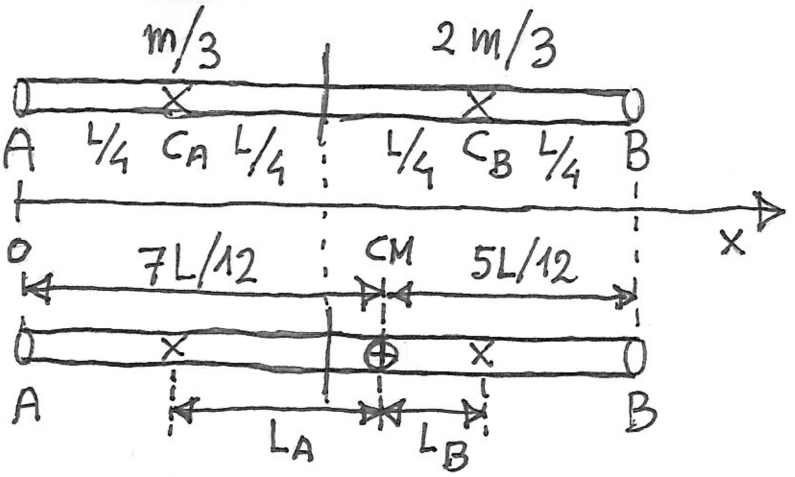


DETTA m LA MASSA DELLA SBARRA E L LA SUA LUNGHEZZA LA METÀ SINISTRA, CON CENTRO IN C_A, HA MASSA m/3 E LA METÀ DESTRA, CON CENTRO IN C_B, HA MASSA 2m/3.

SCELTO UN ASSE X COME IN FIGURA SI PUÒ CALCOLARE X_{CM}

$$X_{CM} = \frac{\frac{m}{3}\cdot\frac{L}{4} + \frac{2m}{3}\frac{3L}{4}}{m} = \frac{L}{12} + \frac{L}{2} = \underline{\underline{\frac{7L}{12}}} \quad a)$$

INOLTRE SI POSSONO CALCOLARE LE DISTANZE L_A E L_B DAL CM A C_A E C_B

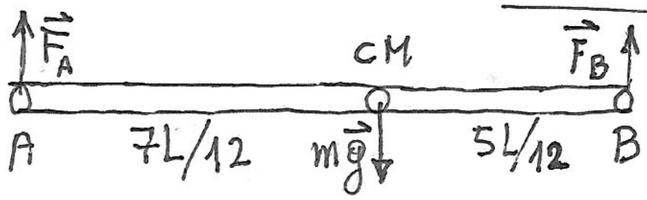
$$L_A = \frac{7L}{12} - \frac{L}{4} = \frac{L}{3} \qquad L_B = \frac{5L}{12} - \frac{L}{4} = \frac{L}{6}$$

CALCOLIAMO ORA IL MOMENTO DI INERZIA SOMMANDO QUELLO DELLE DUE METÀ E APPLICANDO DUE VOLTE IL TEOREMA DI STEINER

$$I_{CM} = \frac{1}{12}\left(\frac{m}{3}\right)\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{m}{3}\right)\left(\frac{L}{3}\right)^2 + \frac{1}{12}\left(\frac{2m}{3}\right)\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{2m}{3}\right)\left(\frac{L}{6}\right)^2 =$$

$$= mL^2\left(\frac{1}{144} + \frac{1}{27} + \frac{2}{144} + \frac{2}{108}\right) = \frac{mL^2}{432}(3+16+6+8) = \underline{\underline{\frac{11}{144}mL^2}} \quad b)$$

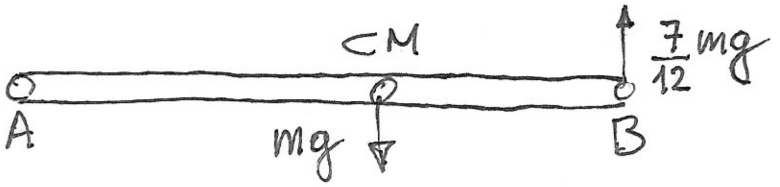
CALCOLIAMO ORA LE FORZE ELASTICHE F_A E F_B CHE AGISCONO SULLA SBARRA QUANDO QUESTA È APPESA



USANDO LE LEGGI DELLA STATICA: 1) $F_A + F_B = mg$ 2) $mg\frac{7L}{12} - F_B L = 0$

DA CUI $F_A = \frac{5}{12}mg$, $F_B = \frac{7}{12}mg$

SICCOME UN ATTIMO DOPO IL TAGLIO L'ELASTICO IN A NON ESERCITA PIÙ FORZA E QUELLO IN B INVECE ESERCITA LA STESSA FORZA, VISTO CHE LA SUA LUNGHEZZA NON È CAMBIATA SI HA:



SCEGLIAMO UN ASSE Y VERSO L'ALTO ↑Y E ROTAZIONI POSITIVE ANTIORARIE (+)

SCRIVIAMO E RISOLVIAMO LA 1ª E LA 2ª EQUAZIONE CARDINALE

$$\ddot{Y}_{CM} = \frac{-\cancel{m}g + \frac{7}{12}\cancel{m}g}{\cancel{m}} = -\frac{5}{12}g$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\frac{5}{\cancel{12}}L\cdot\frac{7}{\cancel{12}}mg}{\frac{11}{\cancel{144}}mL^2} = \frac{35}{11}\frac{g}{L}$$

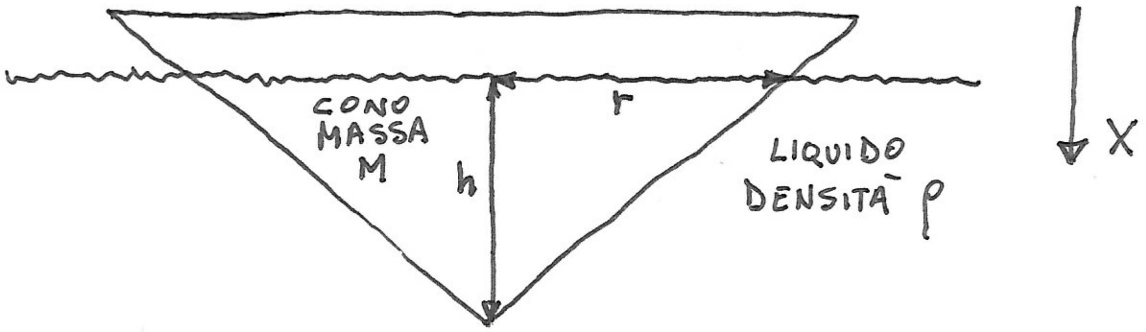
POSSIAMO ALLORA CALCOLARE L'ACCELERAZIONE DI B

$$\ddot{Y}_B = \ddot{Y}_{CM} + \frac{5L}{12}\ddot{\theta} =$$

$$= -\frac{5}{12}g + \frac{5}{12}\cancel{L}\cdot\frac{35}{11}\frac{g}{\cancel{L}} =$$

$$= \frac{5}{12}g\left(\frac{35}{11} - 1\right) = \frac{5}{\cancel{12}}\cdot\frac{\cancel{24}^{2}}{11}g$$

$$\ddot{Y}_B = \underline{\underline{+\frac{10}{11}g}} \quad c)$$



PER IL PRINCIPIO DI ARCHIMEDE, ALL'EQUILIBRIO LA MASSA DEL CONO DEVE ESSERE UGUALE ALLA MASSA DEL LIQUIDO SPOSTATO

$$M = \rho \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

SE IL CONO VIENE ULTERIORMENTE IMMERSO DI UN X PICCOLO, LA MASSA DI LIQUIDO SPOSTATO <u>IN PIÙ</u> SARÀ QUELLA DI UN DISCO DI LIQUIDO DI RAGGIO r E SPESSORE X (A MENO DI INFINITESIMI DI ORDINE SUPERIORE)

$$m = \rho \pi r^2 x$$

QUESTO GENERERÀ UNA SPINTA D'ARCHIMEDE <u>IN PIÙ</u> RISPETTO A QUELLA D'EQUILIBRIO.

$$F_x = -mg = -\rho \pi r^2 x g$$

APPLICHIAMO QUINDI $F_{r_x} = M\ddot{x}$

$$-\cancel{\rho}\cancel{\pi}\cancel{r^2} x g = \cancel{\rho} \frac{1}{3} \cancel{\pi}\cancel{r^2} h \ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{3g}{h} x = 0$$

CHE È L'EQUAZIONE DI UN MOTO ARMONICO CON

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{h}} \quad \text{E} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{3g}}$$

$C = \frac{3RT}{4T_0}$ MA ANCHE, PER DEFINIZIONE $c = \frac{1}{n}\frac{dQ}{dT}$

I PRINCIPIO $dU = dQ + dW$ con $dU = nc_V\,dT$, $dW = -PdV$

$$\cancel{n}c_V\,dT = \cancel{n}c\,dT - \frac{\cancel{n}RT}{V}dV$$

$$c_V\,dT = \frac{3RT}{4T_0}dT - \frac{RT}{V}dV$$

$$\frac{dV}{V} = -\frac{c_V}{R}\frac{dT}{T} + \frac{3}{4T_0}dT$$

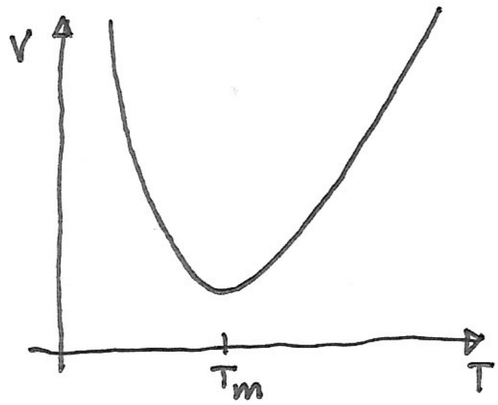
SEPARATE LE VARIABILI ORA SI PUÒ INTEGRARE

$$\int_{V_0}^{V}\frac{dV}{V} = -\frac{c_V}{R}\int_{T_0}^{T}\frac{dT}{T} + \frac{3}{4T_0}\int_{T_0}^{T}dT \rightarrow \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) = \ln\left(\left(\frac{T}{T_0}\right)^{-\frac{c_V}{R}}\right) + \frac{3(T-T_0)}{4T_0}$$

FACCIAMO L'ESPONENZIALE DI ENTRAMBI I MEMBRI

$$\frac{V}{V_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-\frac{c_V}{R}} \cdot e^{\frac{3(T-T_0)}{4T_0}} \rightarrow V = V_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^{-\frac{c_V}{R}} \cdot e^{\frac{3(T-T_0)}{4T_0}}$$

QUESTA FUNZIONE DIVERGE PER $T \rightarrow 0$ A CAUSA DEL FATTORE $\left(\frac{T}{T_0}\right)^{-\frac{c_V}{R}} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-\frac{3}{2}}$ MA DIVERGE ANCHE PER $T \rightarrow \infty$ A CAUSA DELL'ESPONENZIALE $e^{\frac{3(T-T_0)}{4T_0}}$. INOLTRE IL TESTO MI DICE CHE SI HA 1 SOLO MINIMO. QUINDI →



TROVIAMO T_m PONENDO $\frac{dV}{dT} = 0$

$$\cancel{V_0}\left[-\frac{3}{2}\frac{1}{T_0}\left(\frac{T}{T_0}\right)^{-\frac{3}{2}-1} \cdot e^{\frac{3(T-T_0)}{4T_0}} + \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{3}{4T_0}e^{\frac{3(T-T_0)}{4T_0}}\right] = 0$$

$$\cancel{\left(\frac{T}{T_0}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot e^{\frac{3(T-T_0)}{4T_0}}}\left[-\frac{\cancel{3}}{2\cancel{T_0}}\frac{\cancel{T_0}}{T} + \frac{\cancel{3}}{4T_0}\right] = 0 \rightarrow \frac{1}{2T} = \frac{1}{4T_0} \rightarrow T_m = 2T_0$$

PER IL LAVORO USIAMO IL I PRINCIPIO

$$W = \Delta U - Q = nc_V\int_{T_0}^{2T_0}dT - n\frac{3R}{4T_0}\int_{T_0}^{2T_0}T\,dT = n\frac{3}{2}RT_0 - n\frac{3R}{4\cancel{T_0}}\frac{3T_0^{\cancel{2}}}{2} \Rightarrow$$

$$W = 3nRT_0\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\right) = \frac{3}{8}nRT_0 \quad \text{MA } n=5 \Rightarrow W = \frac{15}{8}RT_0$$