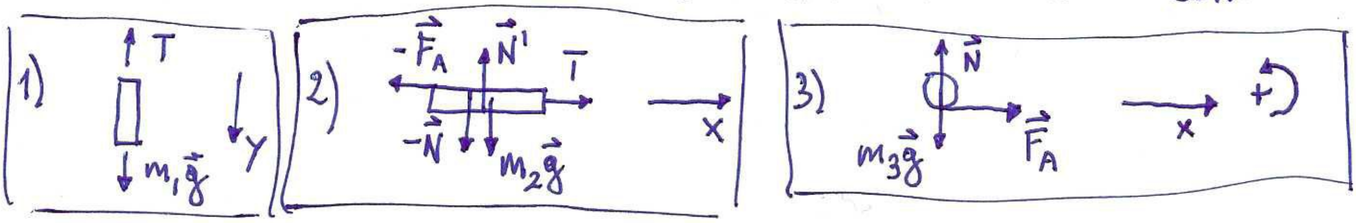
ESEGUIAMO DIRETTAMENTE I DIAGRAMMI DI CORPO LIBERO



DOVE ABBIAMO ANCHE DEFINITO GLI ASSI DI RIFERIMENTO E INDICATO IL VERSO + DELLE ROTAZIONI. APPLICHIAMO I e II EQ. CARDINALE

1,y) $m_1 g - T = m_1 a_1$ (1)

2,x) $T - F_A = m_2 a_2$ (2)

3,x) $F_A = m_3 a_3$ (3)

3,y) $N = m_3 g$ (4)

3,↻) $F_A R = I\alpha$ (5)

L'INESTENSIBILITÀ DELLA CORDA IMPLICA CHE

$a_1 = a_2$ (6)

PER L'ATTRITO SUPPONIAMO INIZIALMENTE CHE SIA DI TIPO STATICO. SI HA QUINDI LA CONDIZIONE DI ROTOLAMENTO

$a_3 = a_2 - \alpha R$ (7)

SOMMANDO (1) E (2), RICORDANDO LA (6) SI HA:

$$m_1 g - F_A = m_1 a_1 + m_2 a_1 \longrightarrow a_1 = \frac{m_1 g - F_A}{m_1 + m_2} = a_2 \quad (8)$$

DA (6)+(7) $\alpha = \frac{1}{R}(a_1 - a_3)$ E VISTA LA (3) $a_3 = \frac{F_A}{m_3}$ PER CUI, SOSTITUENDO NELLA (5)

$$F_A R = I\,\frac{1}{R}(a_1 - a_3) = \frac{2}{5} m_3 \frac{R^{\cancel{2}}}{\cancel{R}}\left(\frac{m_1 g - F_A}{m_1 + m_2} - \frac{F_A}{m_3}\right) = \frac{2}{5} m_3 R\left(\frac{m_1 g}{m_1 + m_2} - F_A \frac{(m_1 + m_2 + m_3)}{(m_1 + m_2) m_3}\right)$$

$$F_A\left(1 + \frac{2(m_1 + m_2 + m_3)}{5(m_1 + m_2)}\right) = \frac{2}{5}\frac{m_1 m_3 g}{(m_1 + m_2)} \qquad F_A \frac{(5m_1 + 5m_2 + 2m_1 + 2m_2 + 2m_3)}{\cancel{5(m_1 + m_2)}} = \frac{2 m_1 m_3 g}{\cancel{5(m_1 + m_2)}}$$

$$F_A = \frac{2 m_1 m_3 g}{[7(m_1 + m_2) + 2m_3]}$$ E QUINDI PER LA (3) $$a_3 = \frac{2 m_1 g}{[7(m_1 + m_2) + 2m_3]}$$

VERIFICHIAMO CHE L'ATTRITO SIA DI TIPO STATICO. SI DEVE AVERE

$$F_A \le \mu_s N \qquad \frac{2 m_1 \cancel{m_3 g}}{(7(m_1 + m_2) + 2m_3)} \le \mu_s \cancel{m_3 g}$$

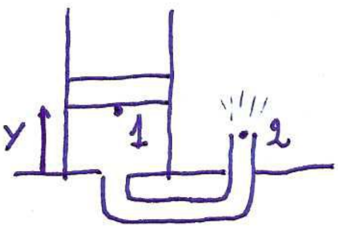
CIOÈ $\mu_s \ge 0{,}2$. VISTO CHE $\mu_s = 0{,}25$ LA CONDIZIONE È SODDISFATTA. SI HA ATTRITO STATICO E QUINDI ROTOLAMENTO

DALLA (8) SI OTTIENE

$$a_1 = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} - \frac{2 m_1 m_3 g}{(m_1 + m_2)[7(m_1 + m_2) + 2m_3]} =$$

$$= m_1 g\left[\frac{7m_1 + 7m_2 + \cancel{2m_3} - \cancel{2m_3}}{(m_1 + m_2)[7(m_1 + m_2) + 2m_3]}\right] = \frac{m_1 g\; 7\cancel{(m_1 + m_2)}}{\cancel{(m_1 + m_2)}[7(m_1 + m_2) + 2m_3]}$$

$$= \frac{7}{10} g$$



PRENDIAMO UN ISTANTE GENERICO DEL MOTO DEL PISTONE, LA CUI ALTEZZA CHIAMIAMO Y
SCEGLIAMO I PUNTI 1 E 2 TRA I QUALI APPLICARE IL PRINCIPIO DI BERNOULLI

SI HA $P_1 = P_{ATM} + \frac{F}{S}$ E $P_2 = P_{ATM}$

PER CONSERVAZIONE DELLA PORTATA INOLTRE $V_1 = \frac{a}{S} V_2$. PER CUI

$$\left(\cancel{P_{ATM}} + \frac{F}{S}\right) + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{a}{S}\right)^2 V_2^2 + \rho g y = \cancel{P_{ATM}} + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g h$$

$$V_2^2 \cdot \frac{1}{2}\rho\left(1 - \left(\frac{a}{S}\right)^2\right) = \rho g (y-h) + \frac{F}{S} \rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2\left(\rho g (y-h) + \frac{F}{S}\right)}{\rho\left(1 - \left(\frac{a}{S}\right)^2\right)}}$$

PER IL MOTO DEL PISTONE SI HA $\dot{y} = -\frac{a}{S} V_2$. QUINDI

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{a}{S}\sqrt{\frac{2\cancel{\rho} g}{\cancel{\rho}\left(1 - \left(\frac{a}{S}\right)^2\right)}}\sqrt{y - h + \frac{F}{\rho g S}}$$

SEPARIAMO LE VARIABILI E INTEGRIAMO

$$-\int_H^0 \frac{dy}{\sqrt{y + \left(\frac{F}{\rho g S} - h\right)}} = \sqrt{\frac{2g}{\left(\frac{S}{a}\right)^2 - 1}} \int_0^T dt$$

$$\left[2\sqrt{y + \left(\frac{F}{\rho g S} - h\right)}\right]_0^H = \sqrt{\frac{2g}{\left(\frac{S}{a}\right)^2 - 1}}\; T$$

$$T = \frac{2\left(\sqrt{H + \frac{F}{\rho g S} - h} - \sqrt{\frac{F}{\rho g S} - h}\right)}{\sqrt{\frac{2g}{\left(\frac{S}{a}\right)^2 - 1}}}$$

PERCHÉ LE RADICI AL NUMERATORE SIANO NUMERI REALI OCCORRE CHE

$$\frac{F}{\rho g S} - h > 0 \rightarrow F > \rho g h S$$

DETTA v LA VELOCITÀ QUADRATICA MEDIA, SI DEVE SEMPRE AVERE $v = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ E $Q = C\Delta T = 3nR\Delta T$ DOVE M È LA MASSA MOLARE E n IL NUMERO DI MOLI. DETTA m LA MASSA DEL GAS SI HA $m = nM$

USIAMO L'INDICE 0 PER LE QUANTITÀ INIZIALI, 1 PER QUELLE FINALI

METODO ALLE DIFFERENZE FINITE

$$T_0 = \frac{Mv_0^2}{3R} \qquad v_0 = 400 \text{ m/s}$$

$$T_1 = T_0 + \Delta T = \frac{Mv_0^2}{3R} + \frac{Q}{3nR} = \frac{mv_0^2}{3nR} + \frac{Q}{3nR}$$

$$v_1^2 = \frac{3RT_1}{M} = \frac{3nRT_1}{m} = \frac{\cancel{3nR}}{m}\left(\frac{mv_0^2 + Q}{\cancel{3nR}}\right) = v_0^2 + \frac{Q}{m}$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + \frac{Q}{m}} \simeq 400{,}1 \text{ m/s} \qquad \Delta v = v_1 - v_0 \simeq 0{,}1 \text{ m/s}$$

METODO DIFFERENZIALE

1 J DI CALORE È UNA QUANTITÀ PICCOLA, ASSUMIAMO CHE TUTTE LE DIFFERENZE SIANO PICCOLE

$$T = \frac{m}{3nR}v^2 \rightarrow \frac{dT}{dv} = \frac{2mv}{3nR} \quad , \quad dQ = 3nR\,dT$$

ALLORA

$$\frac{\Delta v}{\Delta Q} \approx \frac{dv}{dQ} \rightarrow \Delta v = \frac{dv}{dQ}\Delta Q = \frac{dv}{dT}\frac{dT}{dQ}\Delta Q = \frac{\cancel{3nR}}{2mv_0}\cdot\frac{1}{\cancel{3nR}}\Delta Q$$

$$\Delta v \simeq \frac{\Delta Q}{2mv_0} \simeq 0{,}1 \text{ m/s}$$