{M_F} = \sqrt{\frac{6mgL}{7m+5M}}$$

FACCIAMO IL DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO PER I DUE OGGETTI DEL SISTEMA CONSIDERANDO SOLO LE FORZE ORIZZONTALI POICHÉ QUELLE VERTICALI NON CI INTERESSANO



SCRIVIAMO SUBITO LA RELAZIONE CINEMATICA CHE ESPRIME IL ROTOLAMENTO PURO TRA m E M

SPOSTAMENTO DI m RISPETTO A X = SPOSTAMENTO DI M RISPETTO A X + ROTOLAMENTO DI m RISPETTO A M

CIOÈ

$X_m = X_M - R\theta$ E DERIVANDO 2 VOLTE $\ddot{X}_m = \ddot{X}_M - R\ddot{\theta}$ (1)

SCRIVIAMO ORA I E II EQ CARD. PER m E SOLO LA I PER M

(2) $-KX + F_A = m\ddot{X}_m$ (3) $F_A \cancel{R} = \frac{1}{2} m R^{\cancel{2}} \ddot{\theta}$

(4) $-F_A = M\ddot{X}_M$ DALLA (1) SI OTTIENE $R\ddot{\theta} = \ddot{X}_M - \ddot{X}_m$ (1b)

SOSTITUIAMO LA (1b) NELLA (3) E MOLTIPLICHIAMO TUTTO PER M $\rightarrow$ $MF_A = M\frac{m}{2}\ddot{X}_M - M\frac{m}{2}\ddot{X}_m$ +

MOLTIPLICHIAMO AMBO I MEMBRI DELLA (4) PER $-\frac{m}{2}$ $\rightarrow$ $\frac{m}{2}F_A = -\frac{Mm}{2}\ddot{X}_M$ =

SOMMIAMO LE 2 EQ $\rightarrow$ $F_A\left(M+\frac{m}{2}\right) = -\frac{Mm}{2}\ddot{X}_m$

CIOÈ $F_A = -\frac{mM}{(2M+m)}\ddot{X}_m$

SOSTITUENDO F_A COSÌ TROVATO NELLA (2) SI OTTIENE

$$m\ddot{X}_m + \frac{mM}{(2M+m)}\ddot{X}_m + KX_m = 0$$

$$\frac{m(3M+m)}{(2M+m)}\ddot{X}_m + KX_m = 0$$

CHE È ESATTAMENTE L'EQUAZIONE DI UN MOTO DI OSCILLAZIONE ARMONICO, DI PULSAZIONE:

$$\omega = \sqrt{\frac{K(2M+m)}{m(3M+m)}}$$

PER IL NUMERO DI URTI SU UNA PARETE SI HA

$$\frac{dN_U}{dt} = \frac{1}{2} \frac{N_{TOT}}{V} |v_x| A$$ (VEDI TIPLER, PAG. 599)

D'ALTRONDE PER IL TEOREMA DI EQUIPARTIZIONE DELL'ENERGIA

$$\frac{1}{2} m v_x^2 = \frac{1}{2} KT \Rightarrow |V_x| = \sqrt{\frac{KT}{m}}$$ QUINDI $$\frac{dN_U}{dt} = \underbrace{\frac{1}{2} N_{TOT} A \sqrt{\frac{K}{m}}}_{\text{TUTTE COSTANTI}} \frac{\sqrt{T}}{V}$$

PERCIÒ SE SI VUOLE $\frac{dN_U}{dt}$ COSTANTE SI DEVE AVERE $\frac{\sqrt{T}}{V} = \text{COST.}$

E CHIAMANDO a LA COSTANTE SI PUÒ SCRIVERE

$$\underbrace{\sqrt{T} = aV}_{1} \Rightarrow T = a^2 V^2 \quad \text{E QUINDI} \quad P\cancel{V} = \underbrace{nRa^2}_{\text{COSTANTE}} V^{\cancel{2}}$$

CIOÈ $P = \text{COSTANTE} \cdot V$ OPPURE $\frac{P}{V} = \text{COSTANTE}$ CHE È

L'EQUAZIONE DI UNA RETTA PASSANTE PER L'ORIGINE NEL PIANO P-V — PER IL CALORE SPECIFICO MOLARE SI HA

$$dU = dQ + dW \Rightarrow dQ = dU + PdV$$

DIVIDIAMO TUTTO PER dT RICORDANDO CHE $U \overset{!}{=} nc_v T$ E CHE $\frac{dQ}{dT} \equiv nc$ CON c CALORE SPECIFICO INCOGNITO

$$\frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT} + P\frac{dV}{dT}$$

$$nc = nc_v + P\frac{dV}{dT}$$

RIPRENDIAMO ORA LA 1 — SI HA

$$V = \frac{\sqrt{T}}{a} \rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{1}{2a\sqrt{T}}$$

$$P\frac{\sqrt{T}}{a} = nRT \rightarrow P = nRa\sqrt{T}$$

NONCHÉ $c_v = \frac{5}{2}R$ PER CUI

$$\cancel{n}c = \cancel{n}\frac{5}{2}R + \cancel{n}R\cancel{a\sqrt{T}} \frac{1}{2\cancel{a\sqrt{T}}} \qquad c = \frac{5}{2}R + \frac{1}{2}R = 3R$$