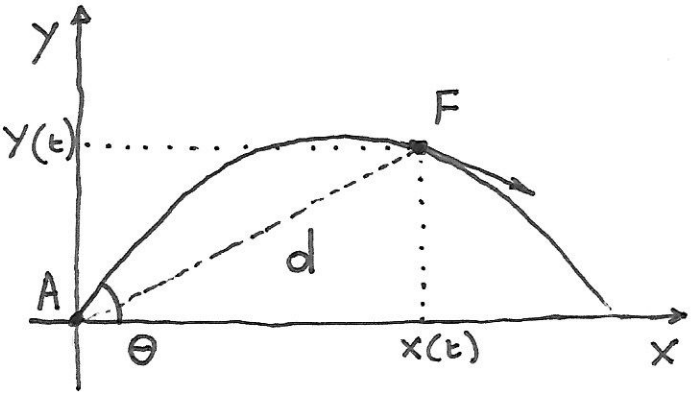


PRENDIAMO UN SISTEMA DI RIFERIMENTO COME IN FIGURA CON L'ARCIERE (A) IN (0,0).

SCRIVIAMO LA POSIZIONE DELLA FRECCIA (F) IN FUNZIONE DEL TEMPO t

$$X(t) = V_0 \cos\theta\, t \qquad Y(t) = V_0 \sin\theta\, t - \frac{1}{2} g t^2$$

QUINDI CALCOLIAMO LA DISTANZA d

$$d = \sqrt{X^2(t) + Y^2(t)} = \sqrt{V_0^2 \cos^2\theta\, t^2 + V_0^2 \sin^2\theta\, t^2 + \frac{1}{4} g^2 t^4 - V_0 g \sin\theta\, t^3} =$$

$$= \sqrt{V_0^2 t^2 + \frac{1}{4} g^2 t^4 - V_0 g \sin\theta\, t^3}$$

È NOTO CHE IL TEMPO DI VOLO DI UN PROIETTILE È $t^* = \frac{2V_0 \sin\theta}{g}$, QUINDI LA RICHIESTA NEL TESTO EQUIVALE A DIRE CHE d DEVE ESSERE MONOTONA CRESCENTE PER $t \in [0, t^*]$.

CALCOLIAMO LA DERIVATA

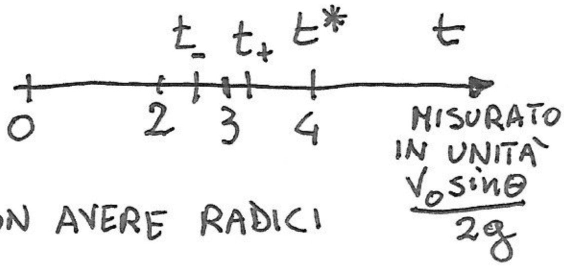
$$\frac{d}{dt} d = \frac{1}{2d} \left(2V_0^2 t + g^2 t^3 - 3V_0 g \sin\theta\, t^2\right) = \frac{t}{2d} \left(g^2 t^2 - 3V_0 g \sin\theta\, t + 2V_0^2\right)$$

ADESSO UGUAGLIAMOLA A ZERO E IMPONIAMO CHE NON CI SIANO SOLUZIONI PER $t \in [0, t^*]$. LA RADICE $t=0$ NON È INTERESSANTE.

$$g^2 t^2 - 3V_0 g \sin\theta\, t + 2V_0^2 = 0$$ LE CUI RADICI SONO

$$t_\pm = \frac{3V_0 \sin\theta\, g \pm \sqrt{9V_0^2 g^2 \sin^2\theta - 8V_0^2 g^2}}{2g^2} = \frac{V_0}{2g} \left(3\sin\theta \pm \sqrt{9\sin^2\theta - 8}\right)$$

SE IL DISCRIMINANTE Δ FOSSE MAGGIORE DI ZERO SI AVREBBERO RADICI REALI PER $0 < t < t^*$



DEVE QUINDI ESSERE $\Delta < 0$ PER NON AVERE RADICI

$$9\sin^2\theta - 8 < 0 \Rightarrow \sin^2\theta < \frac{8}{9} \Rightarrow \sin\theta < \sqrt{\frac{8}{9}}$$

$$\theta < \arcsin\left(\sqrt{\frac{8}{9}}\right) \Rightarrow \theta \lesssim 70{,}5^\circ$$

• DURANTE LA PRIMA DISCESA IL SISTEMA È CONSERVATIVO, INOLTRE IL PESO È FERMO SIA ALL'INIZIO CHE ALLA FINE DELLA DISCESA QUINDI $\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{GRAV.} + \Delta U_{ELAST.} = 0$

$-mg(L_1 - h) + \frac{1}{2}K(L_1 - \ell_0)^2 = 0$ DOVE ℓ_0 È LA LUNGHEZZA A RIPOSO

• QUANDO ALLA FINE SI RAGGIUNGE UNA POSIZIONE DI EQUILIBRIO

F_z TOTALE $= 0 \Rightarrow F_z$ GRAV. $+ F_z$ ELAST. $= 0$

$mg - K(L_2 - \ell_0) = 0$ (1) CON L'ASSE Z VERSO IL BASSO

RISCRIVIAMO LE 2 EQ PRECEDENTI METTENDOLE A SISTEMA

$$\begin{cases} \dfrac{mg}{K} = \dfrac{(L_1-\ell_0)^2}{2(L_1-h)} \\[2ex] \dfrac{mg}{K} = (L_2-\ell_0) \end{cases} \Rightarrow \frac{(L_1-\ell_0)^2}{2(L_1-h)} = (L_2-\ell_0) \Rightarrow (L_1-\ell_0)^2 = 2(L_1-h)(L_2-\ell_0)$$

$$L_1^2 + \ell_0^2 - \cancel{2L_1\ell_0} = 2L_1L_2 - \cancel{2L_1\ell_0} - 2hL_2 + 2h\ell_0$$

$\ell_0^2 - 2h\ell_0 + L_1^2 - 2L_1L_2 + 2hL_2 = 0$ E QUINDI

$\ell_0 = h \pm \sqrt{h^2 + 2L_1L_2 - L_1^2 - 2hL_2} = 10\,cm \pm 32\,cm$ PRENDIAMO LA RADICE POSITIVA

$$\boxed{\ell_0 = 42\,cm}$$

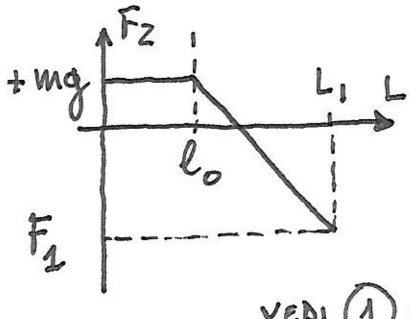
IL MASSIMO DELLA VELOCITÀ SI RAGGIUNGE QUANDO $\frac{dV_z}{dt} = 0$ CIOÈ QUANDO $a_z = 0$ CIOÈ QUANDO F_z TOTALE $= 0$ CIOÈ QUANDO LA LUNGHEZZA DELLA CORDA È L_2. SCRIVIAMO $\Delta E = 0$ TRA L'INIZIO E IL MOMENTO DELLA DISCESA QUANDO $L = L_2$

$\frac{1}{2}mv_{MAX}^2 - mg(L_2 - h) + \frac{1}{2}K(L_2-\ell_0)^2 = 0$ MA $K(L_2-\ell_0) = mg$ [VEDI (1)]

$$\cancel{m}V_{MAX}^2 - 2\cancel{m}g(L_2-h) + \cancel{m}g(L_2-\ell_0) = 0$$

$$V_{MAX} = \sqrt{g(L_2 - 2h + \ell_0)} \Rightarrow V_{MAX} = \sqrt{g \cdot 0{,}72\,m} \Rightarrow \boxed{V_{MAX} \approx 2{,}66\,m/s}$$

IL MASSIMO DELL'ACCELERAZIONE SI RAGGIUNGE QUANDO È MASSIMA LA FORZA. STUDIAMO F_z. QUESTA VALE $+mg$ FINO A L (LUNGHEZZA DELLA CORDA) $= \ell_0$, POI VALE $F_z = mg - K(L - \ell_0)$



CALCOLIAMO F_1

$F_1 = mg - K(L_1 - \ell_0) =$

$= mg - K(L_1-\ell_0)\dfrac{(L_2-\ell_0)}{(L_2-\ell_0)} =$

VEDI (1) $\rightarrow$ $= mg - mg\dfrac{(L_1-\ell_0)}{(L_2-\ell_0)} \Rightarrow$

$F_1 = mg\left(1 - \dfrac{32\,cm}{8\,cm}\right) =$

$= -3\,mg$

SICCOME $|F_1| > mg$ SI HA

$a_{MAX} = \dfrac{|F_1|}{m}$ $\boxed{a_{MAX} = 3g}$

IN BASE AL PRIMO PRINCIPIO

$$dQ = dU - dW = nc_V\, dT + P dV = nc_V \frac{dT}{dV} dV + \frac{nRT}{V} dV$$

DAL TESTO ABBIAMO $\frac{dT}{dV} = \alpha - 2\beta V \qquad \frac{T}{V} = \alpha - \beta V$

$$dQ = \left(n \frac{R}{(\gamma-1)} (\alpha - 2\beta V) + nR\, (\alpha - \beta V) \right) dV$$

$$dQ = nR \left(\frac{\alpha - 2\beta V}{(\gamma-1)} + (\alpha - \beta V) \right) dV$$

SE SIAMO IN UNA ESPANSIONE $dV > 0$, QUINDI SI HA $dQ > 0$ [TRASFORMAZIONE ENDOTERMICA] SE:

$$\frac{(\alpha - 2\beta V)}{(\gamma - 1)} + (\alpha - \beta V) > 0$$

$$\alpha - 2\beta V > (\gamma - 1)(\beta V - \alpha)$$

$$\cancel{\alpha} - 2\beta V > \gamma\beta V - \gamma\alpha + \cancel{\alpha} - \beta V$$

$$V\, \beta(\gamma + 1) < \gamma\alpha$$

$$V < \frac{\gamma\alpha}{\beta(\gamma+1)} \quad \star$$

QUINDI LA TRASF. È ENDOTERMICA SE $V < \frac{\gamma\alpha}{\beta(\gamma+1)}$

VICEVERSA, ESSA È ESOTERMICA SE $V > \frac{\gamma\alpha}{\beta(\gamma+1)}$

$\star$ TALE VALORE CRITICO PER IL VOLUME È SICURAMENTE COMPRESO NELL' INTERVALLO DEI VALORI FISICAMENTE PERMESSI PER V