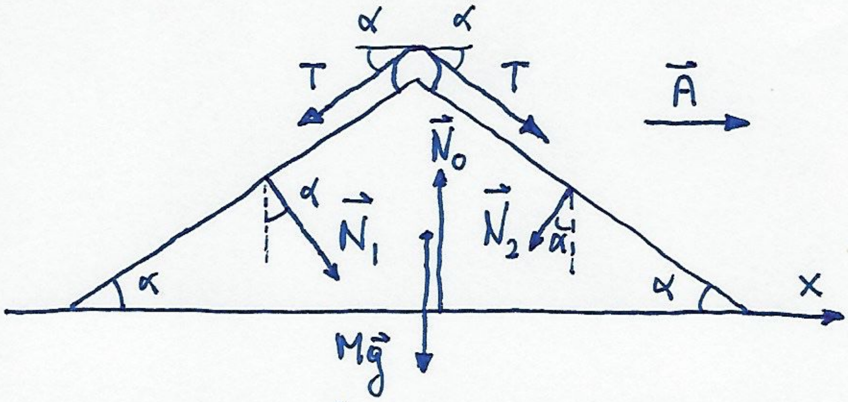
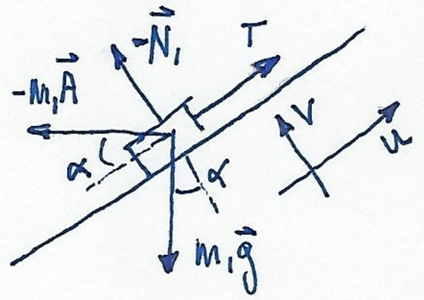
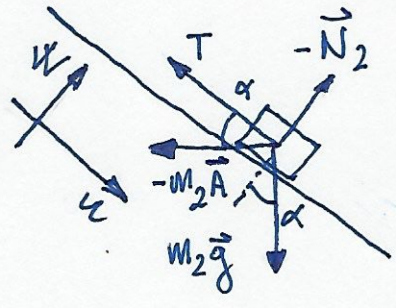


COMINCIAMO DALLA MASSA M
L'ELENCO DELLE FORZE È IN FIGURA
L'ACCELERAZIONE DI M VALE $\vec{A} = (A_x, 0, 0)$ DOVE A_x PUÒ ESSERE SIA POSITIVO CHE NEG.

APPLICHIAMO $\vec{F}_r = M\vec{A}$ PROIETTANDOLA SOLO SU X

$$-T\cancel{\cos\alpha} + T\cancel{\cos\alpha} + N_1 \sin\alpha - N_2 \sin\alpha = M A_x \quad (1)$$





PER m_1 ED m_2 SCEGLIAMO DUE SISTEMI DI RIFERIM. u-v E u-w SOLIDALI CON M E QUINDI ACCELERATI CON ACC. $\vec{A}$
DI CONSEGUENZA SI È AGGIUNTA LA FORZA D'INERZIA

SI HA $u_2 = u_1 + L_{corda}$ QUINDI $\ddot{u}_2 = \ddot{u}_1 \equiv \ddot{u} \equiv a_u$. PROIETTANDO IL SECONDO PRINCIPIO DI NEWTON SUI VARI ASSI SI OTTIENE

$$u)\ T - m_1 g \sin\alpha - m_1 A_x \cos\alpha = m_1 a_u \Rightarrow a_u = \frac{T}{m_1} - g\sin\alpha - A_x\cos\alpha \quad (2)$$
$$v)\ N_1 + m_1 A_x \sin\alpha - m_1 g\cos\alpha = 0 \Rightarrow N_1 = -m_1 A_x \sin\alpha + m_1 g \cos\alpha \quad (3)$$
$$u)\ m_2 g \sin\alpha - T - m_2 A_x \cos\alpha = m_2 a_u \Rightarrow a_u = -\frac{T}{m_2} + g\sin\alpha - A_x\cos\alpha \quad (4)$$
$$w)\ N_2 - m_2 A_x \sin\alpha - m_2 g \cos\alpha = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 A_x \sin\alpha + m_2 g\cos\alpha \quad (5)$$

INSERIAMO LA (3) E LA (5) NELLA (1)

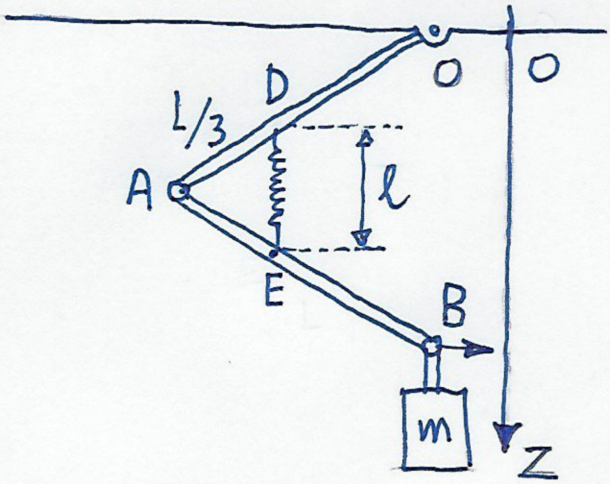
$$-m_1 A_x \sin^2\alpha + m_1 g \sin\alpha\cos\alpha - m_2 A_x \sin^2\alpha - m_2 g \sin\alpha\cos\alpha = M A_x$$
$$A_x\left[M + (m_1+m_2)\sin^2\alpha\right] = g\sin\alpha\cos\alpha\,(m_1-m_2) \Rightarrow A_x = g\,\frac{\sin\alpha\cos\alpha\,(m_1-m_2)}{M + \sin^2\alpha\,(m_1+m_2)}$$

PER TROVARE T, UGUAGLIAMO (2) E (4)

$$\frac{T}{m_1} - g\sin\alpha - \cancel{A_x\cos\alpha} = -\frac{T}{m_2} + g\sin\alpha - \cancel{A_x\cos\alpha}$$
$$T\,\frac{(m_1+m_2)}{m_1 m_2} = 2g\sin\alpha \qquad \Rightarrow \qquad T = \frac{2 m_1 m_2 g \sin\alpha}{(m_1+m_2)}$$

PER TROVARE a_{x_1} e a_{x_2} NOTIAMO CHE $x_2 = x_1 + L_{corda}\cos\alpha$, QUINDI DERIVANDO DUE VOLTE $a_{x_1} = a_{x_2} \equiv a_x$
POI SI SCRIVA PER TUTTO IL SISTEMA $(M+m_1+m_2)$ LA X DEL C.M.
$(M+m_1+m_2)x_{CM} = M X_M + m_1 x_1 + m_2 x_2$. DERIVIAMO DUE VOLTE, OSSERVANDO CHE $\ddot{x}_{CM} = 0$ PERCHÈ SUL SISTEMA NON CI SONO F ESTERNE ORIZZONTALI

$$0 = M A_x + m_1 a_x + m_2 a_x \Rightarrow a_x = -\frac{M}{m_1+m_2} A_x \ , \quad a_x = -g\,\frac{M\sin\alpha\cos\alpha\,(m_1-m_2)}{(m_1+m_2)\left[M + \sin^2\alpha\,(m_1+m_2)\right]}$$



PER SIMILITUDINE TRA I TRIANGOLI AOB E ADE SI HA:

$$l : \frac{L}{3} = z : L \Rightarrow l = \frac{z}{3}$$

IL SISTEMA È CHIARAMENTE CONSERVATIVO. SCRIVIAMO L'ENERGIA MECCANICA IN UN ISTANTE QUALSIASI E PONIAMO QUINDI LA SUA DERIVATA RISPETTO AL TEMPO UGUALE A ZERO

$$-mgz + \frac{1}{2}K(l-l_0)^2 + \frac{1}{2}mV^2 = E \;;\; -mgz + \frac{1}{2}\left(\frac{z}{3}-l_0\right) + \frac{1}{2}m\dot{z}^2 = E$$

DERIVIAMO $$-mg\cancel{\dot{z}} + \frac{1}{\cancel{2}}K\cancel{2}\left(\frac{z}{3}-l_0\right)\frac{\cancel{\dot{z}}}{3} + \frac{1}{\cancel{2}}m\cancel{2}\cancel{\dot{z}}\ddot{z} = 0$$

CIOÈ $$\ddot{z} + \frac{K}{9m}z = g + \frac{Kl_0}{3m}$$

LA TEORIA DELLE EQ. DIFFERENZIALI LINEARI CI DICE ALLORA CHE DEFINENDO

$$\omega \equiv \sqrt{\frac{K}{9m}} \quad \text{E} \quad z_0 \equiv \frac{9mg}{K} + 3l_0$$

SI PUÒ SCRIVERE

$$z(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) + z_0$$

DETERMINIAMO LE COSTANTI A E B. LE CONDIZIONI INIZIALI SONO

$$z(0) = 3l_0$$
$$\dot{z}(0) = -V_0$$

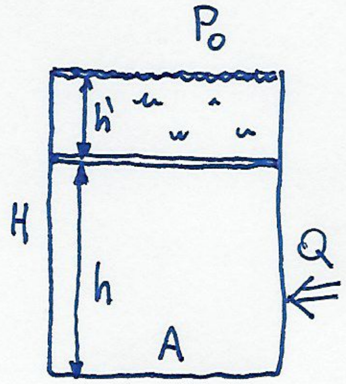
QUINDI

$$A\cos(0) + B\sin(0) + z_0 = 3l_0 \;;\; A + \frac{9mg}{K} + \cancel{3l_0} = \cancel{3l_0} \;;\; A = -\frac{9mg}{K}$$

$$-A\omega\sin(0) + \omega B\cos(0) = -V_0 \;;\; \omega B = -V_0 \;;\; B = -V_0\sqrt{\frac{9m}{K}}$$

QUINDI

$$z(t) = -\frac{9mg}{K}\cos(\omega t) - V_0\sqrt{\frac{9m}{K}}\sin(\omega t) + \frac{9mg}{K} + 3l_0$$



CHIARAMENTE $h' = H - h$

PERCHÈ LA QUANTITÀ DI CALORE SIA MINIMA SUPPONIAMO CHE L'ESPANSIONE DEL GAS SIA QUASI STATICA

SI SUPPONGA CIOÈ CHE Q SIA CEDUTO LENTAMENTE ED IL SETTO MOBILE SI MUOVA LENTAMENTE, IN MODO QUINDI CHE $P_{GAS} = P_{IDROSTATICA}$

AVREMO, SECONDO IL PRIMO PRINCIPIO, $Q = \Delta U - W$

$$\Delta U = \frac{5}{2} nR(T_f - T_i) = \frac{5}{2}\cancel{nR}\left(\frac{P_f V_f}{\cancel{nR}} - \frac{P_i V_i}{\cancel{nR}}\right) =$$

$$= \frac{5}{2}\left(P_0 \cdot AH - \left(P_0 + \rho g \frac{H}{2}\right) \cdot A\frac{H}{2}\right) =$$

$$= \frac{5}{2} AH \left(P_0 - \frac{P_0}{2} - \frac{\rho g H}{4}\right) = \frac{5}{8}(2P_0 - \rho g H)AH$$

$$W = -\int_i^f P\,dV = -\int_{H/2}^{H} (P_0 + \rho g h')A\,dh = -A\int_{H/2}^{H} [P_0 + \rho g(H-h)]\,dh =$$

$$= -A\left[P_0 h + \rho g H h - \frac{1}{2}\rho g h^2\right]_{H/2}^{H} = -\frac{1}{8}(4P_0 + \rho g H)AH$$

QUINDI

$$Q = \frac{AH}{8}(10P_0 - 5\rho g H + 4P_0 + \rho g H)$$

$$Q = \frac{AH}{4}(7P_0 - 2\rho g H)$$

SI OSSERVA SUBITO CHE SE $H > \frac{7}{2}\frac{P_0}{\rho g} \approx 35\,m$ IL CALORE RISULTA NEGATIVO, CHE IN QUESTO CASO È ASSURDO, SI CONCLUDE CHE PER H MOLTO GRANDE LA NOSTRA IPOTESI INIZIALE (SOTTOLINEATA) È IMPOSSIBILE E QUESTA SOLUZIONE VALE SOLO PER $H \ll 35\,m$