Università di Pisa

Dipartimento di Ingegneria Meccanica
Corso di Fisica Generale I

Lezione del 12/11/2020

”Energia cinetica”

Riepilogo della lezione precedente

$$\boxed{L = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s}}$$

LAVORO DI UNA FORZA COSTANTE

Riepilogo della lezione precedente

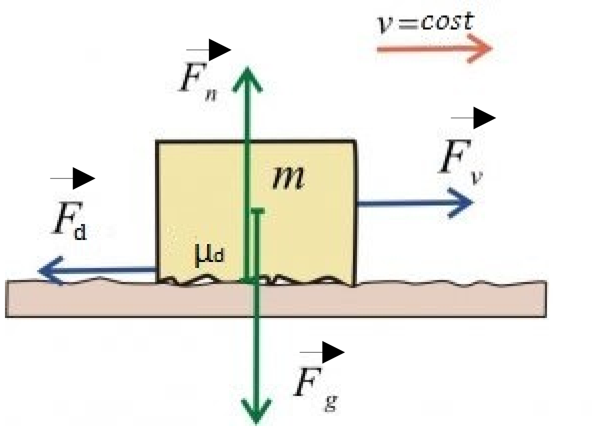
$$\boxed{L = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s}}$$

LAVORO DI UNA FORZA COSTANTE

$$L = -mg\Delta h$$

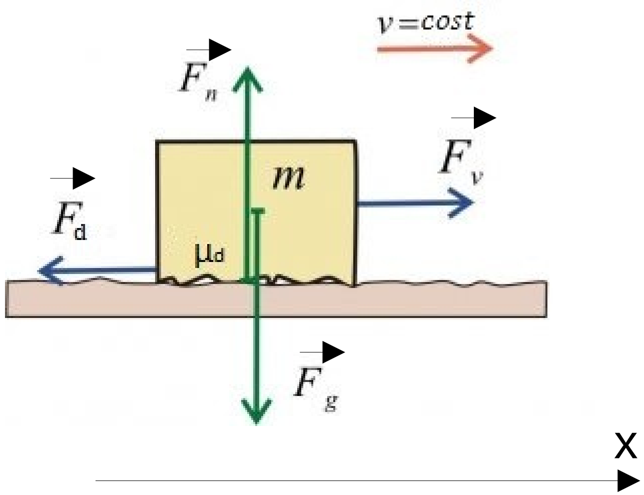
Lavoro della forza peso (positivo se il corpo scende)

<u>LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO (dinamico)</u>



Se trascino un corpo di massa m con velocità costante v su una superficie con coefficiente di attrito dinamico μ_d, quanto vale il lavoro svolto dalla forza di attrito in un intervallo di tempo Δt?

LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO (dinamico)

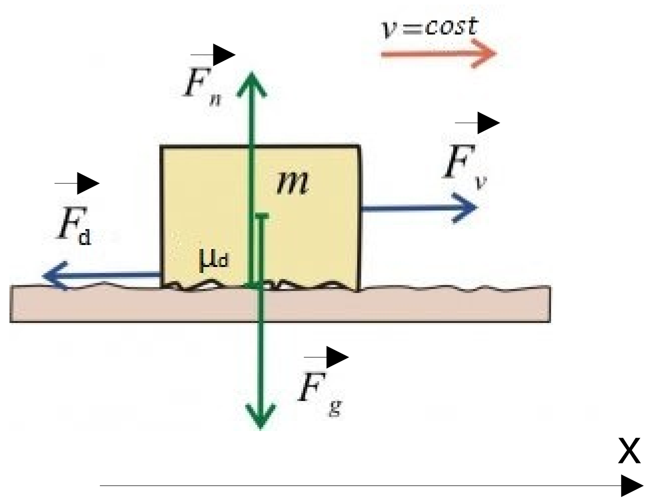


Se trascino un corpo di massa m con velocità costante v su una superficie con coefficiente di attrito dinamico μ_d, quanto vale il lavoro svolto dalla forza di attrito in un intervallo di tempo Δt?

$$L = \vec{F}_d \cdot \Delta\vec{s} = F_x^d \Delta x$$

$$\Delta x = v_x \Delta t = v \Delta t$$

LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO (dinamico)



Se trascino un corpo di massa m con velocità costante v su una superficie con coefficiente di attrito dinamico μ_d, quanto vale il lavoro svolto dalla forza di attrito in un intervallo di tempo Δt?

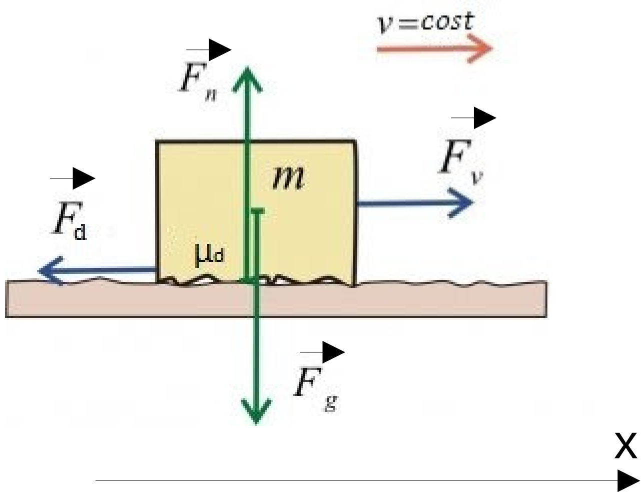
$$L = \vec{F}_d \cdot \Delta\vec{s} = F_x^d \Delta x$$

$$\Delta x = v_x \Delta t = v \Delta t$$

$$|\vec{F}_d| = \mu_d |\vec{F}_N| = \mu_d m g$$

$$F_x^d = -\mu_d m g$$

LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO (dinamico)



Se trascino un corpo di massa m con velocità costante v su una superficie con coefficiente di attrito dinamico μ_d, quanto vale il lavoro svolto dalla forza di attrito in un intervallo di tempo Δt?

$$L = \vec{F}_d \cdot \Delta\vec{s} = F_x^d \Delta x$$

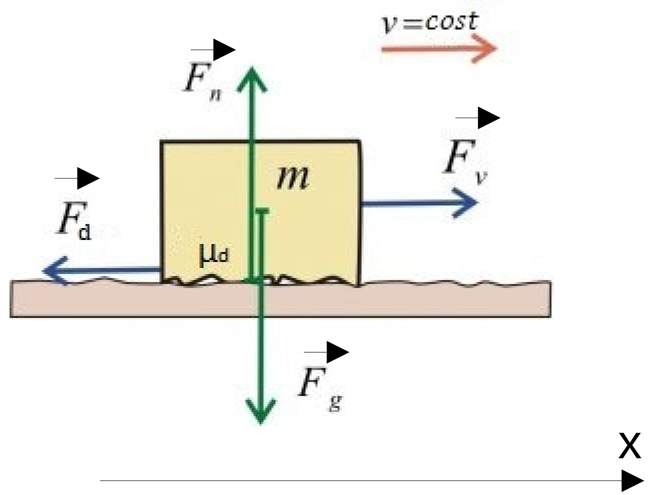
$$\Delta x = v_x \Delta t = v \Delta t$$

$$|\vec{F}_d| = \mu_d |\vec{F}_N| = \mu_d mg$$

$$F_x^d = -\mu_d mg$$

$$L = -\mu_d mgv\Delta t$$

LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO (dinamico)



Se trascino un corpo di massa m con velocità costante v su una superficie con coefficiente di attrito dinamico μ_d, quanto vale il lavoro svolto dalla forza di attrito in un intervallo di tempo Δt?

$$L = \vec{F}_d \cdot \Delta\vec{s} = F_x^d \Delta x$$

$$\Delta x = v_x \Delta t = v \Delta t$$

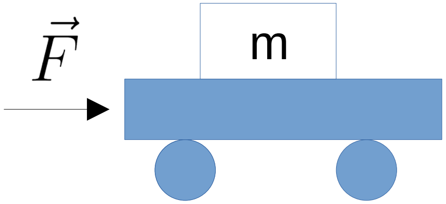
$$|\vec{F}_d| = \mu_d |\vec{F}_N| = \mu_d m g$$

$$F_x^d = -\mu_d m g$$

$$L = -\mu_d m g v \Delta t$$

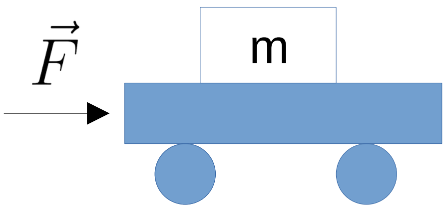
Quando la forza di attrito dinamico si oppone sempre al movimento (ha verso opposto allo spostamento), il lavoro della forza di attrito dinamico è negativo: esistono casi in cui la forza di attrito ha lo stesso verso dello spostamento e fa lavoro positivo..

LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO (dinamico)

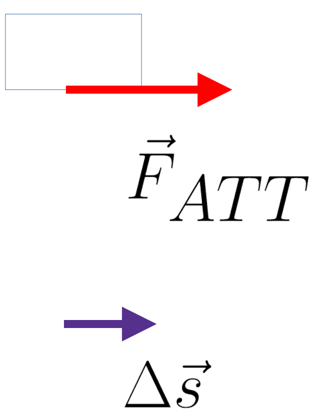


Inizialmente tutto è fermo.
Se spingo il carrello verso destra con una forza F il carrello inizia a spostarsi e "trascina" con se il blocco tramite la forza di attrito dinamico.

LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO (dinamico)



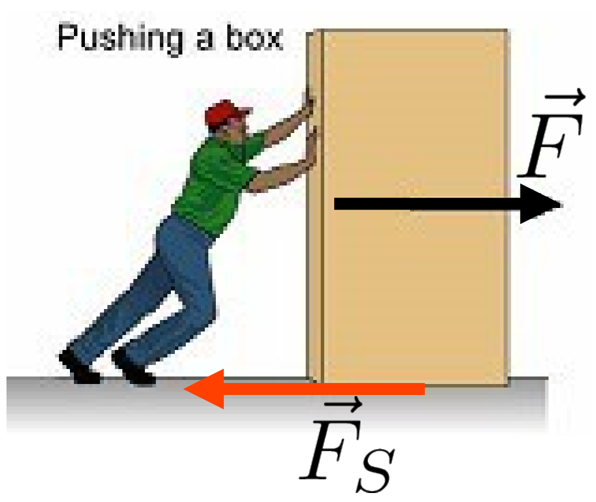
Inizialmente tutto è fermo.
Se spingo il carrello verso destra con una forza F il carrello inizia a spostarsi e “trascina” con se il blocco tramite la forza di attrito dinamico.



La forza di attrito dinamico sulla massa m è **concorde** allo spostamento della massa m e quindi fa **lavoro positivo** su di lei.

Di fatto le fornisce energia!

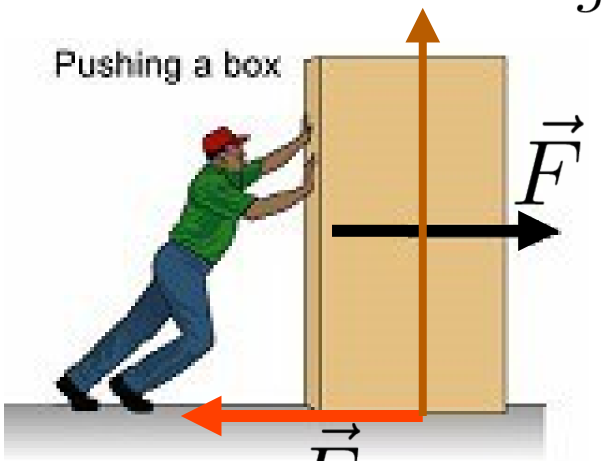
LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO STATICO



Se spingo con una forza F una cassa di massa m che si trova su un pavimento con coefficiente di attrito statico μ_s, ma non riesco a muoverla a causa della forza di attrito statico, che lavoro fa la forza di attrito?

LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO STATICO

$$\vec{N} = -m\vec{g}$$



$\vec{F}$

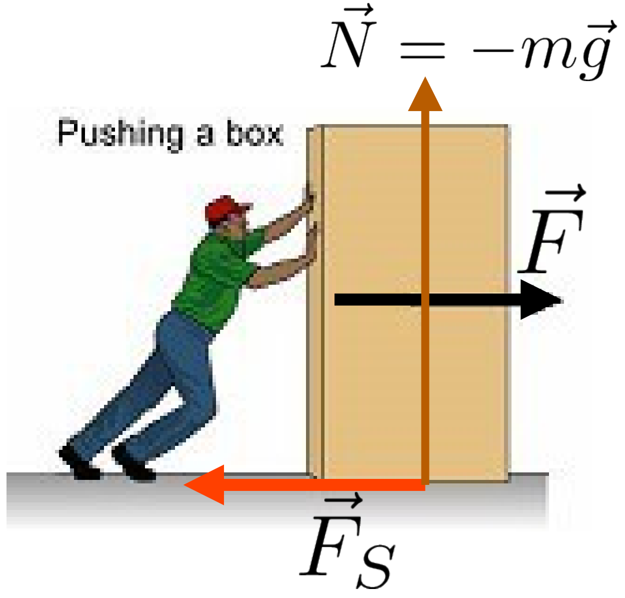
$\vec{F}_S$

Se spingo con una forza F una cassa di massa m che si trova su un pavimento con coefficiente di attrito statico μ_s, ma non riesco a muoverla a causa della forza di attrito statico, che lavoro fa la forza di attrito?

$$|\vec{F}_S| \leq \mu_S |\vec{N}|$$

E' indeterminata (l'uguale vale solo appena la cassa inizia a muoversi): come facciamo a calcolare il lavoro?

LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO STATICO



Se spingo con una forza F una cassa di massa m che si trova su un pavimento con coefficiente di attrito statico μ_s, ma non riesco a muoverla a causa della forza di attrito statico, che lavoro fa la forza di attrito?

$$|\vec{F}_S| \leq \mu_S |\vec{N}|$$

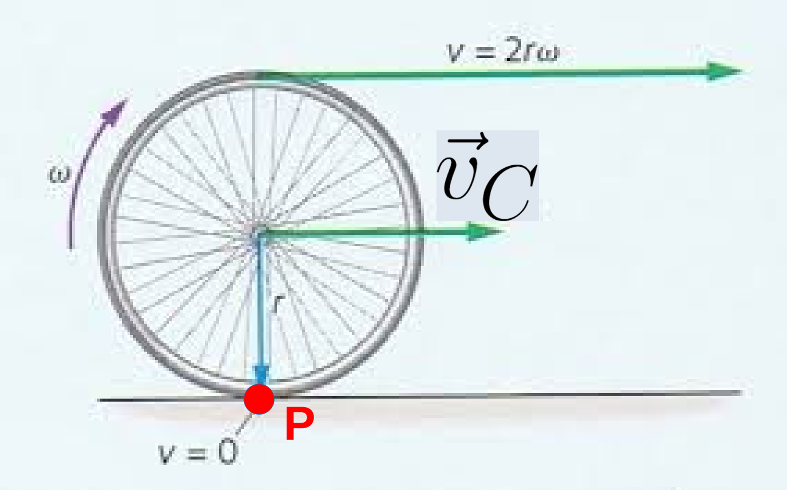
E' indeterminata (l'uguale vale solo appena la cassa inizia a muoversi): come facciamo a calcolare il lavoro?

$$L = F_x^S \Delta x$$

$$\Delta x = 0 \rightarrow L = 0$$

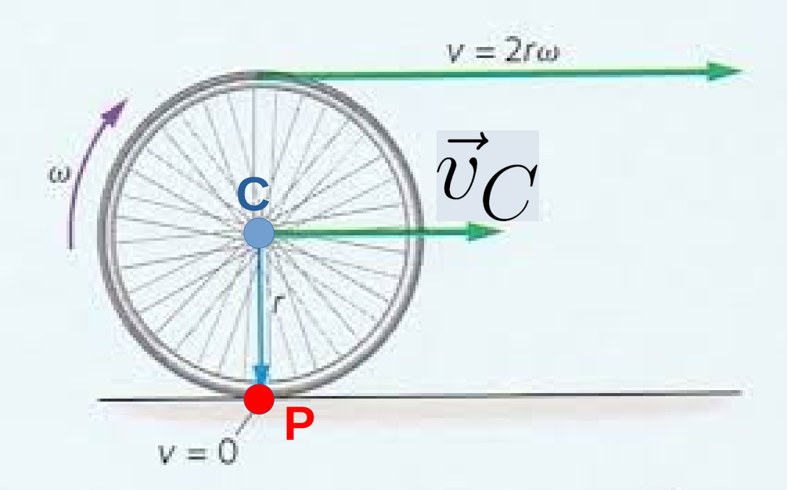
La **forza di attrito statico non fa mai lavoro** perché il suo punto di applicazione non si sposta.

LO STRANO CASO DEL ROTOLAMENTO PURO



Quando una ruota gira intorno al suo asse con velocità angolare ω e allo stesso tempo trasla può accadere che la velocità del suo punto di contatto (P) con il suolo sia nulla e quindi tale punto non slitti né strisci (rotolamento puro)!

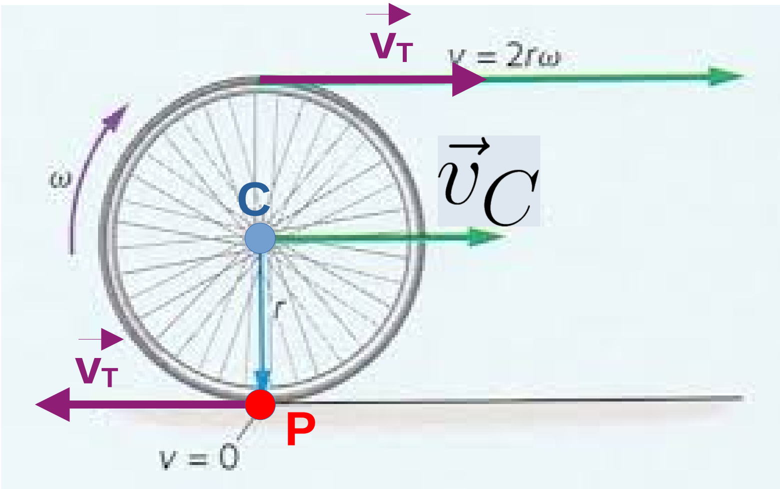
LO STRANO CASO DEL ROTOLAMENTO PURO



Quando una ruota gira intorno al suo asse con velocità angolare ω e allo stesso tempo trasla può accadere che la velocità del suo punto di contatto (P) con il suolo sia nulla e quindi tale punto non slitti né strisci (rotolamento puro)!

Sia $\mathbf{v}_C$ la velocità di traslazione del centro della ruota (C).

LO STRANO CASO DEL ROTOLAMENTO PURO



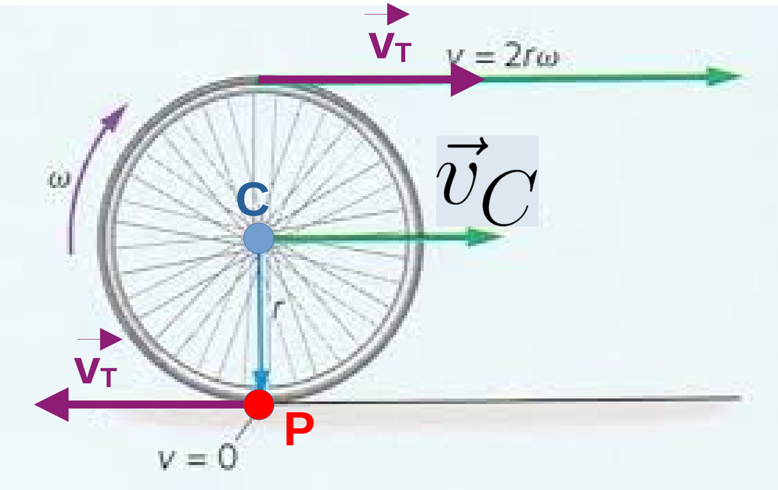
Quando una ruota gira intorno al suo asse con velocità angolare ω e allo stesso tempo trasla può accadere che la velocità del suo punto di contatto (P) con il suolo sia nulla e quindi tale punto non slitti né strisci (rotolamento puro)!

Sia $\mathbf{v_C}$ la velocità di traslazione del centro della ruota (C).
Se mi metto nel sistema di riferimento solidale con C, vedrò i punti più esterni compiere un moto circolare con velocità tangenziale di modulo

$$v_T = \omega r$$ r:raggio della ruota

La velocità tangenziale sarà sempre perpendicolare al raggio e il suo verso determinato da quello della rotazione. In particolare essa sarà diretta in verso opposto per il punto più alto e più basso della ruota.

LO STRANO CASO DEL ROTOLAMENTO PURO



Quando una ruota gira intorno al suo asse con velocità angolare ω e allo stesso tempo trasla può accadere che la velocità del suo punto di contatto (P) con il suolo sia nulla e quindi tale punto non slitti né strisci (rotolamento puro)!

Sia $\mathbf{v_C}$ la velocità di traslazione del centro della ruota (C).
Se mi metto nel sistema di riferimento solidale con C, vedrò i punti più esterni compiere un moto circolare con velocità tangenziale di modulo

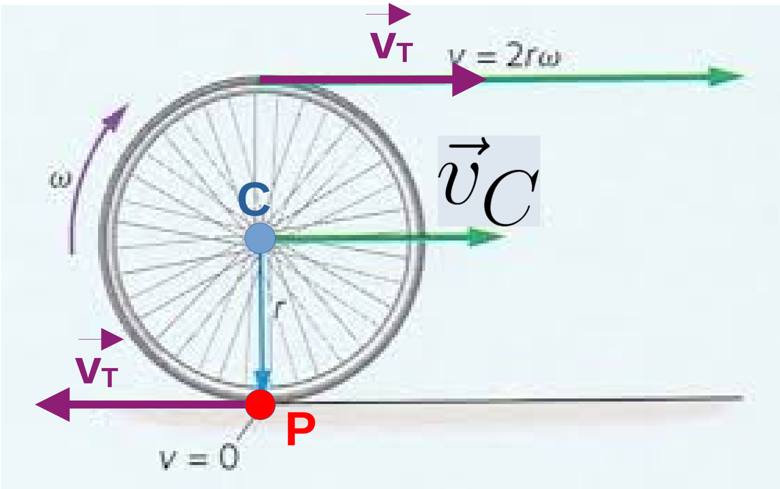
$$v_T = \omega r$$ r:raggio della ruota

La velocità tangenziale sarà sempre perpendicolare al raggio e il suo verso determinato da quello della rotazione. In particolare essa sarà diretta in verso opposto per il punto più alto e più basso della ruota.

Usando le trasformazioni di Galileo otteniamo che la velocità del punto di contatto P nel sistema di riferimento assoluto è data da:

$$v_P = v_C - v_T = v_C - \omega r$$

LO STRANO CASO DEL ROTOLAMENTO PURO



Quando una ruota gira intorno al suo asse con velocità angolare ω e allo stesso tempo trasla può accadere che la velocità del suo punto di contatto (P) con il suolo sia nulla e quindi tale punto non slitti né strisci (rotolamento puro)!

Sia $\mathbf{v}_C$ la velocità di traslazione del centro della ruota (C).
Se mi metto nel sistema di riferimento solidale con C, vedrò i punti più esterni compiere un moto circolare con velocità tangenziale di modulo

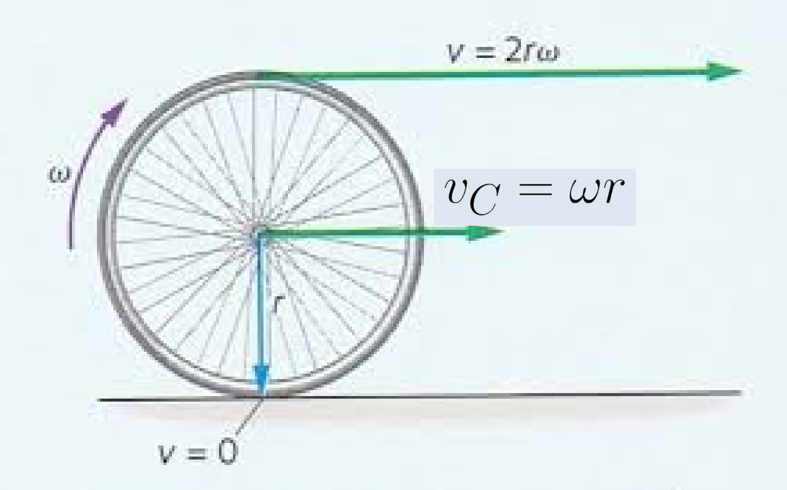
$$v_T = \omega r$$ r:raggio della ruota

La velocità tangenziale sarà sempre perpendicolare al raggio e il suo verso determinato da quello della rotazione. In particolare essa sarà diretta in verso opposto per il punto più alto e più basso della ruota.

Usando le trasformazioni di Galileo otteniamo che la velocità del punto di contatto P nel sistema di riferimento assoluto è data da:

$$v_P = v_C - v_T = v_C - \omega r$$ questa si annulla per $\boxed{v_C = \omega r}$ **CONDIZIONE DI ROTOLAMENTO PURO**

LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO CON ROTOLAMENTO PURO

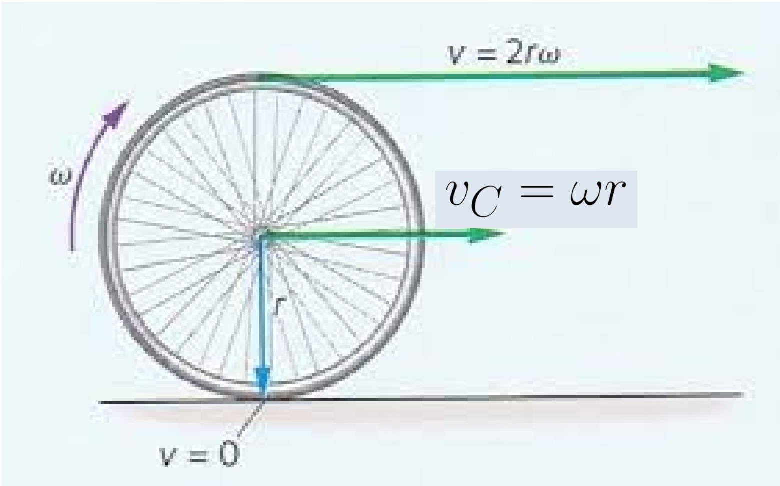


Se si realizza la condizione di rotolamento puro:

$$v_C = \omega r$$

il punto di contatto con il suolo è fermo.

LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO CON ROTOLAMENTO PURO



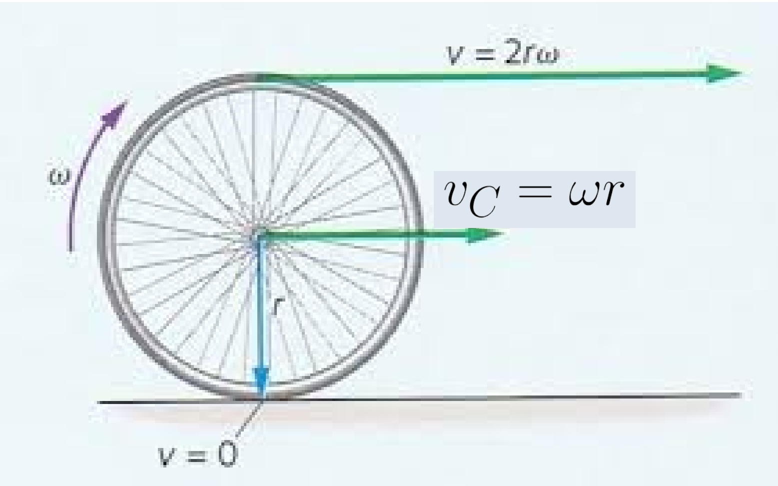
Se si realizza la condizione di rotolamento puro:

$$v_C = \omega r$$

il punto di contatto con il suolo è fermo.

In questo caso l’attrito che c’è tra la ruota e il pavimento (altrimenti la ruota slitterebbe!) è un **attrito statico** e **non fa lavoro**!

LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO CON ROTOLAMENTO PURO



Se si realizza la condizione di rotolamento puro:

$$v_C = \omega r$$

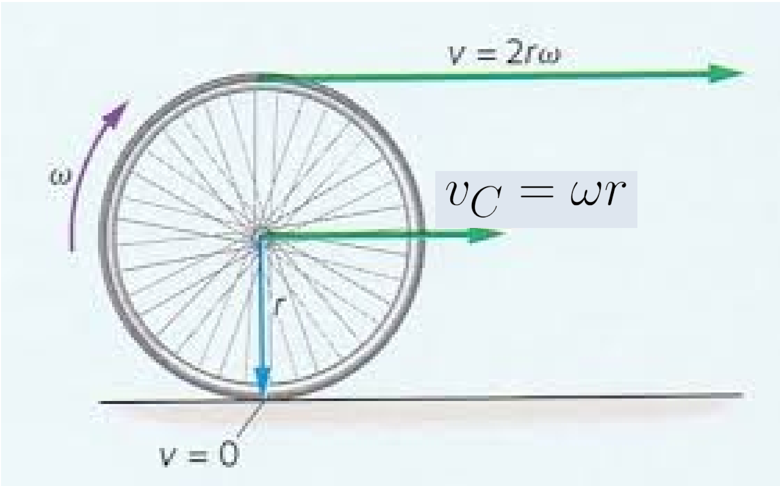
il punto di contatto con il suolo è fermo.

In questo caso l’attrito che c’è tra la ruota e il pavimento (altrimenti la ruota slitterebbe!) è un **attrito statico** e **non fa lavoro**!

Infatti la forza di attrito è applicata ad un punto che cambia continuamente ma che istante per istante è fermo:

$$dx = 0 \rightarrow dL = F dx = 0 \rightarrow L = \int dL = 0$$

LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO CON ROTOLAMENTO PURO



Se si realizza la condizione di rotolamento puro:

$$v_C = \omega r$$

il punto di contatto con il suolo è fermo.

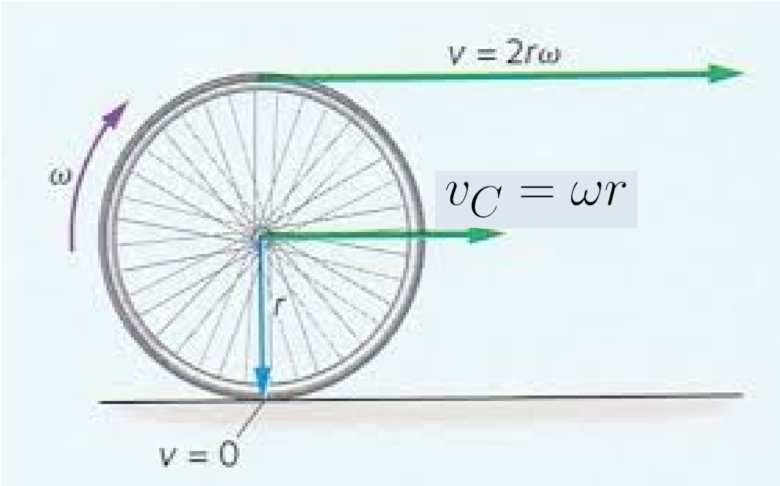
In questo caso l'attrito che c'è tra la ruota e il pavimento (altrimenti la ruota slitterebbe!) è un **attrito statico** e **non fa lavoro**!

Infatti la forza di attrito è applicata ad un punto che cambia continuamente ma che istante per istante è fermo:

$$dx = 0 \rightarrow dL = Fdx = 0 \rightarrow L = \int dL = 0$$

Il rotolamento puro non è difficile da ottenere perché finché la ruota striscia o slitta l'attrito dinamico tende a portarla in questa situazione.

LAVORO DELLA FORZA DI ATTRITO CON ROTOLAMENTO PURO



Se si realizza la condizione di rotolamento puro:

$$v_C = \omega r$$

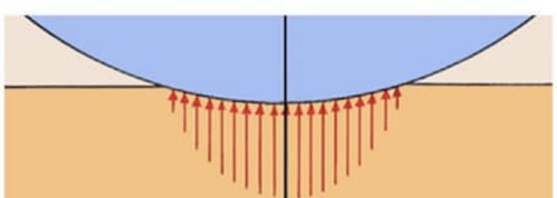
il punto di contatto con il suolo è fermo.

In questo caso l'attrito che c'è tra la ruota e il pavimento (altrimenti la ruota slitterebbe!) è un **attrito statico** e **non fa lavoro**!

Infatti la forza di attrito è applicata ad un punto che cambia continuamente ma che istante per istante è fermo:

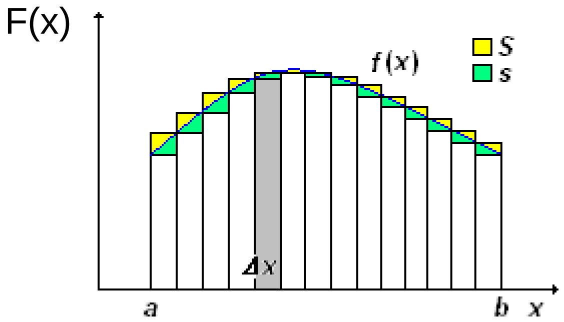
$$dx = 0 \rightarrow dL = F dx = 0 \rightarrow L = \int dL = 0$$

Il rotolamento puro non è difficile da ottenere perché finché la ruota striscia o slitta l'attrito dinamico tende a portarla in questa situazione.



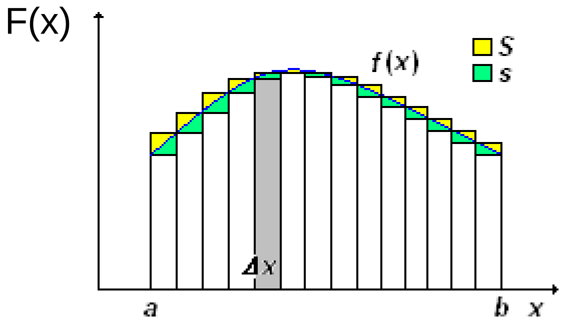
Il rotolamento puro è un'approssimazione: il punto di contatto non è mai uno solo e quindi anche nel rotolamento si ha un attrito che frena la ruota (**attrito volvente)**

LAVORO DI UNA FORZA NON COSTANTE



Se abbiamo a che fare con una forza non costante ma che cambia mentre ci si sposta, F(x), come possiamo calcolarne il lavoro?

LAVORO DI UNA FORZA NON COSTANTE

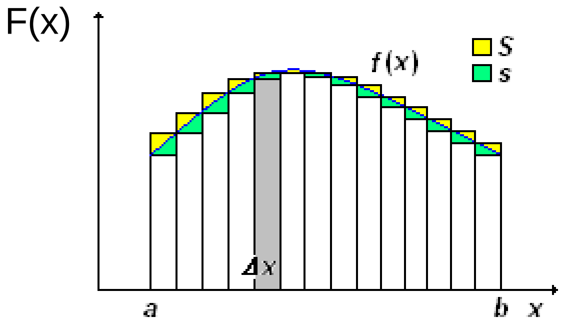


Se abbiamo a che fare con una forza non costante ma che cambia mentre ci si sposta, F(x), come possiamo calcolarne il lavoro?

Per uno spostamento finito ma piccolo Δx possiamo approssimare la forza a una costante. Se usiamo il valore minimo nell'intervallo sbaglieremo per difetto, se usiamo quello massimo sbaglieremo per eccesso:

$$F_{MIN}(x)\Delta x \leq L(x) \leq F_{MAX}(x)\Delta x$$

LAVORO DI UNA FORZA NON COSTANTE



Se abbiamo a che fare con una forza non costante ma che cambia mentre ci si sposta, F(x), come possiamo calcolarne il lavoro?

Per uno spostamento finito ma piccolo Δx possiamo approssimare la forza a una costante. Se usiamo il valore minimo nell’intervallo sbaglieremo per difetto, se usiamo quello massimo sbaglieremo per eccesso:

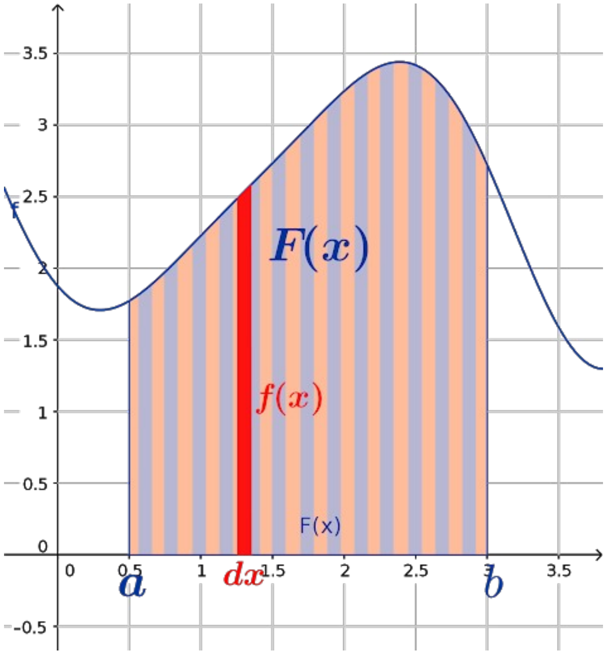
$$F_{MIN}(x)\Delta x \leq L(x) \leq F_{MAX}(x)\Delta x$$

Il lavoro totale sarà dato dalla somma dei lavori fatti negli intervalli in cui la forza si può approssimare a una costante:

$$L \sim \sum_i F(x_i)\Delta x_i$$

Il che corrisponde alla somma delle aree dei rettangoli mostrati in figura: in giallo e verde gli errori dovuti all’approssimazione (per difetto o per eccesso): vorrei trovare l’area sotto la curva...

LAVORO DI UNA FORZA NON COSTANTE

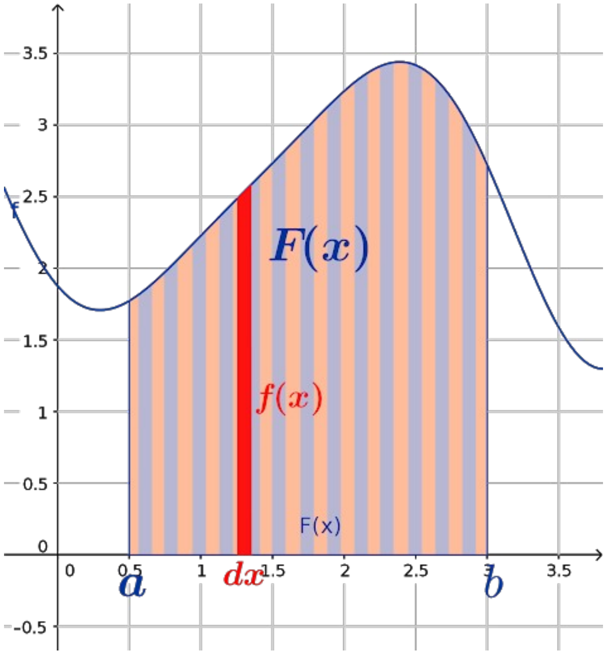


Se considero uno spostamento infinitesimo dx a partire da x il lavoro infinitesimo fatto dalla forza in questo tratto sarà dato da:

$$dL = F_x(x)dx$$

Qui non c'è più alcun errore di approssimazione perché l'intervallo Δx si è ridotto a un punto dove la forza vale esattamente F(x)

LAVORO DI UNA FORZA NON COSTANTE



Se considero uno spostamento infinitesimo dx a partire da x il lavoro infinitesimo fatto dalla forza in questo tratto sarà dato da:

$$dL = F_x(x)dx$$

Qui non c'è più alcun errore di approssimazione perché l'intervallo Δx si è ridotto a un punto dove la forza vale esattamente F(x)

Il lavoro totale sarà dato dalla somma degli infiniti lavori infinitesimi che altro non è che l'integrale:

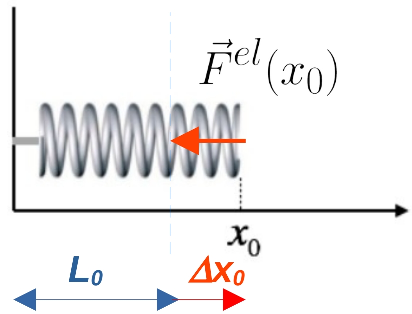
$$L = \int dL = \int F_x(x)dx$$

Volendo generalizzare a uno spostamento non costante in direzione possiamo scrivere:

$$\boxed{L = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}}$$

LAVORO DI UNA FORZA

LAVORO DI UNA FORZA ELASTICA

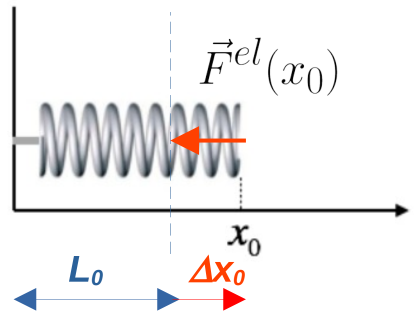


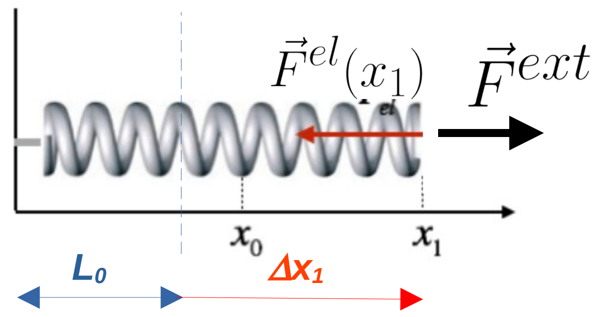
La forza esercitata dalla molla dipende dal suo allungamento Δx e quindi dalla posizione x

$$F_x^{el}(x) = -k\Delta x = -k(x - L_0)$$

k:costante elastica
L_0:lunghezza a riposo

LAVORO DI UNA FORZA ELASTICA



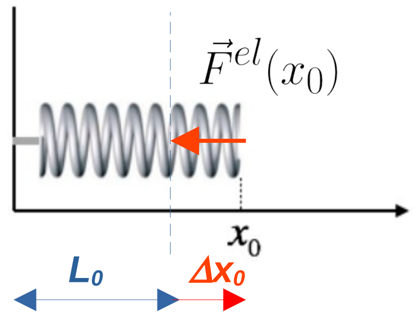


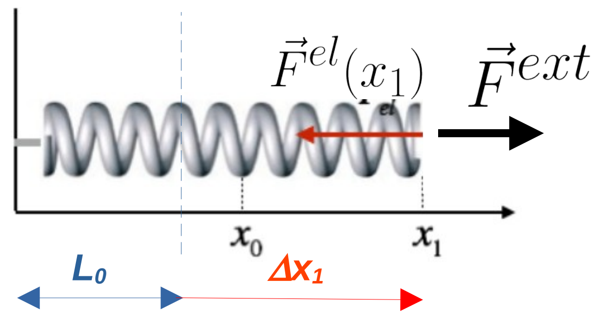
Se tiro la molla con una forza esterna che la porta nella posizione x_1, quanto vale il lavoro fatto dalla forza elastica?

$$F_x^{el}(x) = -k\Delta x = -k(x - L_0)$$

k:costante elastica
L_0:lunghezza a riposo

LAVORO DI UNA FORZA ELASTICA





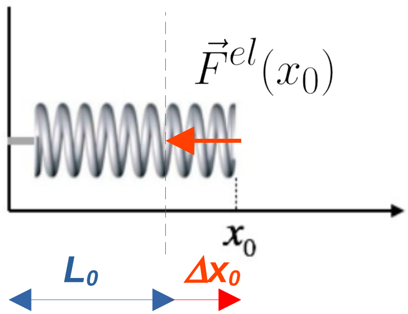
Se tiro la molla con una forza esterna che la porta nella posizione x_1, quanto vale il lavoro fatto dalla forza elastica?

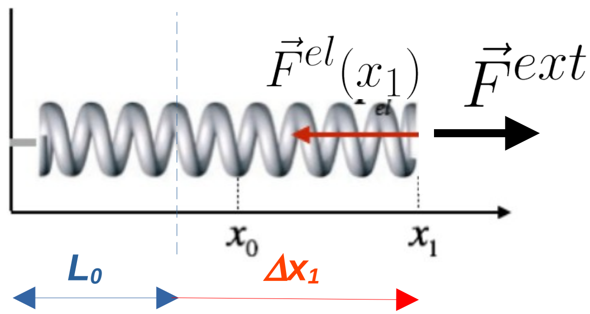
$$F_x^{el}(x) = -k\Delta x = -k(x - L_0)$$

k:costante elastica
L_0:lunghezza a riposo

$$L_{x_0 \to x_1} = \int_{x_0}^{x_1} F_x^{el}(x)dx = \int_{x_0}^{x_1} -k(x - L_0)dx$$

LAVORO DI UNA FORZA ELASTICA





Se tiro la molla con una forza esterna che la porta nella posizione x_1, quanto vale il lavoro fatto dalla forza elastica?

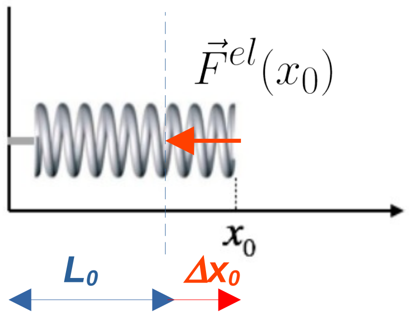
$$F_x^{el}(x) = -k\Delta x = -k(x - L_0)$$

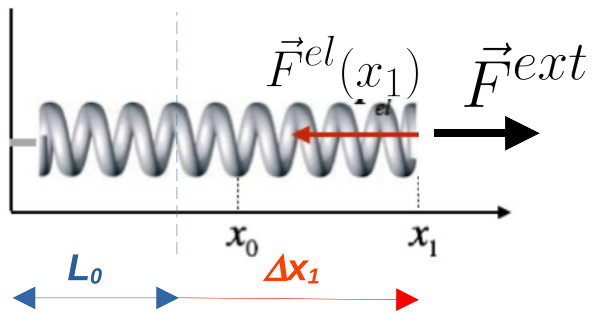
k:costante elastica
L_0:lunghezza a riposo

$$L_{x_0 \to x_1} = \int_{x_0}^{x_1} F_x^{el}(x)dx = \int_{x_0}^{x_1} -k(x - L_0)dx$$

$$L_{x_0 \to x_1} = \left[-\frac{1}{2}k(x - L_0)^2\right]_{x_0}^{x_1} = -\frac{1}{2}k(x_1 - L_0)^2 + \frac{1}{2}k(x_0 - L_0)^2 = \frac{1}{2}k(\Delta x_0)^2 - \frac{1}{2}k(\Delta x_1)^2$$

LAVORO DI UNA FORZA ELASTICA





Se tiro la molla con una forza esterna che la porta nella posizione x_1, quanto vale il lavoro fatto dalla forza elastica?

$$F_x^{el}(x) = -k\Delta x = -k(x - L_0)$$

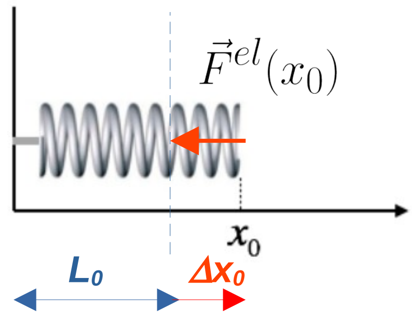
k:costante elastica
L_0:lunghezza a riposo

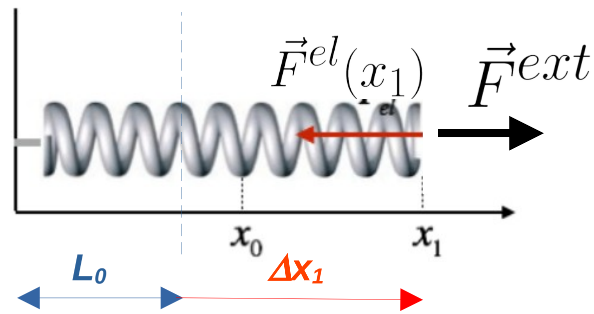
$$L_{x_0 \to x_1} = \int_{x_0}^{x_1} F_x^{el}(x)dx = \int_{x_0}^{x_1} -k(x - L_0)dx$$

$$L_{x_0 \to x_1} = \left[-\frac{1}{2}k(x - L_0)^2\right]_{x_0}^{x_1} = -\frac{1}{2}k(x_1 - L_0)^2 + \frac{1}{2}k(x_0 - L_0)^2 = \frac{1}{2}k(\Delta x_0)^2 - \frac{1}{2}k(\Delta x_1)^2$$

<u>Osservazioni:</u>
- Per come abbiamo definito x_0 e x_1 il lavoro della molla viene negativo (la forza ha verso opposto allo spostamento): la molla sottrae energia a chi applica la forza esterna che la sta tirando. Si possono immaginare situazioni in cui la molla fa lavoro positivo.

LAVORO DI UNA FORZA ELASTICA





Se tiro la molla con una forza esterna che la porta nella posizione x_1, quanto vale il lavoro fatto dalla forza elastica?

$$F_x^{el}(x) = -k\Delta x = -k(x - L_0)$$

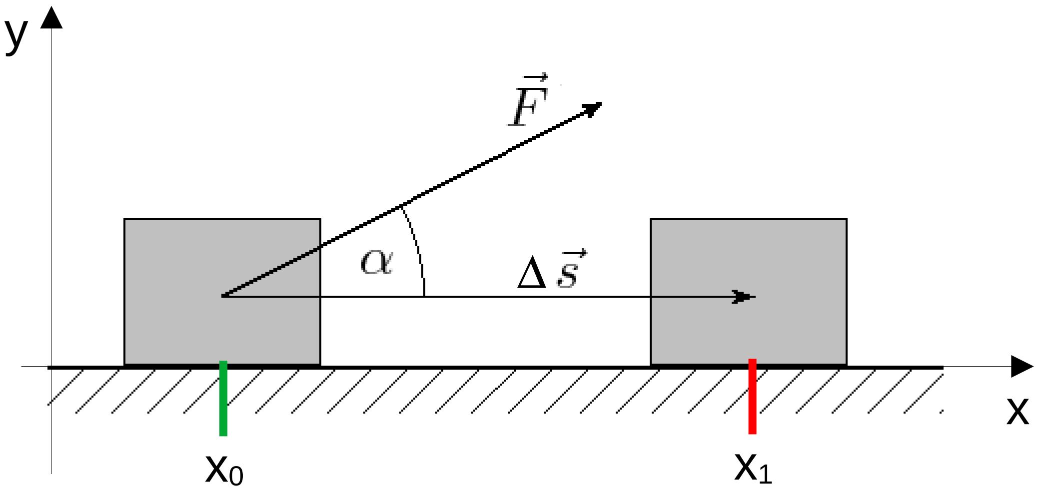
k:costante elastica
L_0:lunghezza a riposo

$$L_{x_0 \to x_1} = \int_{x_0}^{x_1} F_x^{el}(x)dx = \int_{x_0}^{x_1} -k(x - L_0)dx$$

$$L_{x_0 \to x_1} = \left[-\frac{1}{2}k(x - L_0)^2\right]_{x_0}^{x_1} = -\frac{1}{2}k(x_1 - L_0)^2 + \frac{1}{2}k(x_0 - L_0)^2 = \frac{1}{2}k(\Delta x_0)^2 - \frac{1}{2}k(\Delta x_1)^2$$

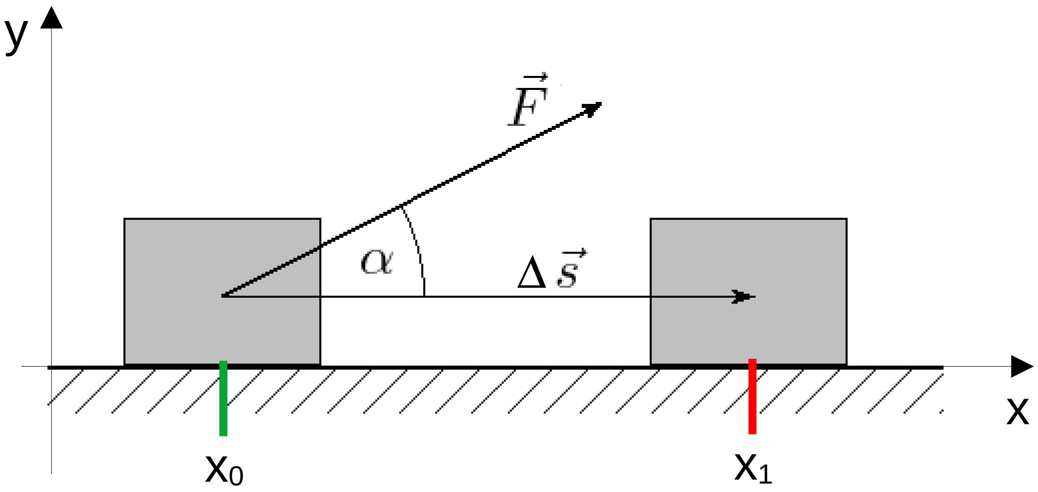
<u>Osservazioni:</u>
- Per come abbiamo definito x_0 e x_1 il lavoro della molla viene negativo (la forza ha verso opposto allo spostamento): la molla sottrae energia a chi applica la forza esterna che la sta tirando. Si possono immaginare situazioni in cui la molla fa lavoro positivo.
- Il lavoro della molla dipende solo dall'allungamento iniziale e finale: vedremo che si può immaginare un'energia immagazzinata nella molla quando non è a riposo.

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA



Supponiamo di voler calcolare il lavoro fatto da una forza F su un corpo che si sposta orizzontalmente dalla posizione iniziale x_0 a quella finale x_{1c}

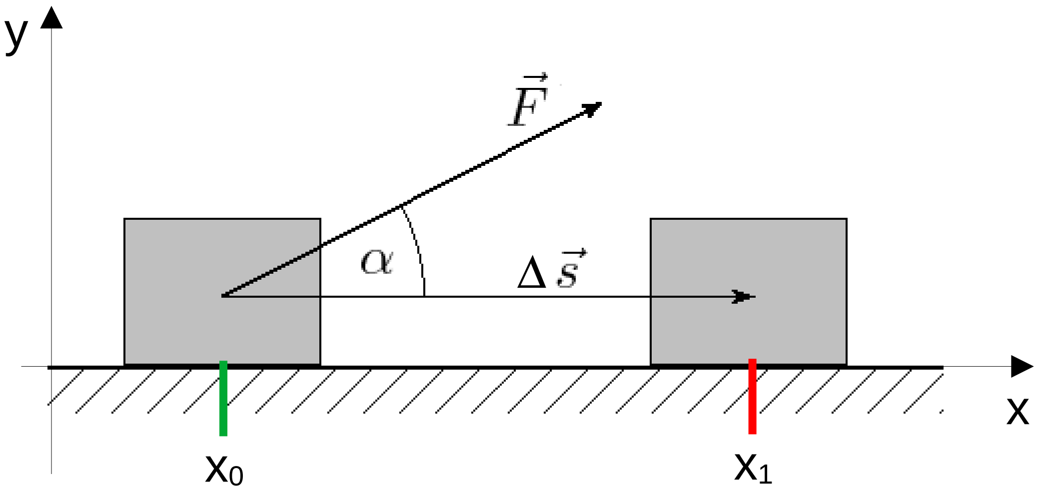
TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA



Supponiamo di voler calcolare il lavoro fatto da una forza F su un corpo che si sposta orizzontalmente dalla posizione iniziale x_0 a quella finale x_{1c}

$$L = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{x_0}^{x_1} F_x dx$$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA



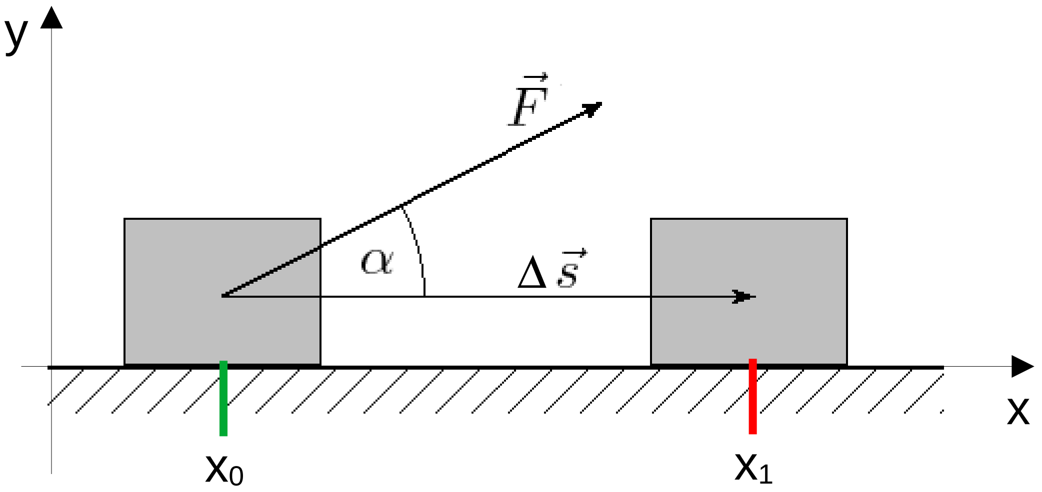
Supponiamo di voler calcolare il lavoro fatto da una forza F su un corpo che si sposta orizzontalmente dalla posizione iniziale x_0 a quella finale x_{1c}

$$L = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{x_0}^{x_1} F_x dx$$

Usando la seconda legge di Newton: $\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow F_x = ma_x$

$$L = \int_{x_0}^{x_1} ma_x dx$$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA



Supponiamo di voler calcolare il lavoro fatto da una forza F su un corpo che si sposta orizzontalmente dalla posizione iniziale x_0 a quella finale x_{1c}

$$L = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{x_0}^{x_1} F_x dx$$

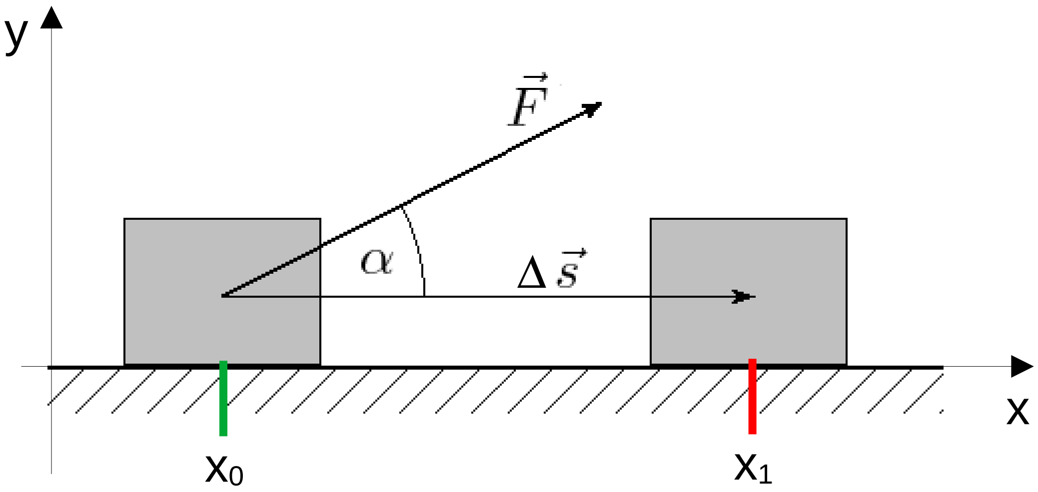
Usando la seconda legge di Newton: $\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow F_x = ma_x$

$$L = \int_{x_0}^{x_1} ma_x dx$$ ma $$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

$$a_x dx = \frac{dv_x}{dt} dx = \frac{dv_x}{dt} v_x dt = v_x dv_x$$

Avendo usato: $$dx = v_x dt$$ $$dv_x = \frac{dv_x}{dt} dt$$

TEOREMA DELL’ENERGIA CINETICA



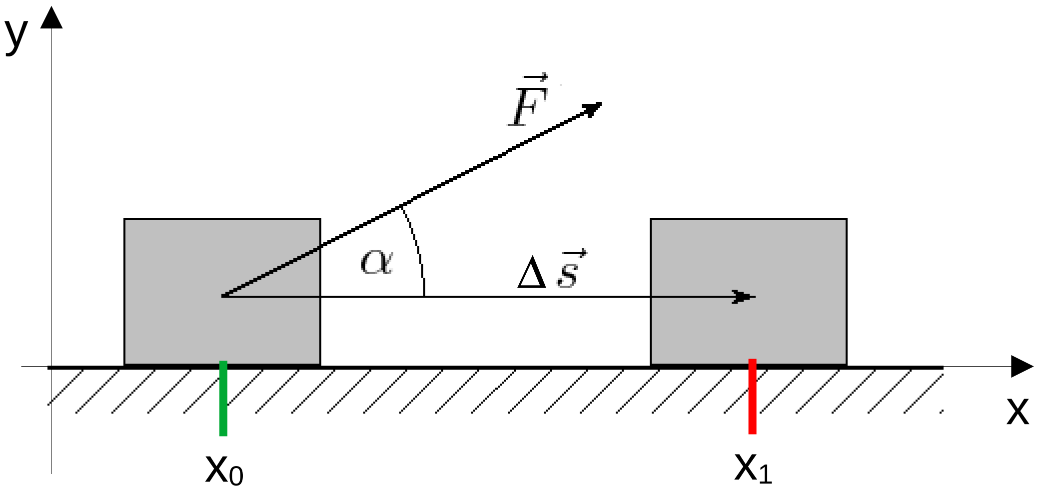
Supponiamo di voler calcolare il lavoro fatto da una forza F su un corpo che si sposta orizzontalmente dalla posizione iniziale x_0 a quella finale x_{1c}

$$a_x dx = v_x dv_x$$

Velocità iniziale e finale

$$L = \int_{x_0}^{x_1} m a_x d_x = \int_{v_{x0}}^{v_{x1}} m v_x dv_x$$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

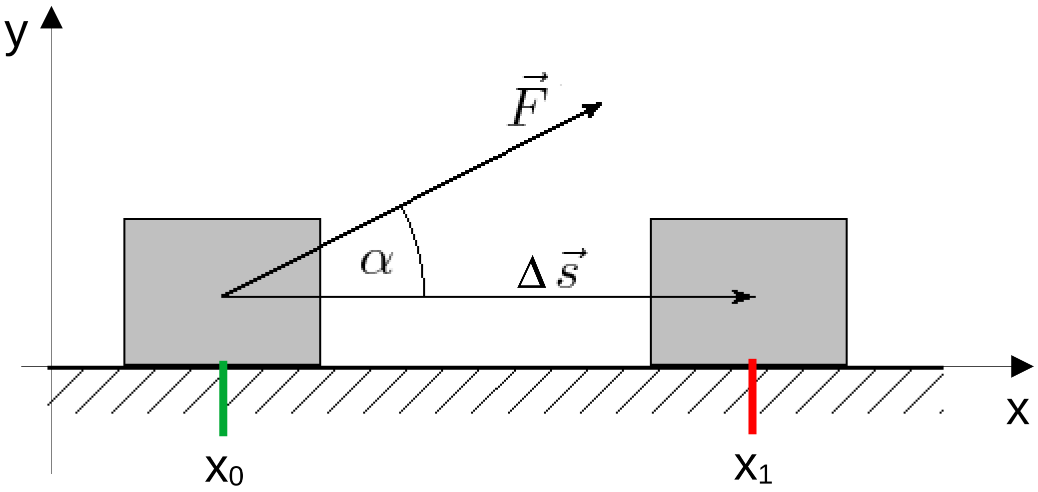


Supponiamo di voler calcolare il lavoro fatto da una forza F su un corpo che si sposta orizzontalmente dalla posizione iniziale x_0 a quella finale x_{1c}

$$a_x dx = v_x dv_x$$

$$L = \int_{x_0}^{x_1} m a_x d_x = \int_{v_{x0}}^{v_{x1}} m v_x dv_x = \left[\frac{1}{2} m v_x^2\right]_{v_{x0}}^{v_{x1}} = \frac{1}{2} m v_{x1}^2 - \frac{1}{2} m v_{x0}^2$$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA



Supponiamo di voler calcolare il lavoro fatto da una forza F su un corpo che si sposta orizzontalmente dalla posizione iniziale x_0 a quella finale x_{1c}

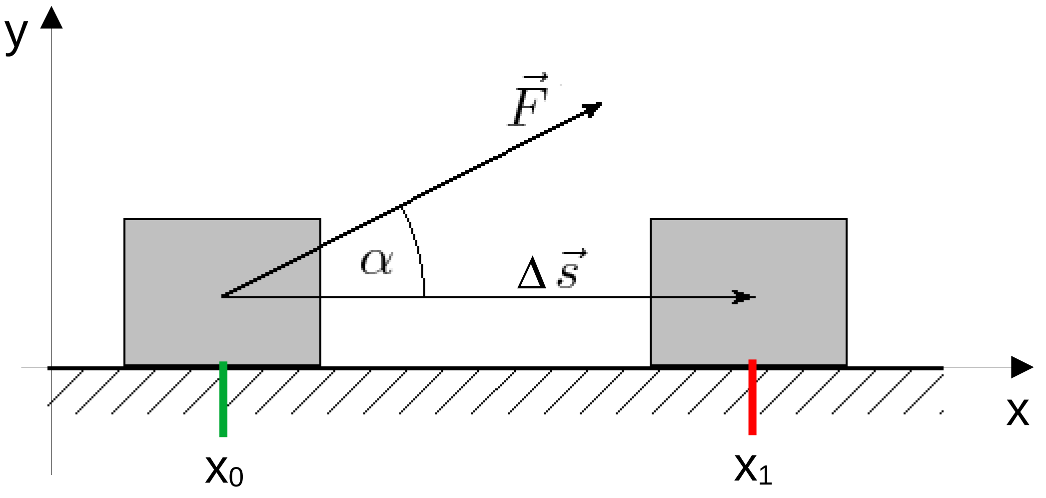
$$a_x dx = v_x dv_x$$

$$L = \int_{x_0}^{x_1} m a_x d_x = \int_{v_{x0}}^{v_{x1}} m v_x dv_x = \left[\frac{1}{2} m v_x^2\right]_{v_{x0}}^{v_{x1}} = \frac{1}{2} m v_{x1}^2 - \frac{1}{2} m v_{x0}^2$$

Nel caso generale di uno spostamento con componenti dy e dz diverse da zero avrò:

$$\vec{F} \cdot d\vec{s} = F_x dx + F_y dy + F_z dz = m a_x dx + m a_y dy + m a_z dz = m(v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z)$$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA



Supponiamo di voler calcolare il lavoro fatto da una forza F su un corpo che si sposta orizzontalmente dalla posizione iniziale x_0 a quella finale x_{1c}

$$a_x dx = v_x dv_x$$

$$L = \int_{x_0}^{x_1} m a_x d_x = \int_{v_{x0}}^{v_{x1}} m v_x dv_x = \left[\frac{1}{2} m v_x^2\right]_{v_{x0}}^{v_{x1}} = \frac{1}{2} m v_{x1}^2 - \frac{1}{2} m v_{x0}^2$$

Nel caso generale di uno spostamento con componenti dy e dz diverse da zero avrò:

$$\vec{F} \cdot d\vec{s} = F_x dx + F_y dy + F_z dz = m a_x dx + m a_y dy + m a_z dz = m(v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z)$$

E quindi:

$$L = \frac{1}{2} m (v_{x1}^2 + v_{y1}^2 + v_{z1}^2) - \frac{1}{2} m (v_{x0}^2 + v_{y0}^2 + v_{z0}^2) = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

TEOREMA DELL’ENERGIA CINETICA

$$L = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Il lavoro dipende dalla variazione di una grandezza che dipende dalla massa dell’oggetto e dalla sua velocità...

TEOREMA DELL’ENERGIA CINETICA

$$L = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Il lavoro dipende dalla variazione di una grandezza che dipende dalla massa dell’oggetto e dalla sua velocità...

$$\boxed{K = \frac{1}{2}mv^2}$$

ENERGIA CINETICA

E’ l’energia posseduta da un corpo in moimento:
- maggiore è la massa in movimento, maggiore è l’energia
- maggiore è la velocità, maggiore è l’energia

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

$$L = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Il lavoro dipende dalla variazione di una grandezza che dipende dalla massa dell'oggetto e dalla sua velocità...

$$\boxed{K = \frac{1}{2}mv^2}$$

ENERGIA CINETICA

E' l'energia posseduta da un corpo in moimento:
- maggiore è la massa in movimento, maggiore è l'energia
- maggiore è la velocità, maggiore è l'energia

Usando la definizione di energia cinetica possiamo scrivere:

$$\boxed{L = K_{FIN} - K_{IN}}$$

TEOREMA DEL LAVORO E DELL'ENERGIA CINETICA (o delle forze vive)

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

$$L = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Il lavoro dipende dalla variazione di una grandezza che dipende dalla massa dell'oggetto e dalla sua velocità...

$$\boxed{K = \frac{1}{2}mv^2}$$

ENERGIA CINETICA

E' l'energia posseduta da un corpo in moimento:
- maggiore è la massa in movimento, maggiore è l'energia
- maggiore è la velocità, maggiore è l'energia

Usando la definizione di energia cinetica possiamo scrivere:

$$\boxed{L = K_{FIN} - K_{IN}}$$

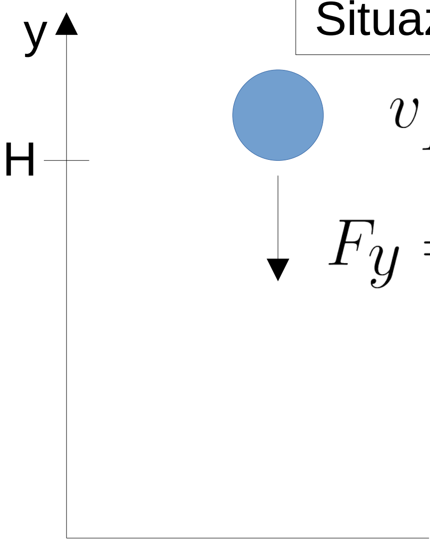
TEOREMA DEL LAVORO E DELL'ENERGIA CINETICA (o delle forze vive)

Possiamo generalizzare al caso di più forze che agiscono su un corpo $\left(L = \sum_i L_i\right)$:

La variazione di energia cinetica di un corpo è pari al lavoro di <u>tutte</u> le forze che agiscono su di esso

ESEMPIO: caduta di un grave

Situazione iniziale

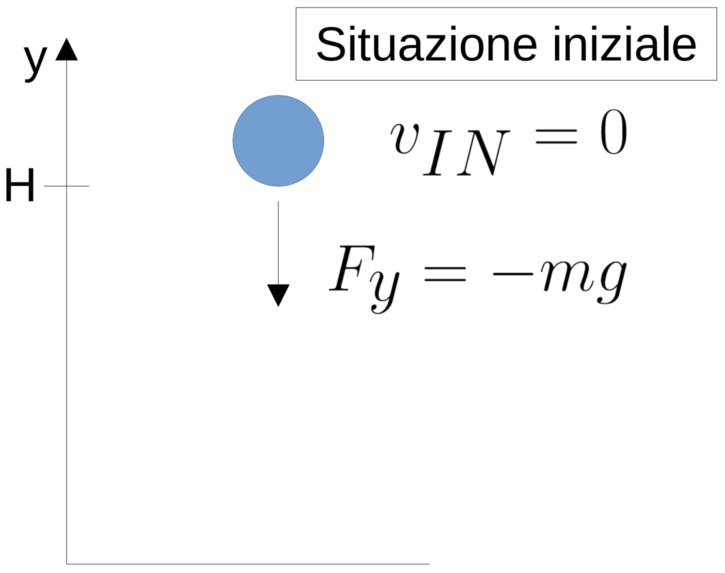


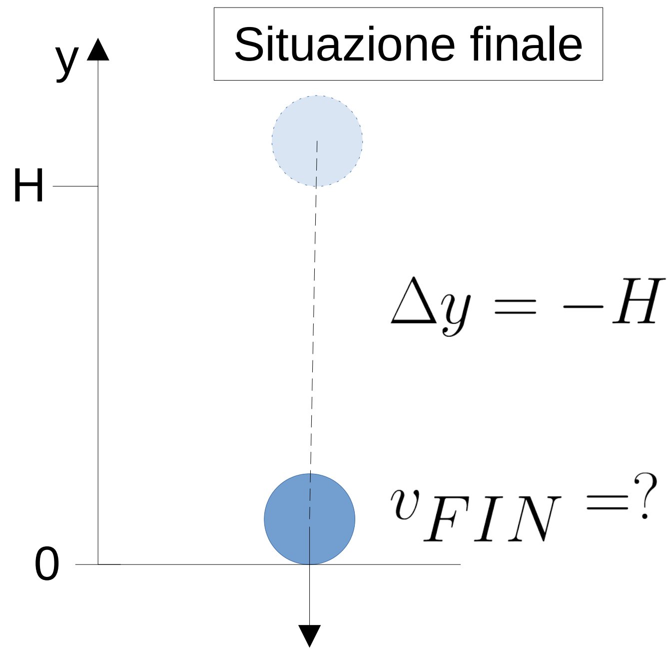
$$v_{IN} = 0$$

$$F_y = -mg$$

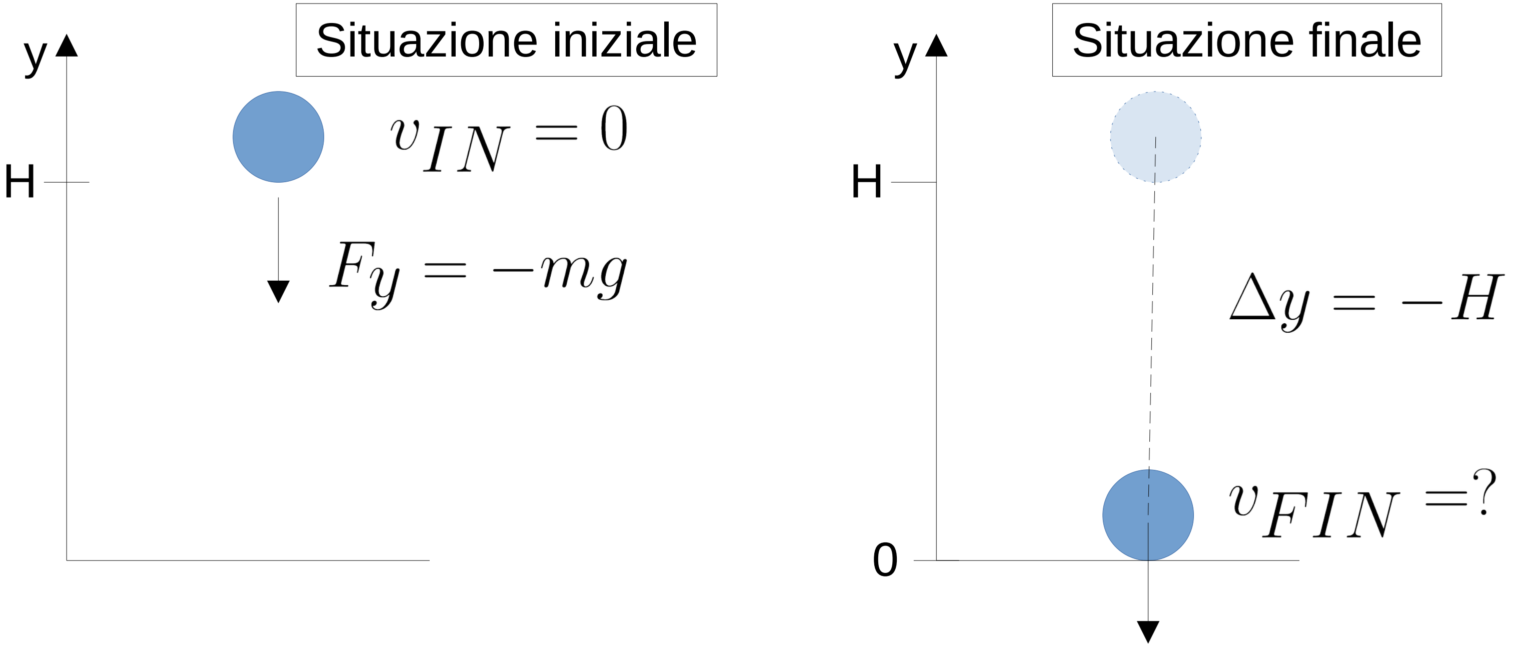
Con che velocità arriva al suolo un corpo di massa m che viene lasciato cadere da fermo da un'altezza H?

ESEMPIO: caduta di un grave



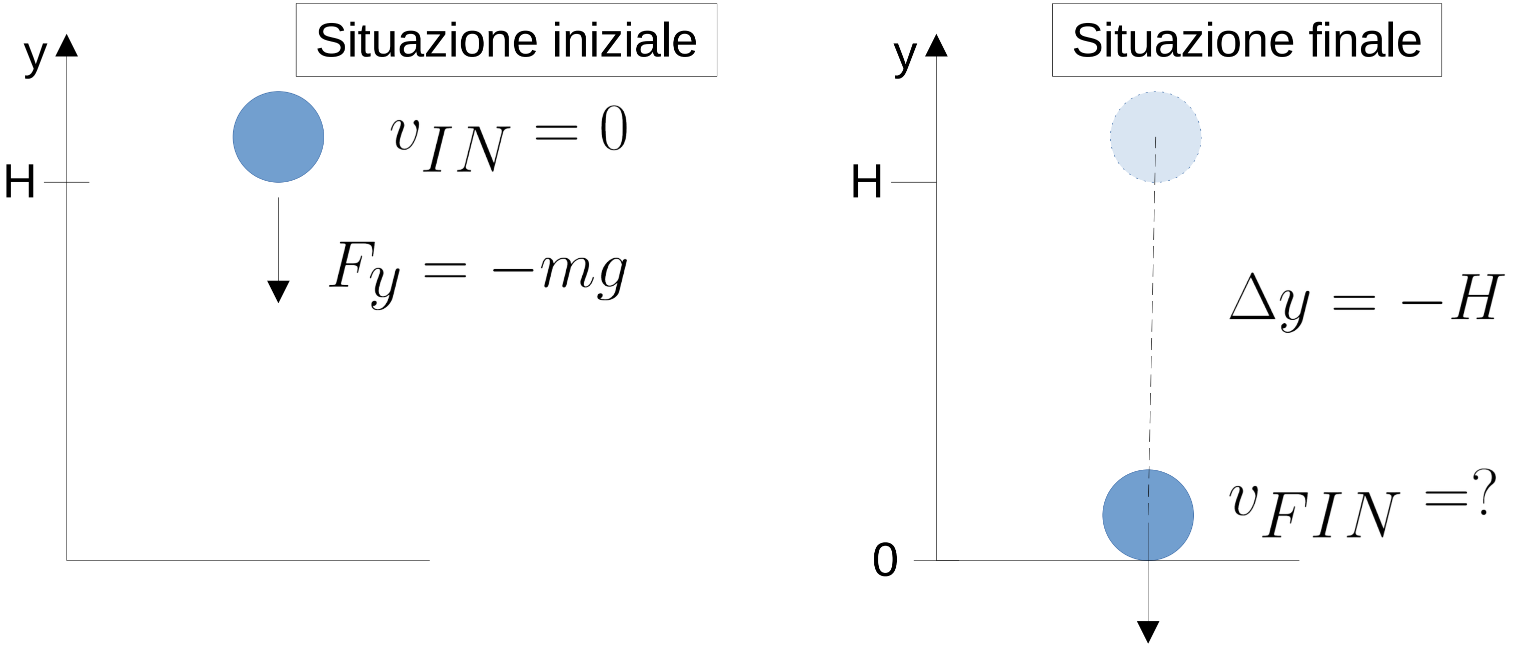


ESEMPIO: caduta di un grave



$$L = F_y \Delta y = (-mg)(-H) = mgH$$

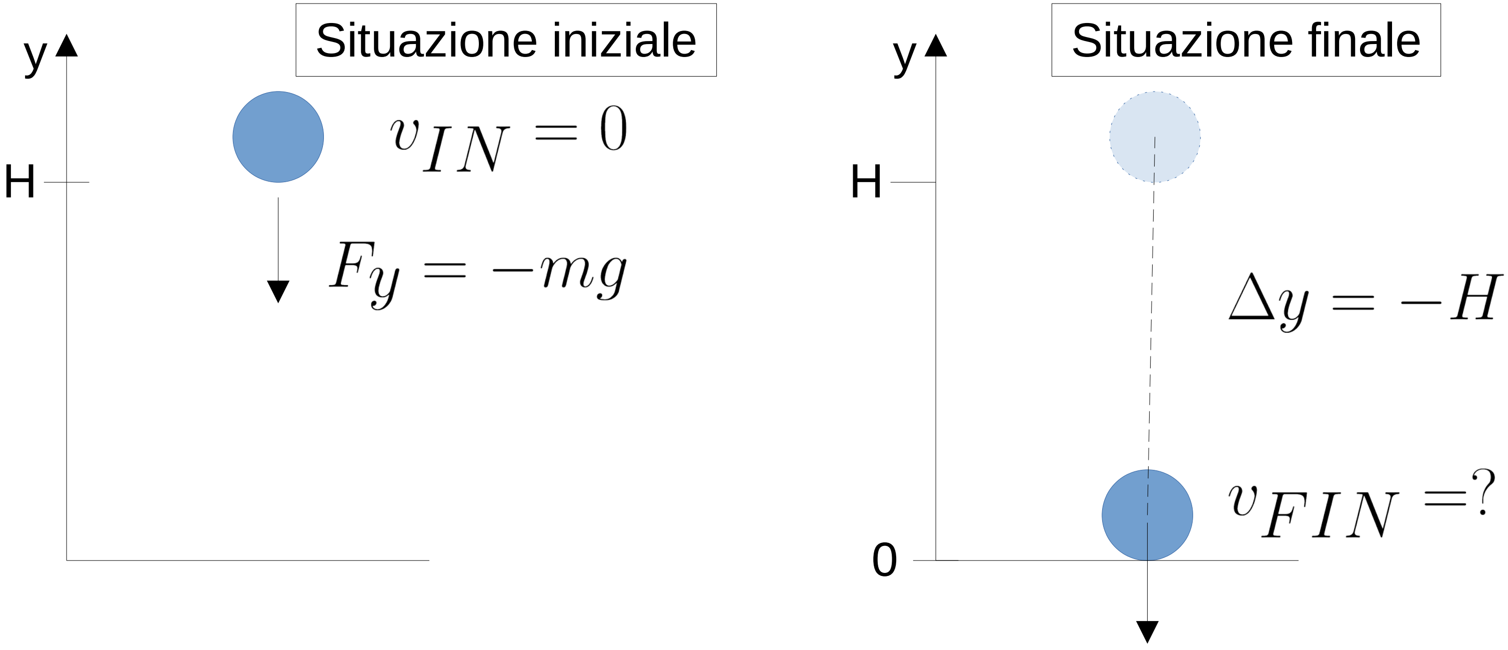
ESEMPIO: caduta di un grave



$$L = F_y \Delta y = (-mg)(-H) = mgH$$

$$K_{IN} = \frac{1}{2} m v_{IN}^2 = 0$$

ESEMPIO: caduta di un grave

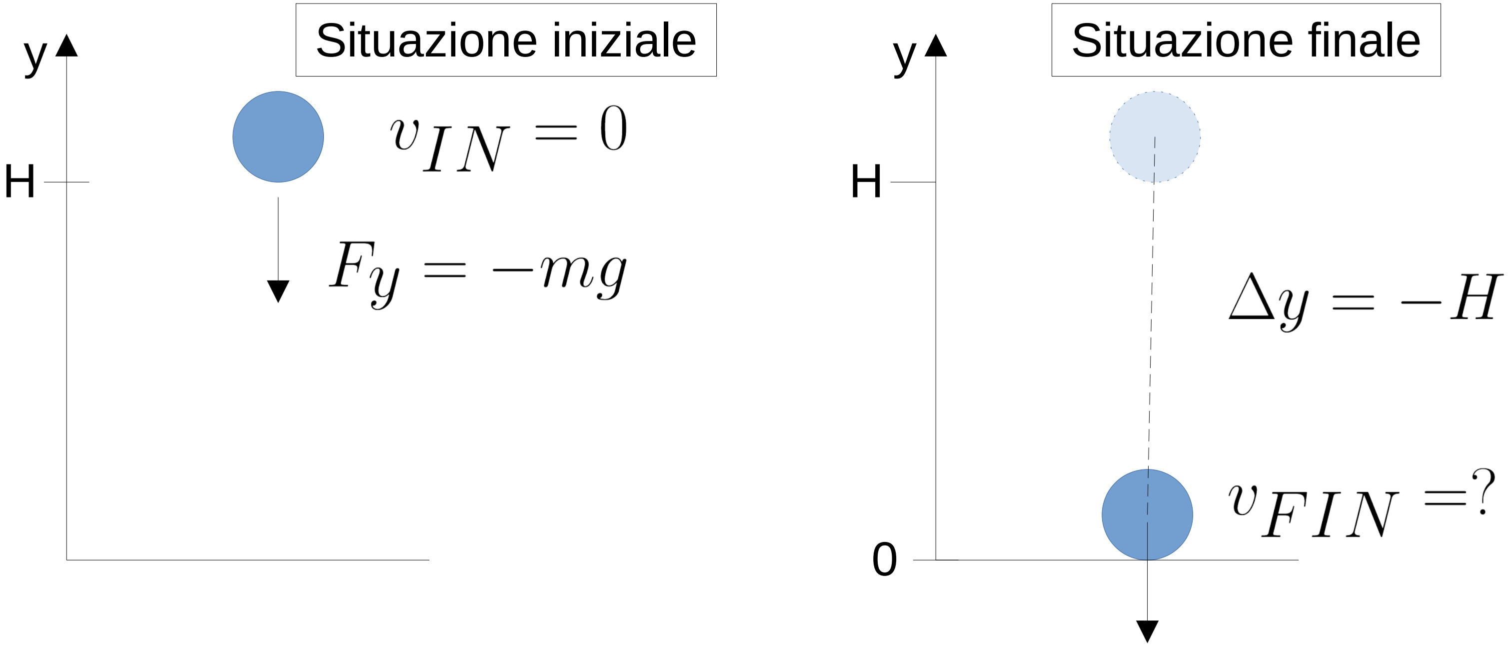


$$L = F_y \Delta y = (-mg)(-H) = mgH$$

$$K_{IN} = \frac{1}{2} m v_{IN}^2 = 0$$

$$L = K_{FIN} - K_{IN} = \frac{1}{2} m v_{FIN}^2$$

ESEMPIO: caduta di un grave



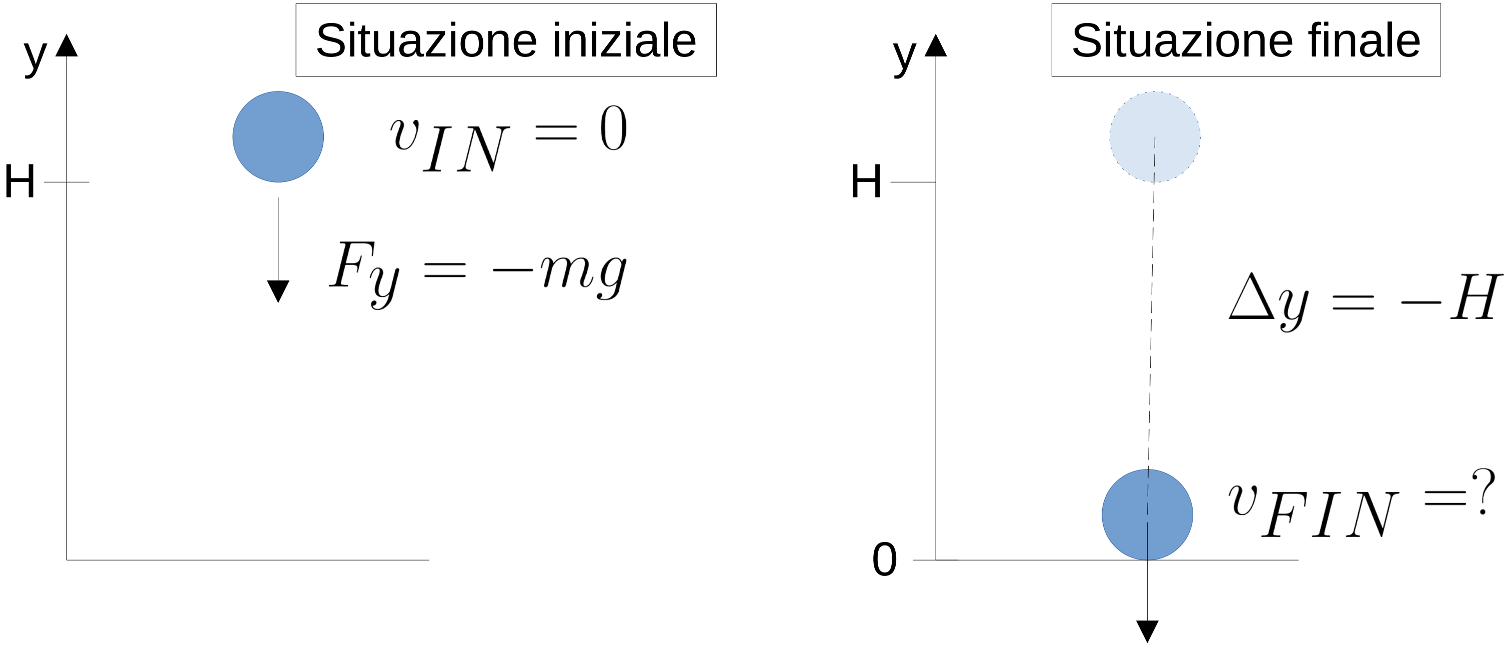
$$L = F_y \Delta y = (-mg)(-H) = mgH$$

$$K_{IN} = \frac{1}{2} m v_{IN}^2 = 0$$

$$L = K_{FIN} - K_{IN} = \frac{1}{2} m v_{FIN}^2$$

$$v_{FIN}^2 = \frac{2L}{m} = \frac{2mgH}{m} = 2gH$$

ESEMPIO: caduta di un grave



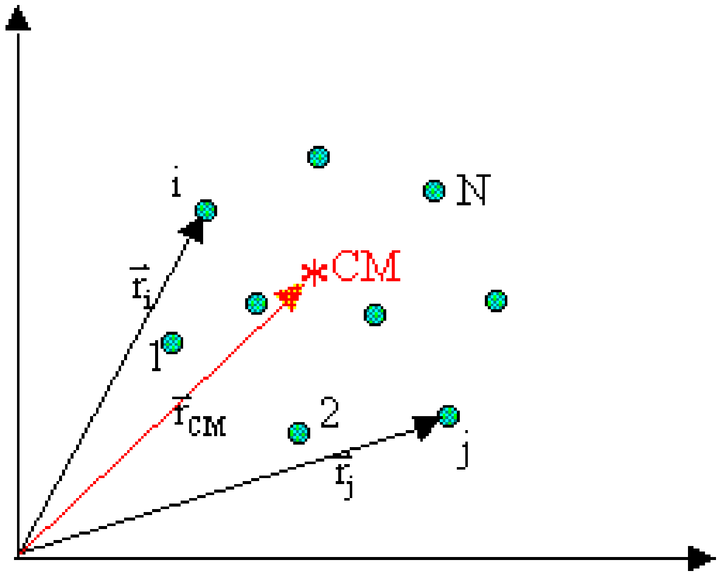
$$L = F_y \Delta y = (-mg)(-H) = mgH$$

$$K_{IN} = \frac{1}{2} m v_{IN}^2 = 0$$

$$L = K_{FIN} - K_{IN} = \frac{1}{2} m v_{FIN}^2$$

$$v_{FIN}^2 = \frac{2L}{m} = \frac{2mgH}{m} = 2gH \longrightarrow v_{FIN} = \sqrt{2gH}$$

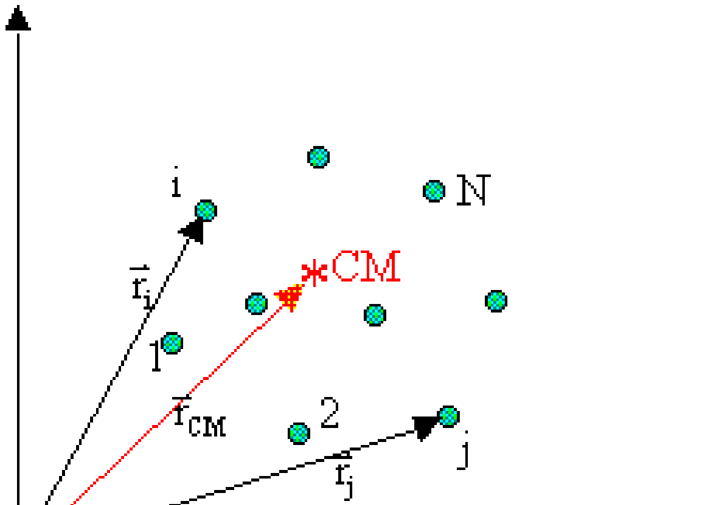
ENERGIA CINETICA DI UN SISTEMA DI CORPI



Anche l'**energia cinetica**, come già il lavoro, è una **grandezza additiva**: se considero un sistema composto da N corpi l'energia cinetica totale sarà data da:

$$K_{TOT} = \sum_{i=1}^{N} K_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

ENERGIA CINETICA DI UN SISTEMA DI CORPI



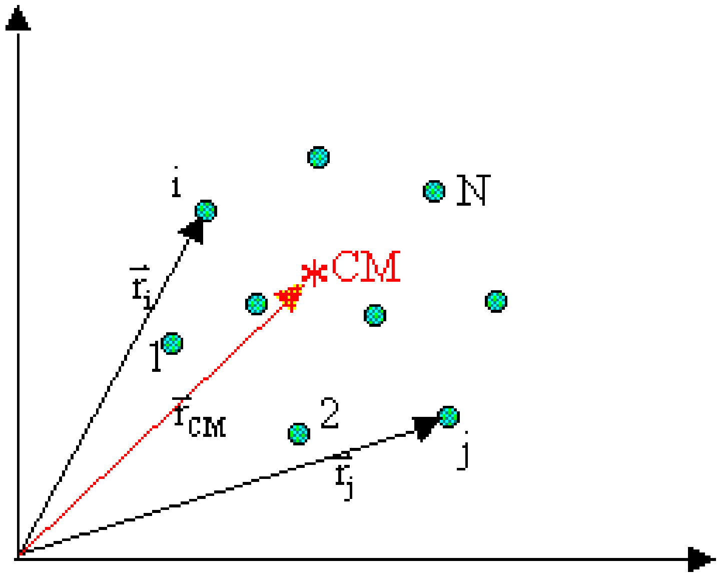
Anche l'**energia cinetica**, come già il lavoro, è una **grandezza additiva**: se considero un sistema composto da N corpi l'energia cinetica totale sarà data da:

$$K_{TOT} = \sum_{i=1}^{N} K_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Ricordiamo che possiamo sempre scrivere il modulo quadro di un vettore come suo prodotto scalare con se stesso:

$$\vec{v} \cdot \vec{v} = v_x v_x + v_y v_y + v_z v_z = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = v^2$$

RICHIAMI SUL CENTRO DI MASSA

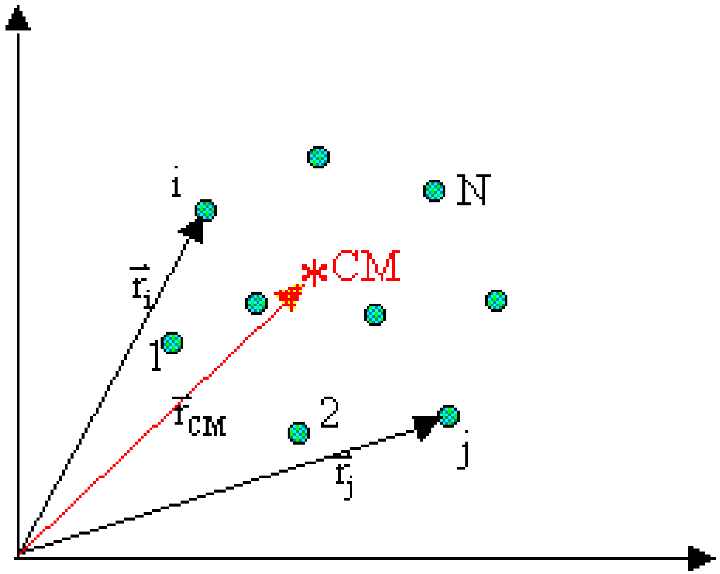


Per la trattazione di un sistema composto da N corpi risulta utile la definizione del **centro di massa**, la cui **posizione** è data da:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{M_{TOT}}$$

M_{TOT}: massa totale del sistema

RICHIAMI SUL CENTRO DI MASSA



Per la trattazione di un sistema composto da N corpi risulta utile la definizione del **centro di massa**, la cui **posizione** è data da:

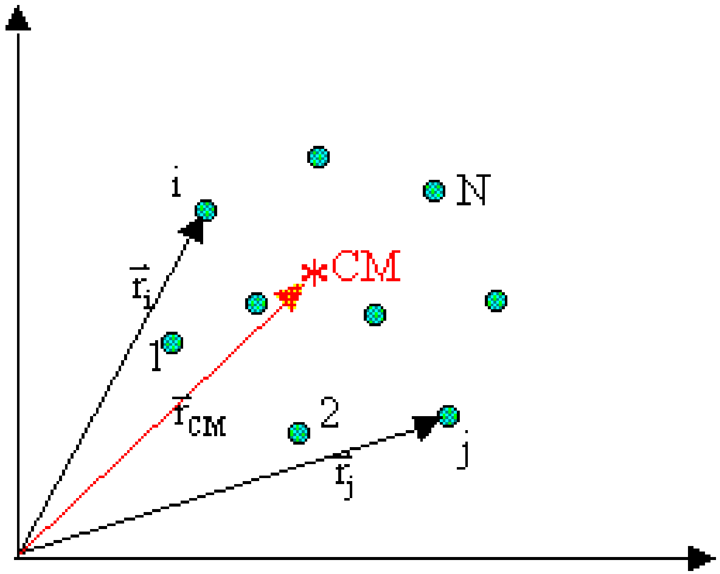
$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{M_{TOT}}$$

M_{TOT}: massa totale del sistema

La **velocità del centro di massa** sarà data da:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M_{TOT}} \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i = \frac{1}{M_{TOT}} \sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i}{M_{TOT}}$$

RICHIAMI SUL CENTRO DI MASSA



Per la trattazione di un sistema composto da N corpi risulta utile la definizione del **centro di massa**, la cui **posizione** è data da:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{M_{TOT}}$$

M_{TOT}: massa totale del sistema

La **velocità del centro di massa** sarà data da:

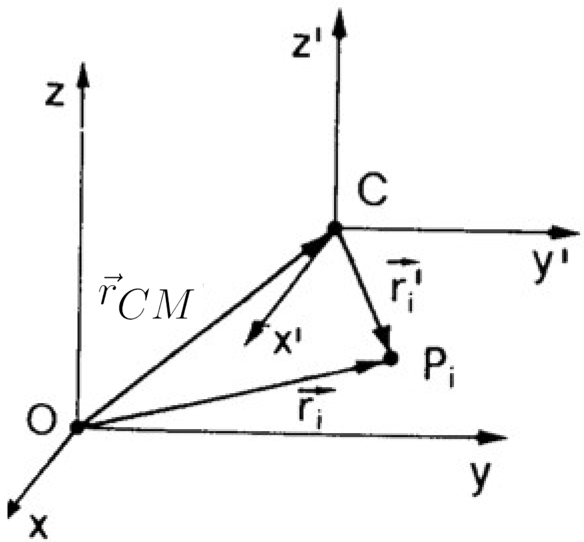
$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M_{TOT}} \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i = \frac{1}{M_{TOT}} \sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i}{M_{TOT}}$$

Che possiamo anche scrivere:

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i = M_{TOT} \vec{v}_{CM}$$

(quantità di moto totale del sistema)

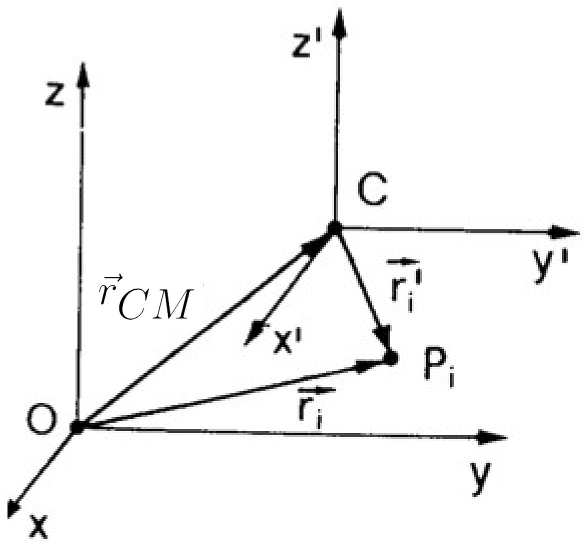
SCOMPOSIZIONE DELL'ENERGIA CINETICA (secondo Teorema di König)



Se considero il sistema di riferimento assoluto e quello del centro di massa, la posizione della massa m_i nel sistema assoluto potrà essere scritta come

$$\vec{r}_i = \vec{r}_{CM} + \vec{r}\,'_i$$

SCOMPOSIZIONE DELL’ENERGIA CINETICA (secondo Teorema di König)



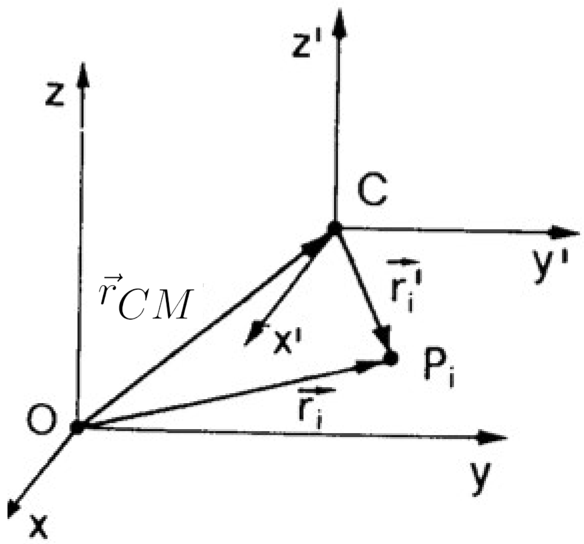
Se considero il sistema di riferimento assoluto e quello del centro di massa, la posizione della massa m_i nel sistema assoluto potrà essere scritta come

$$\vec{r}_i = \vec{r}_{CM} + \vec{r}\,'_i$$

Se derivo rispetto al tempo:

$$\vec{v}_i = \vec{v}_{CM} + \vec{v}\,'_i$$

SCOMPOSIZIONE DELL'ENERGIA CINETICA (secondo Teorema di König)



Se considero il sistema di riferimento assoluto e quello del centro di massa, la posizione della massa m_i nel sistema assoluto potrà essere scritta come

$$\vec{r}_i = \vec{r}_{CM} + \vec{r}\,'_i$$

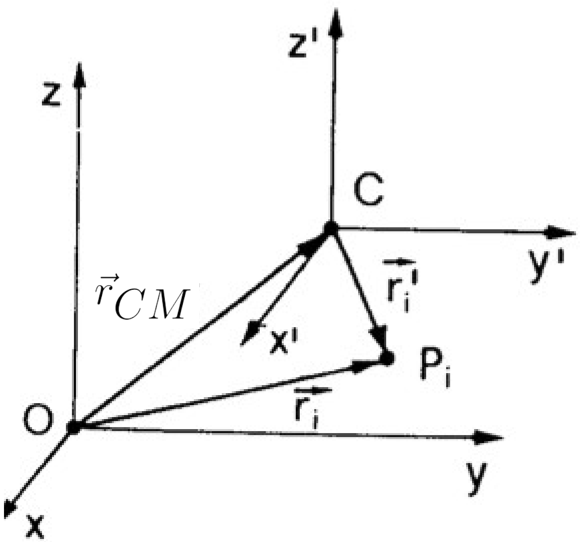
Se derivo rispetto al tempo:

$$\vec{v}_i = \vec{v}_{CM} + \vec{v}\,'_i$$

L'energia cinetica totale sarà data da:

$$K_{TOT} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i \cdot \vec{v}_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i (\vec{v}_{CM} + \vec{v}\,'_i) \cdot (\vec{v}_{CM} + \vec{v}\,'_i)$$

SCOMPOSIZIONE DELL'ENERGIA CINETICA (secondo Teorema di König)



Se considero il sistema di riferimento assoluto e quello del centro di massa, la posizione della massa m_i nel sistema assoluto potrà essere scritta come

$$\vec{r}_i = \vec{r}_{CM} + \vec{r}\,'_i$$

Se derivo rispetto al tempo:

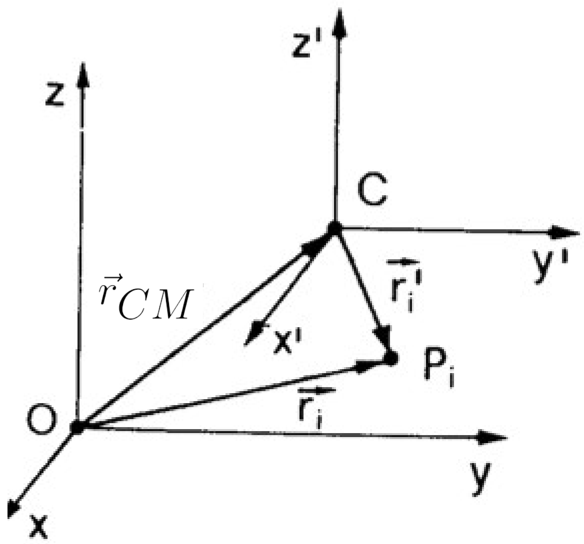
$$\vec{v}_i = \vec{v}_{CM} + \vec{v}\,'_i$$

L'energia cinetica totale sarà data da:

$$K_{TOT} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i \cdot \vec{v}_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i (\vec{v}_{CM} + \vec{v}\,'_i) \cdot (\vec{v}_{CM} + \vec{v}\,'_i)$$

$$K_{TOT} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} m_i v_{CM}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} m_i (v\,'_i)^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} 2 m_i \vec{v}_{Cm} \cdot \vec{v}\,'_i$$

SCOMPOSIZIONE DELL'ENERGIA CINETICA (secondo Teorema di König)

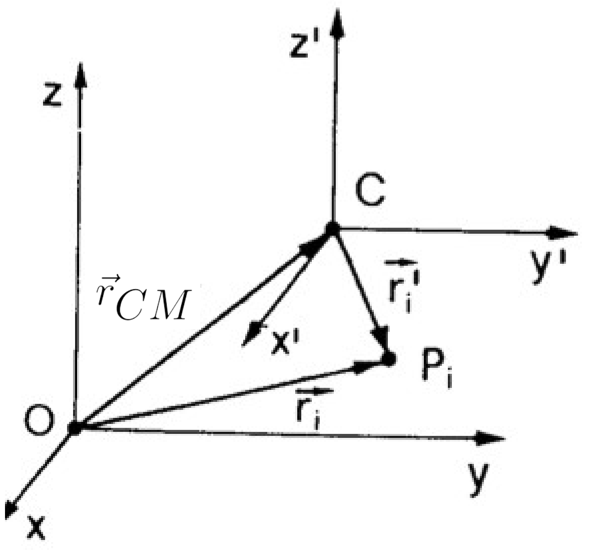


$$K_{TOT} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i v_{CM}^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i (v_i')^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} 2 m_i \vec{v}_{Cm} \cdot \vec{v}_i'$$

$$K_{CM} = \frac{1}{2} M_{TOT} v_{CM}^2$$

ENERGIA CINETICA
DEL CENTRO DI MASSA

SCOMPOSIZIONE DELL'ENERGIA CINETICA (secondo Teorema di König)



$$K_{TOT} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i v_{CM}^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i (v\,'_i)^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} 2 m_i \vec{v}_{Cm} \cdot \vec{v}\,'_i$$

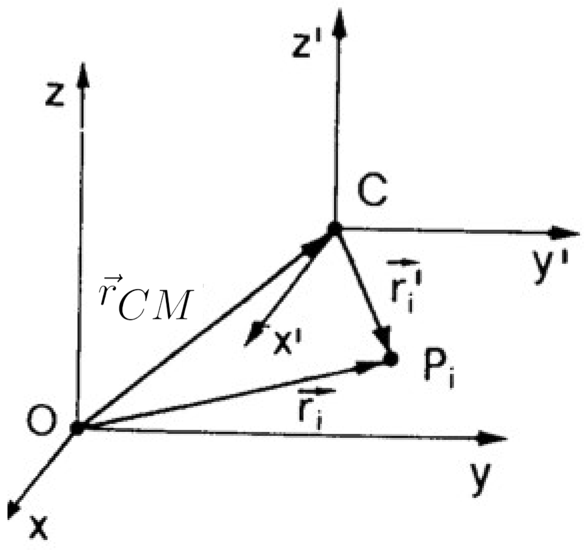
$$K_{CM} = \frac{1}{2} M_{TOT} v_{CM}^2$$

ENERGIA CINETICA
DEL CENTRO DI MASSA

$$K' \equiv K_{rel}$$

ENERGIA CINETICA
NEL SISTEMA DEL
CENTRO DI MASSA
(relativa al centro di massa)

SCOMPOSIZIONE DELL'ENERGIA CINETICA (secondo Teorema di König)



$$K_{TOT} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i v_{CM}^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i (v\,'_i)^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} 2 m_i \vec{v}_{Cm} \cdot \vec{v}\,'_i$$

$$K_{CM} = \frac{1}{2} M_{TOT} v_{CM}^2$$

ENERGIA CINETICA
DEL CENTRO DI MASSA

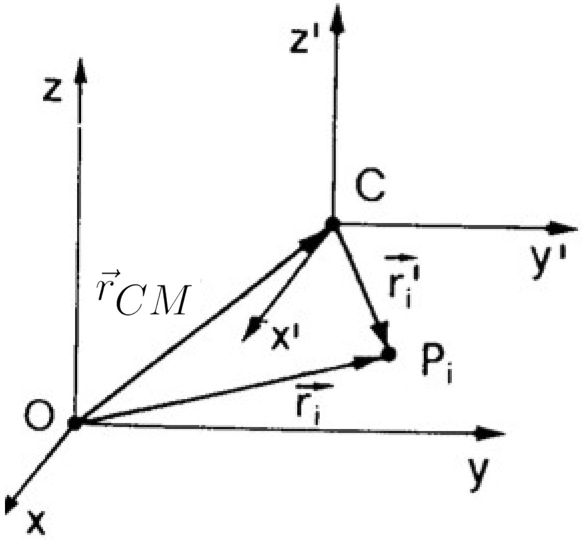
$$K' = K_{rel}$$

ENERGIA CINETICA
NEL SISTEMA DEL
CENTRO DI MASSA
(relativa al centro di massa)

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_{CM} \cdot \vec{v}\,'_i = \vec{v}_{CM} \cdot \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}\,'_i = \vec{v}_{CM} \cdot M_{TOT} \vec{v}\,'_{CM} = 0$$

Perché la velocità del centro di massa nel sistema del centro di massa è nulla!

SCOMPOSIZIONE DELL'ENERGIA CINETICA (secondo Teorema di König)



$$K_{TOT} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i v_{CM}^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i (v_i')^2 + \cancel{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} 2 m_i \vec{v}_{Cm} \cdot \vec{v}_i'}$$

$$K_{CM} = \frac{1}{2} M_{TOT} v_{CM}^2$$

ENERGIA CINETICA
DEL CENTRO DI MASSA

$$K' \equiv K_{REL}$$

ENERGIA CINETICA
NEL SISTEMA DEL
CENTRO DI MASSA
(relativa al centro di massa)

$$\boxed{K_{TOT} = K_{CM} + K_{REL}}$$

II TEOREMA DI KŌNIG

"L'energia cinetica totale di un sistema di corpi si può scrivere come la somma dell'energia cinetica associata al moto del centro di massa e di quella del moto relativo al centro di massa"

POTENZA SVILUPPATA DA UNA FORZA

Il lavoro di una forza ci dice quanta energia viene trasferita ma non quanto tempo è necessario per trasferirla.
Per capire quanto velocemente si compie il lavoro si introduce la grandezza fisica chiamata **potenza**:

$$\boxed{P_{media} = \frac{\Delta L}{\Delta t}}$$ **POTENZA MEDIA**

$$\boxed{P = \frac{dL}{dt}}$$ **POTENZA ISTANTANEA**

POTENZA SVILUPPATA DA UNA FORZA

Il lavoro di una forza ci dice quanta energia viene trasferita ma non quanto tempo è necessario per trasferirla.
Per capire quanto velocemente si compie il lavoro si introduce la grandezza fisica chiamata **potenza**:

$$\boxed{P_{media} = \frac{\Delta L}{\Delta t}}$$ **POTENZA MEDIA**

$$\boxed{P = \frac{dL}{dt}}$$ **POTENZA ISTANTANEA**

Per portare una macchina da 0 a 100 km/h in meno di 3 s ci vuole un motore molto potente!

POTENZA SVILUPPATA DA UNA FORZA

Il lavoro di una forza ci dice quanta energia viene trasferita ma non quanto tempo è necessario per trasferirla.
Per capire quanto velocemente si compie il lavoro si introduce la grandezza fisica chiamata **potenza**:

$$\boxed{P_{media} = \frac{\Delta L}{\Delta t}}$$ **POTENZA MEDIA**

$$\boxed{P = \frac{dL}{dt}}$$ **POTENZA ISTANTANEA**

Per portare una macchina da 0 a 100 km/h in meno di 3 s ci vuole un motore molto potente!

Nel sistema MKS la potenza si misura in W(att): 1 W = 1 J/s

POTENZA SVILUPPATA DA UNA FORZA

Il lavoro di una forza ci dice quanta energia viene trasferita ma non quanto tempo è necessario per trasferirla.
Per capire quanto velocemente si compie il lavoro si introduce la grandezza fisica chiamata **potenza**:

$$\boxed{P_{media} = \frac{\Delta L}{\Delta t}}$$ **POTENZA MEDIA**

$$\boxed{P = \frac{dL}{dt}}$$ **POTENZA ISTANTANEA**

Per portare una macchina da 0 a 100 km/h in meno di 3 s ci vuole un motore molto potente!

Nel sistema MKS la potenza si misura in W(att): 1 W = 1 J/s
Nel mondo dei motori si usano i cavalli vapore: 1 cv = 0.7355 kW

POTENZA SVILUPPATA DA UNA FORZA

Il lavoro di una forza ci dice quanta energia viene trasferita ma non quanto tempo è necessario per trasferirla.
Per capire quanto velocemente si compie il lavoro si introduce la grandezza fisica chiamata **potenza**:

$$P_{media} = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$ **POTENZA MEDIA**

$$P = \frac{dL}{dt}$$ **POTENZA ISTANTANEA**

Per portare una macchina da 0 a 100 km/h in meno di 3 s ci vuole un motore molto potente!

Nel sistema MKS la potenza si misura in W(att): 1 W = 1 J/s
Nel mondo dei motori si usano i cavalli vapore: 1 cv = 0.7355 kW

Se moltiplico la potenza per il tempo di utilizzo riottengo un'energia:
1 kWh (chilowattora) = 1kW * 3600 s = 3.6 MJ

(bolletta della luce)

POTENZA SVILUPPATA DA UNA FORZA

$$P = \frac{dL}{dt}$$

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

POTENZA SVILUPPATA DA UNA FORZA

$$P = \frac{dL}{dt}$$

$$\longrightarrow \quad P = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Maggiore è la velocità dell'oggetto, maggiore sarà l'energia che gli viene trasferita per unità di tempo.

POTENZA SVILUPPATA DA UNA FORZA

$$P = \frac{dL}{dt}$$

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$\longrightarrow \quad P = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Maggiore è la velocità dell’oggetto, maggiore sarà l’energia che gli viene trasferita per unità di tempo.

Ma attenzione al prodotto scalare! Se la forza è perpendicolare alla velocità la potenza trasferita è nulla!

POTENZA SVILUPPATA DA UNA FORZA

$$P = \frac{dL}{dt}$$

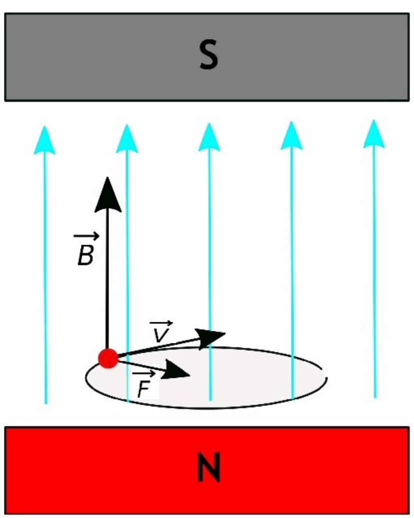
$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$\longrightarrow \quad P = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Maggiore è la velocità dell'oggetto, maggiore sarà l'energia che gli viene trasferita per unità di tempo.

Ma attenzione al prodotto scalare! Se la forza è perpendicolare alla velocità la potenza trasferita è nulla!

Esempio (Fisica II): forza di Lorentz



Una carica q in moto con velocità $\vec{v}$ in un campo magnetico uniforme $\vec{B}$ sente una forza

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

POTENZA SVILUPPATA DA UNA FORZA

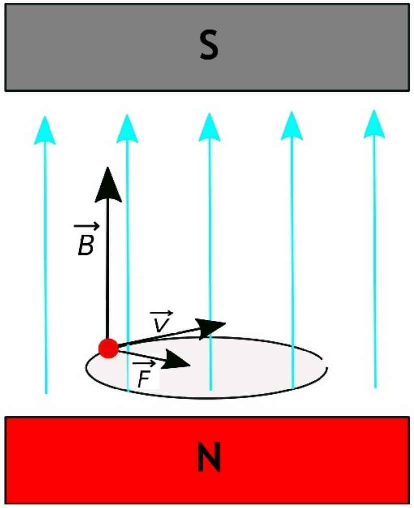
$$P = \frac{dL}{dt} \qquad \longrightarrow \qquad P = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Maggiore è la velocità dell'oggetto, maggiore sarà l'energia che gli viene trasferita per unità di tempo.

Ma attenzione al prodotto scalare! Se la forza è perpendicolare alla velocità la potenza trasferita è nulla!

Esempio (Fisica II): forza di Lorentz



Una carica q in moto con velocità $\vec{v}$ in un campo magnetico uniforme $\vec{B}$ sente una forza

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Essendo il risultato del prodotto vettoriale perpendicolare a entrambi i vettori di partenza si ha $\vec{F} \perp \vec{v} \rightarrow \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$

<u>POTENZA SVILUPPATA DA UNA FORZA</u>

$$P = \frac{dL}{dt}$$

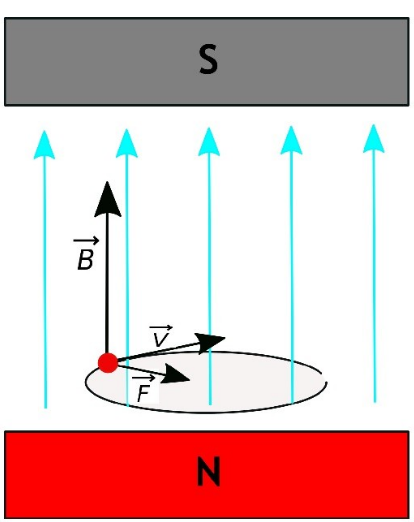
$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$\longrightarrow \quad P = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Maggiore è la velocità dell’oggetto, maggiore sarà l’energia che gli viene trasferita per unità di tempo.

Ma attenzione al prodotto scalare! Se la forza è perpendicolare alla velocità la potenza trasferita è nulla!

<u>Esempio (Fisica II): forza di Lorentz</u>



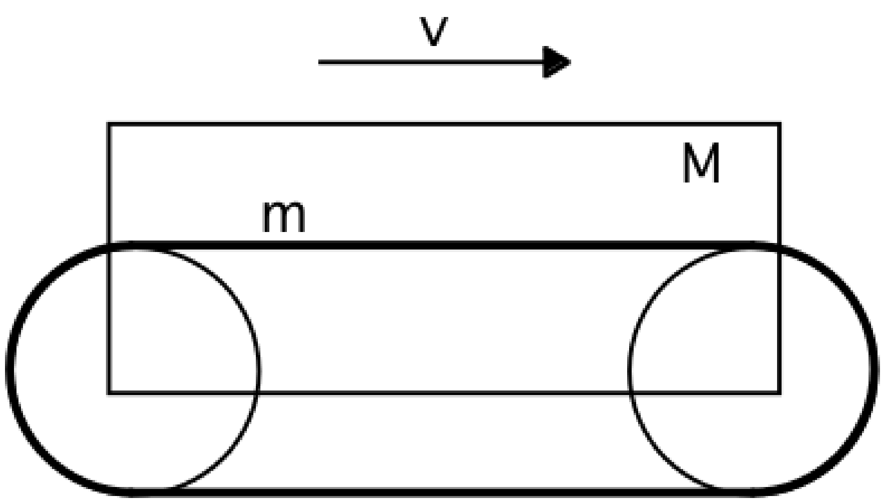
Una carica q in moto con velocità $\vec{v}$ in un campo magnetico uniforme $\vec{B}$ sente una forza

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Essendo il risultato del prodotto vettoriale perpendicolare a entrambi i vettori di partenza si ha $\vec{F} \perp \vec{v} \rightarrow \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$

e quindi la potenza trasferita è nulla: non si può accelerare una carica con un campo magnetico costante!

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



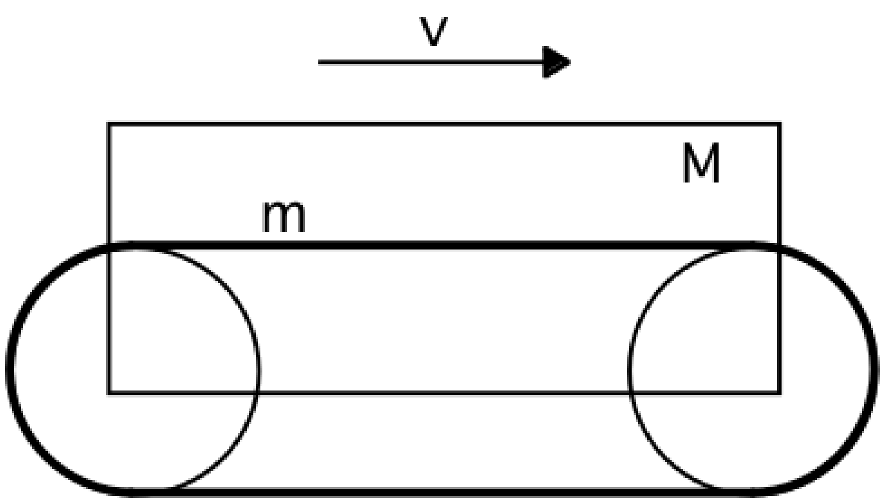
In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

a) Si chiede di determinare l'energia cinetica del veicolo, se questo si muove a velocità v.

b) Se il trattore parte da fermo ed il suo motore sviluppa una potenza costante P, si chiede quanto tempo è necessario per raggiungere la velocità v.

c) Nelle stesse ipotesi del punto b) si scriva la legge oraria del moto del trattore.

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



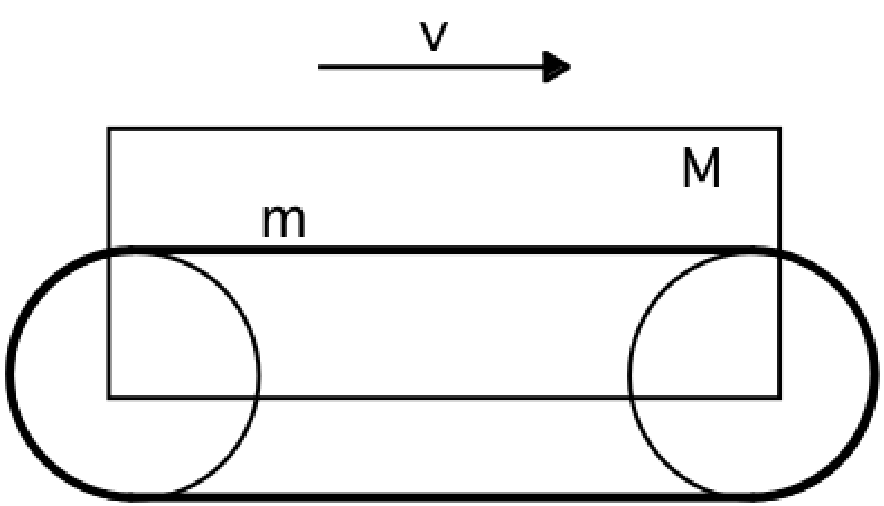
In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

a) Si chiede di determinare l'energia cinetica del veicolo, se questo si muove a velocità v.

$$K_{corpo} = \frac{1}{2}Mv^2$$

Energia cinetica del corpo del trattore

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

a) Si chiede di determinare l'energia cinetica del veicolo, se questo si muove a velocità v.

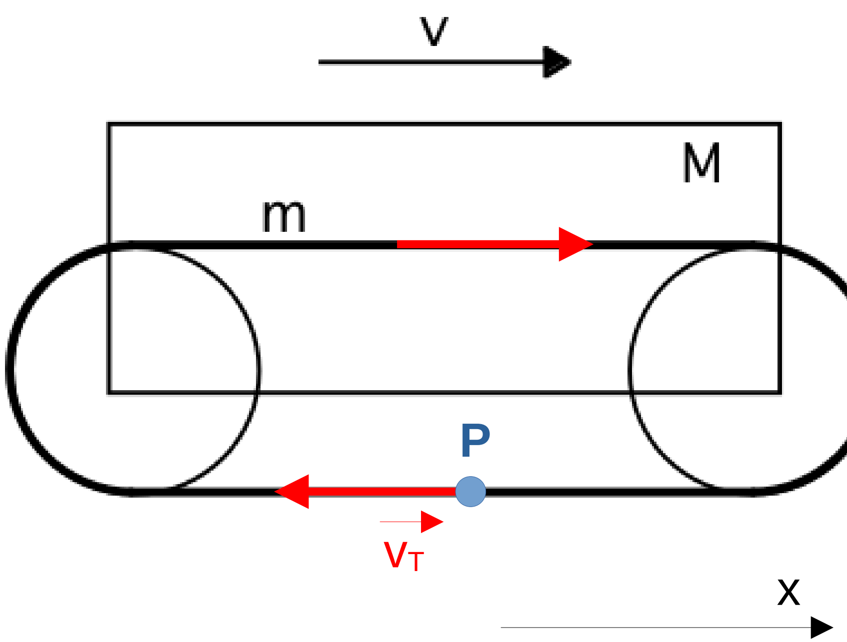
$$K_{corpo} = \frac{1}{2}Mv^2$$

Energia cinetica del corpo del trattore

$$K_{cingolo,CM} = \frac{1}{2}mv^2$$

Energia cinetica del centro di massa di un cingolo

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

a) Si chiede di determinare l'energia cinetica del veicolo, se questo si muove a velocità v.

$$K_{corpo} = \frac{1}{2}Mv^2$$

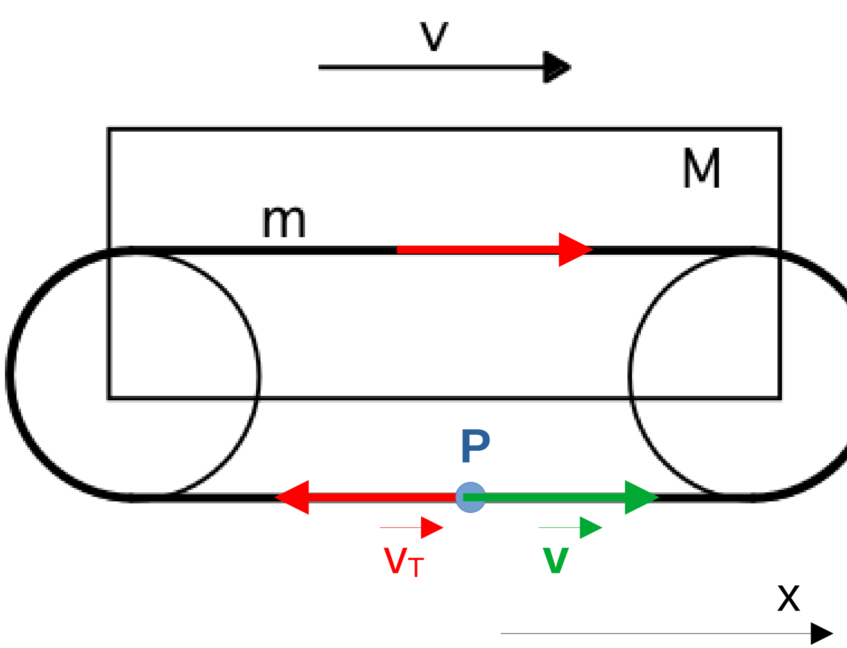
Energia cinetica del corpo del trattore

$$K_{cingolo,CM} = \frac{1}{2}mv^2$$

Energia cinetica del centro di massa di un cingolo

$\vec{v}_T$ Velocità tangenziale del cingolo (velocità relativa al CM)

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

a) Si chiede di determinare l'energia cinetica del veicolo, se questo si muove a velocità v.

$$K_{corpo} = \frac{1}{2} M v^2$$

Energia cinetica del corpo del trattore

$$K_{cingolo,CM} = \frac{1}{2} m v^2$$

Energia cinetica del centro di massa di un cingolo

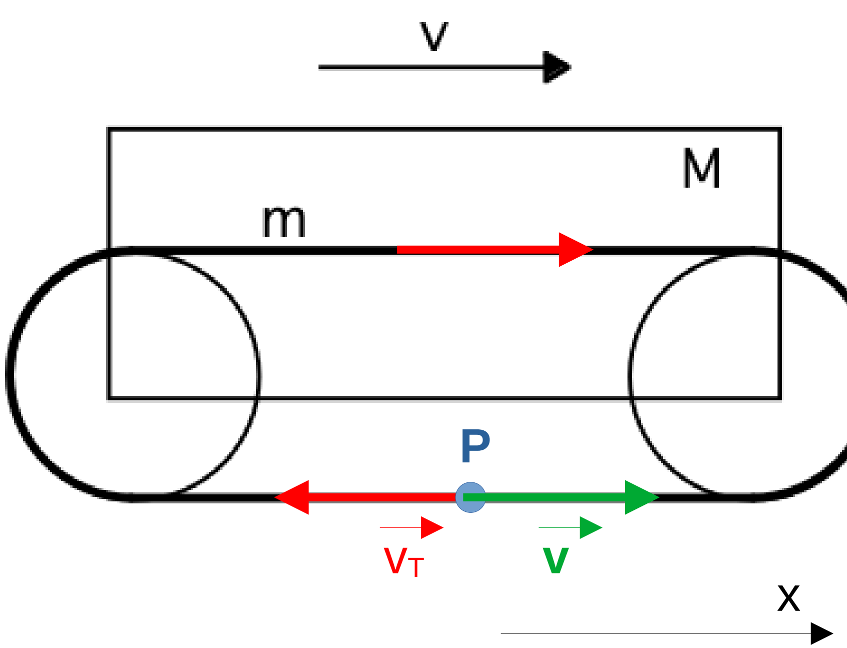
$\vec{v}_T$ Velocità tangenziale del cingolo (velocità relativa al CM)

$$v_{Px} = v - v_T$$

Componenente x della velocità di un generico punto P a contatto con il suolo

(velocità assoluta= velocità di trascinamento + velocità relativa)

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

a) Si chiede di determinare l'energia cinetica del veicolo, se questo si muove a velocità v.

$$K_{corpo} = \frac{1}{2} M v^2$$ Energia cinetica del corpo del trattore

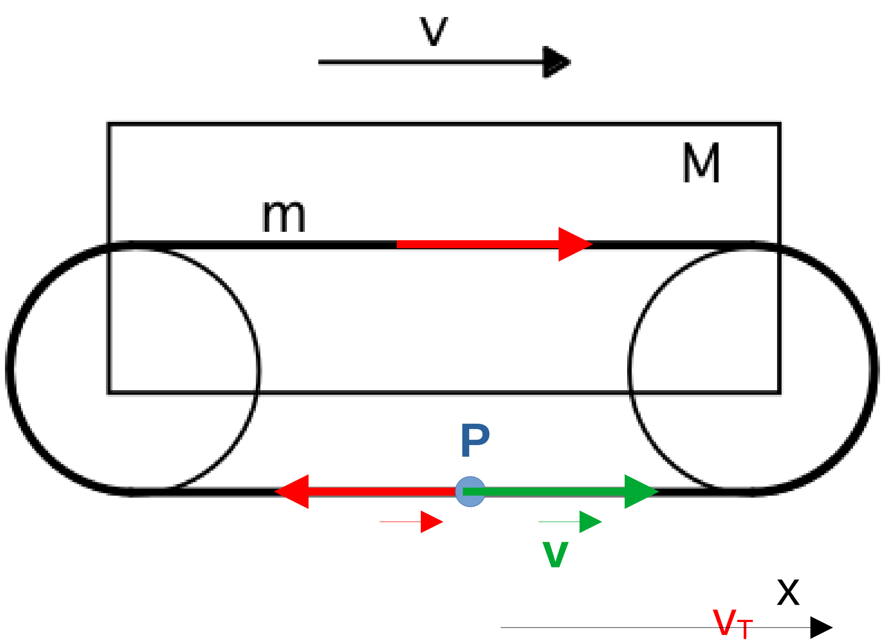
$$K_{cingolo,CM} = \frac{1}{2} m v^2$$ Energia cinetica del centro di massa di un cingolo

$\vec{v}_T$ Velocità tangenziale del cingolo (velocità relativa al CM)

$$v_{Px} = v - v_T$$ Componenente x della velocità di un generico punto P
(velocità assoluta= velocità di trascinamento + velocità relativa)

$$v_{Px} = 0 \rightarrow v_T = v$$ Perché il cingolo non slitta né striscia

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

a) Si chiede di determinare l'energia cinetica del veicolo, se questo si muove a velocità v.

$$K_{corpo} = \frac{1}{2}Mv^2$$

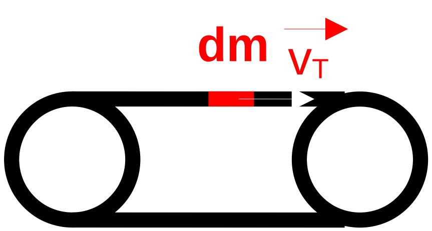
Energia cinetica del corpo del trattore

$$K_{cingolo,CM} = \frac{1}{2}mv^2$$

Energia cinetica del centro di massa di un cingolo

$$K_{cingolo,rel} = \frac{1}{2}mv_T^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

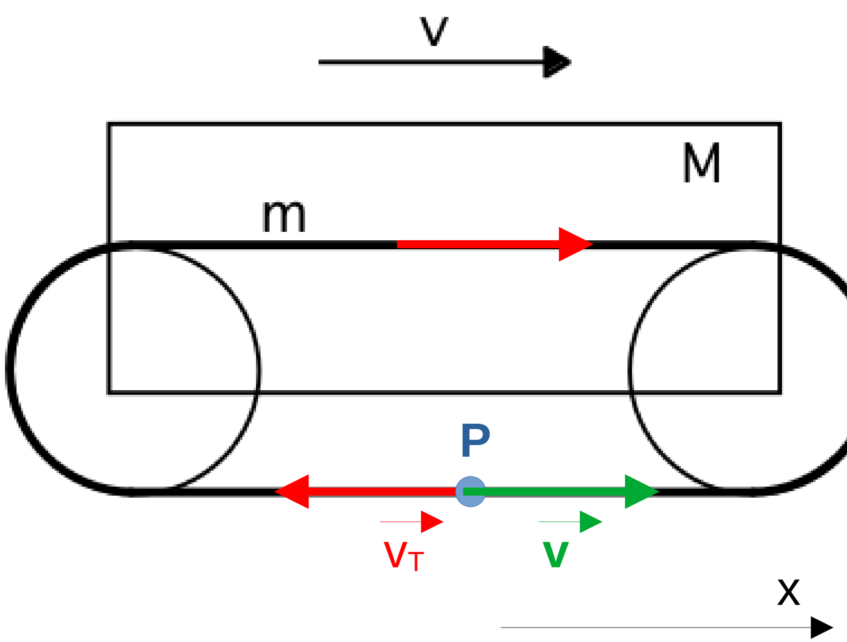
Energia cinetica relativa al centro di massa di un cingolo



Ogni elementino di massa dm del cingolo contribuisce con

$$dK_{rel} = \frac{1}{2}v_T^2 dm \;\rightarrow\; K_{rel} = \int \frac{1}{2}v_T^2 dm = \frac{1}{2}mv_T^2$$

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

a) Si chiede di determinare l'energia cinetica del veicolo, se questo si muove a velocità v.

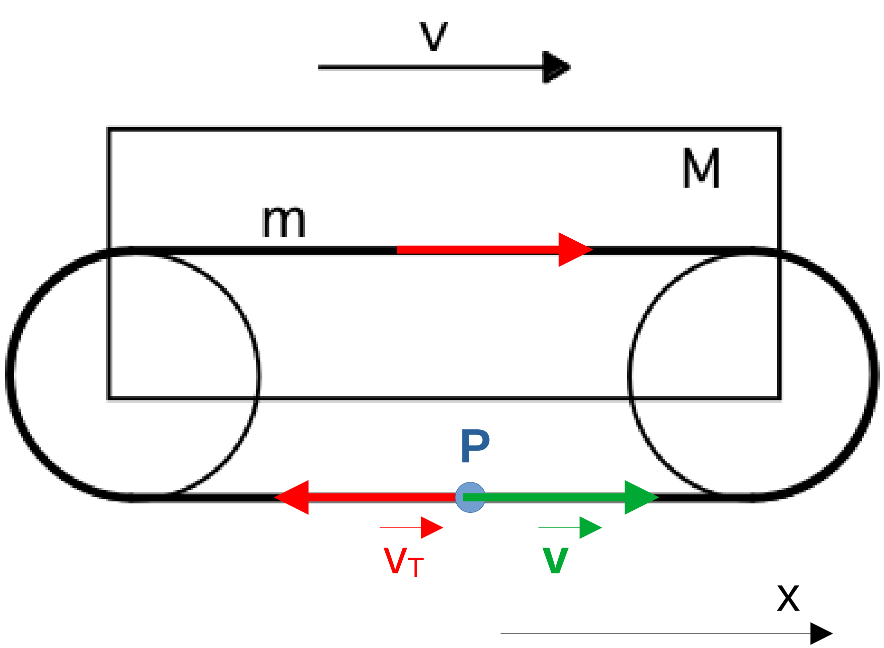
$$K_{corpo} = \frac{1}{2}Mv^2$$ Energia cinetica del corpo del trattore

$$K_{cingolo,CM} = \frac{1}{2}mv^2$$ Energia cinetica del centro di massa di un cingolo

$$K_{cingolo,rel} = \frac{1}{2}mv_T^2 = \frac{1}{2}mv^2$$ Energia cinetica relativa al centro di massa di un cingolo

$$K_{cingolo} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mv^2$$ Secondo teorema di König

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

a) Si chiede di determinare l'energia cinetica del veicolo, se questo si muove a velocità v.

$$K_{corpo} = \frac{1}{2}Mv^2$$ Energia cinetica del corpo del trattore

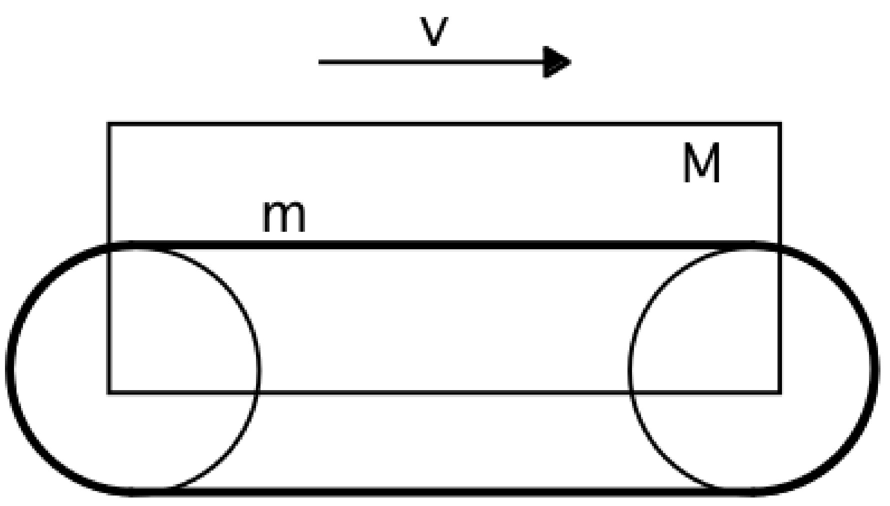
$$K_{cingolo,CM} = \frac{1}{2}mv^2$$ Energia cinetica del centro di massa di un cingolo

$$K_{cingolo,rel} = \frac{1}{2}mv_T^2 = \frac{1}{2}mv^2$$ Energia cinetica relativa al centro di massa di un cingolo

$$K_{cingolo} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mv^2$$ Secondo teorema di König

$$K_{TOT} = K_{corpo} + 2K_{cingolo} = \frac{1}{2}Mv^2 + 2mv^2$$

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



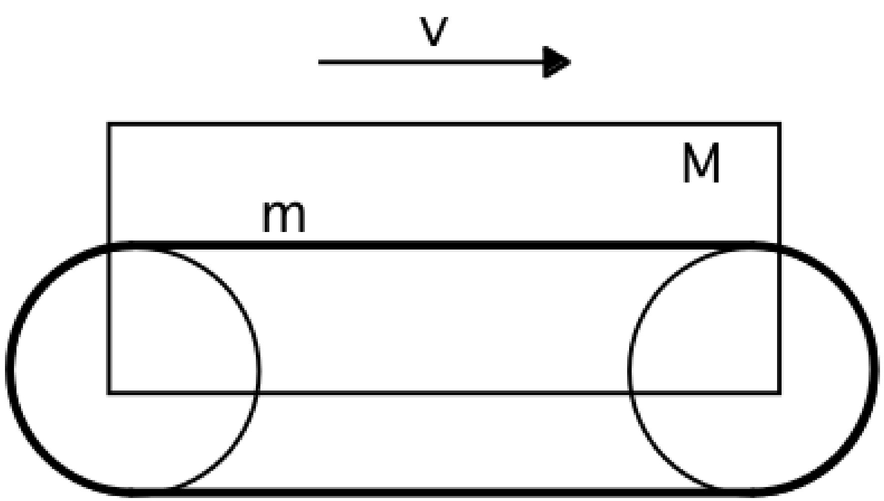
In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

b) Se il trattore parte da fermo ed il suo motore sviluppa una potenza costante P, si chiede quanto tempo è necessario per raggiungere la velocità v.

$$K_{IN} = 0$$

Energia cinetica iniziale

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



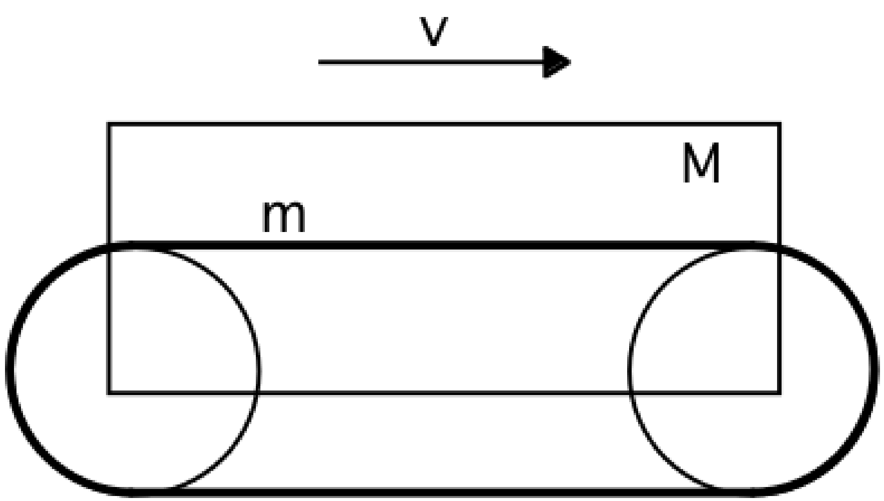
In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

b) Se il trattore parte da fermo ed il suo motore sviluppa una potenza costante P, si chiede quanto tempo è necessario per raggiungere la velocità v.

$$K_{IN} = 0$$ Energia cinetica iniziale

$$K_{FIN} = \frac{1}{2}Mv^2 + 2mv^2$$ Energia cinetica finale

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

b) Se il trattore parte da fermo ed il suo motore sviluppa una potenza costante P, si chiede quanto tempo è necessario per raggiungere la velocità v.

$$K_{IN} = 0$$

Energia cinetica iniziale

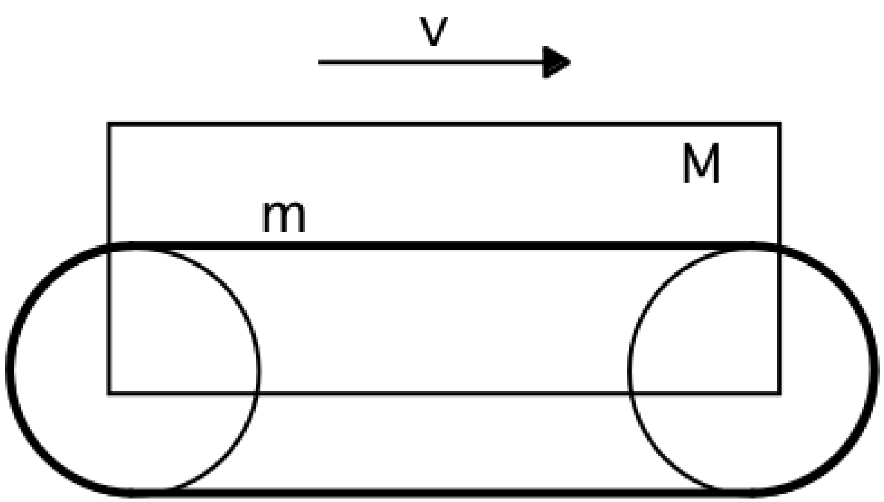
$$K_{FIN} = \frac{1}{2}Mv^2 + 2mv^2$$

Energia cinetica finale

$$L_{TOT} = K_{FIN} - K_{IN} = \frac{1}{2}Mv^2 + 2mv^2$$

Lavoro di tutte le forze che agiscono sul trattore

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

b) Se il trattore parte da fermo ed il suo motore sviluppa una potenza costante P, si chiede quanto tempo è necessario per raggiungere la velocità v.

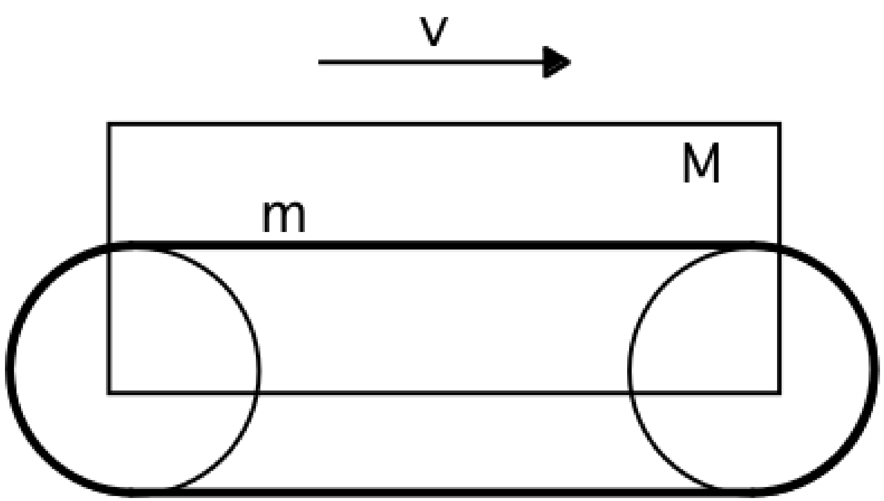
$$K_{IN} = 0$$ Energia cinetica iniziale

$$K_{FIN} = \frac{1}{2}Mv^2 + 2mv^2$$ Energia cinetica finale

$$L_{TOT} = K_{FIN} - K_{IN} = \frac{1}{2}Mv^2 + 2mv^2$$ Lavoro di tutte le forze che agiscono sul trattore

Quali forze compiono lavoro sul trattore?

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

b) Se il trattore parte da fermo ed il suo motore sviluppa una potenza costante P, si chiede quanto tempo è necessario per raggiungere la velocità v.

$$K_{IN} = 0$$ Energia cinetica iniziale

$$K_{FIN} = \frac{1}{2}Mv^2 + 2mv^2$$ Energia cinetica finale

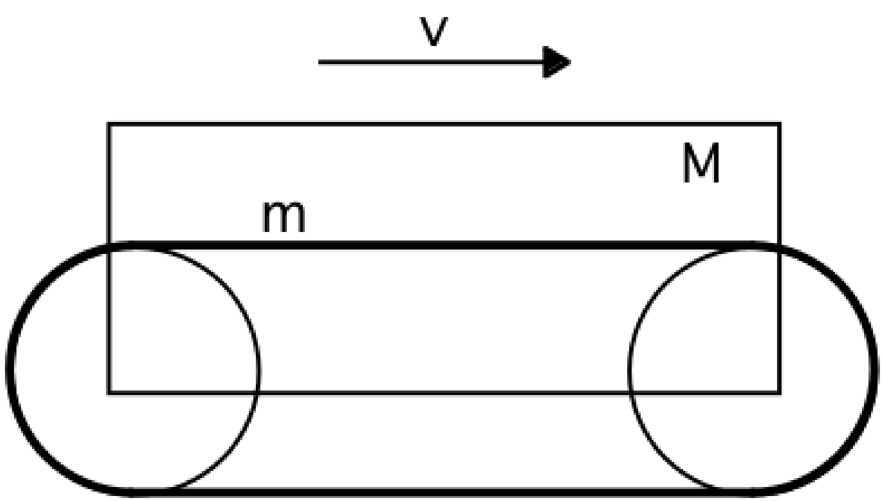
$$L_{TOT} = K_{FIN} - K_{IN} = \frac{1}{2}Mv^2 + 2mv^2$$ Lavoro di tutte le forze che agiscono sul trattore

Quali forze compiono lavoro sul trattore?

Solo la forza del motore.
L'attrito tra cingoli e suolo no!
Trascuriamo gli attriti interni e quello dell'aria

$$L_{TOT} = L$$

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

b) Se il trattore parte da fermo ed il suo motore sviluppa una potenza costante P, si chiede quanto tempo è necessario per raggiungere la velocità v.

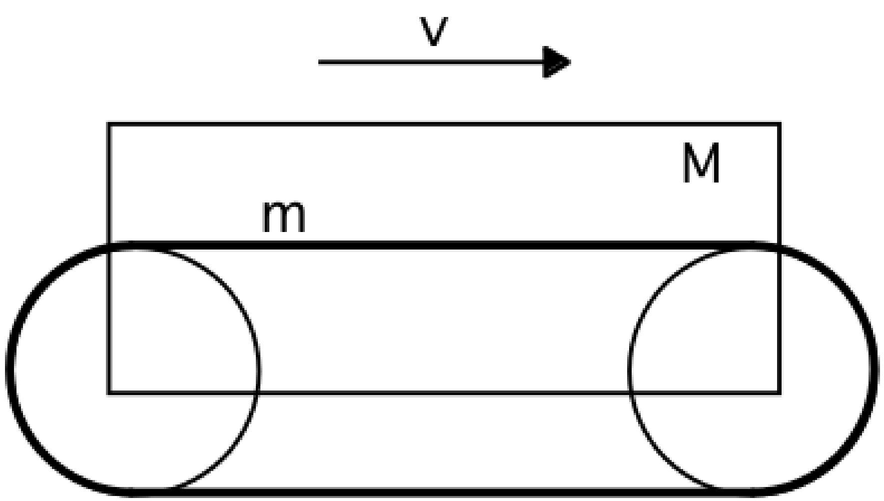
$$K_{IN} = 0$$ Energia cinetica iniziale

$$K_{FIN} = \frac{1}{2}Mv^2 + 2mv^2$$ Energia cinetica finale

$$L_{TOT} = K_{FIN} - K_{IN} = \frac{1}{2}Mv^2 + 2mv^2$$ Lavoro di tutte le forze che agiscono sul trattore

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{L}{t}$$ è costante

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

b) Se il trattore parte da fermo ed il suo motore sviluppa una potenza costante P, si chiede quanto tempo è necessario per raggiungere la velocità v.

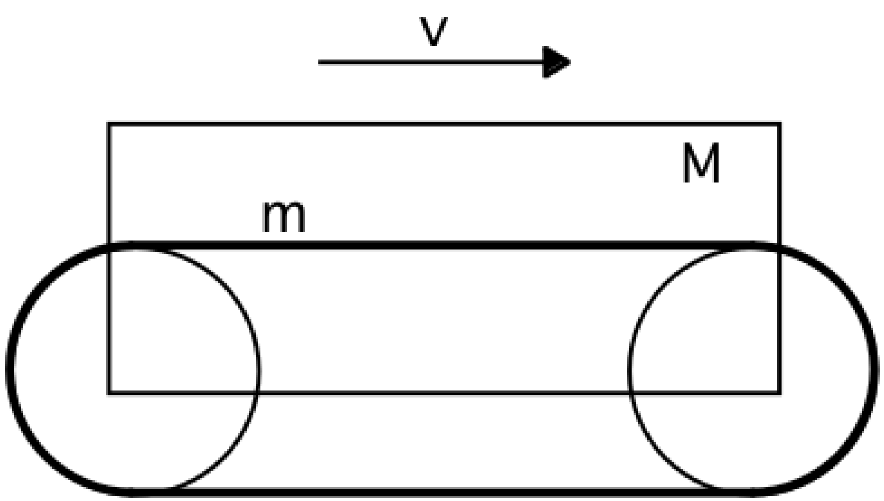
$$K_{IN} = 0$$ Energia cinetica iniziale

$$K_{FIN} = \frac{1}{2}Mv^2 + 2mv^2$$ Energia cinetica finale

$$L_{TOT} = K_{FIN} - K_{IN} = \frac{1}{2}Mv^2 + 2mv^2$$ Lavoro di tutte le forze che agiscono sul trattore

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{L}{t}$$ è costante $\longrightarrow$ $$t = \frac{L}{P} = \frac{(M+4m)v^2}{2P}$$

Esercizio d’esame #7 capitolo 6

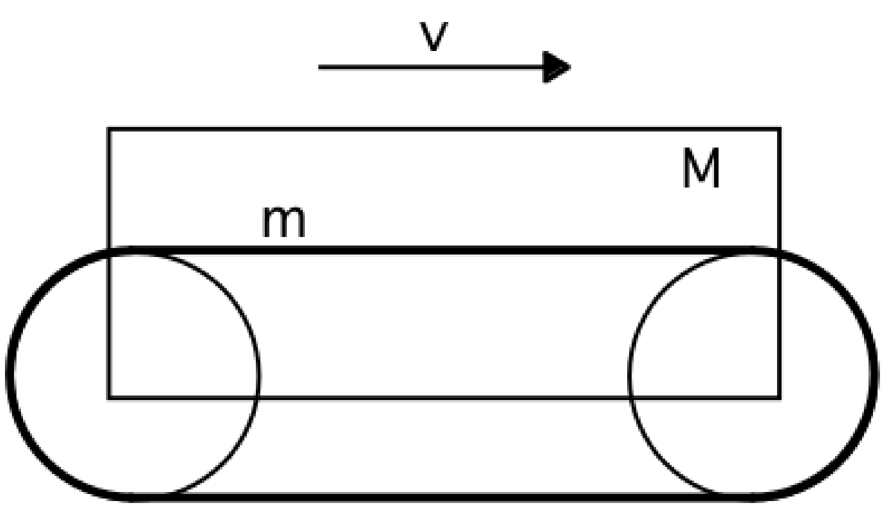


In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

c) Nelle stesse ipotesi del punto b) si scriva la legge oraria del moto del trattore.

$$L(t) = K(t) - K_{IN} = K(t) \qquad K_{IN} = 0$$

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



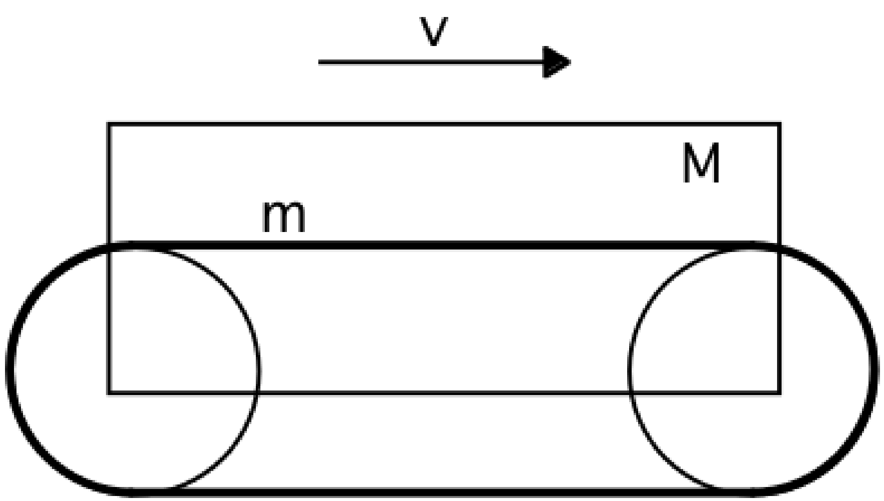
In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

c) Nelle stesse ipotesi del punto b) si scriva la legge oraria del moto del trattore.

$$L(t) = K(t) - K_{IN} = K(t) \qquad K_{IN} = 0$$

$$K(t) = \left(\frac{1}{2}M + 2m\right) v^2 = \mu v^2 \qquad \mu \equiv \frac{1}{2}M + 2m$$

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

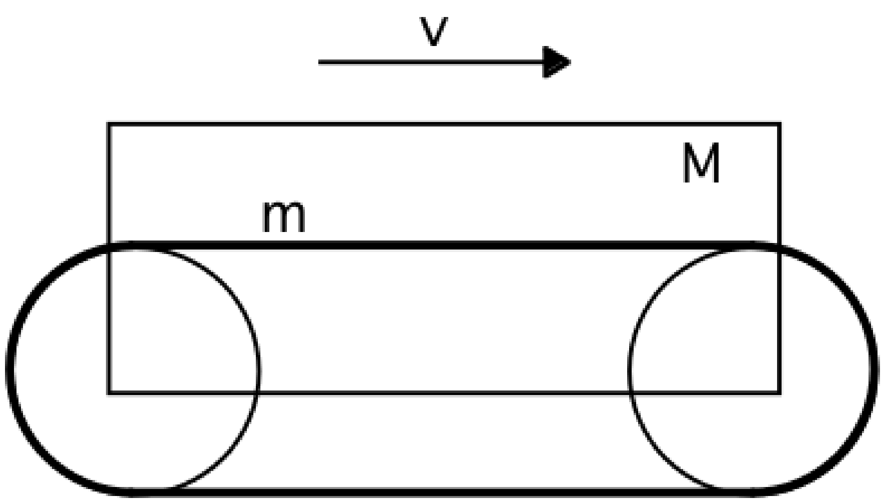
c) Nelle stesse ipotesi del punto b) si scriva la legge oraria del moto del trattore.

$$L(t) = K(t) - K_{IN} = K(t) \qquad K_{IN} = 0$$

$$K(t) = \left(\frac{1}{2}M + 2m\right)v^2 = \mu v^2 \qquad \mu \equiv \frac{1}{2}M + 2m$$

$$L(t) = Pt = \mu v^2$$

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

c) Nelle stesse ipotesi del punto b) si scriva la legge oraria del moto del trattore.

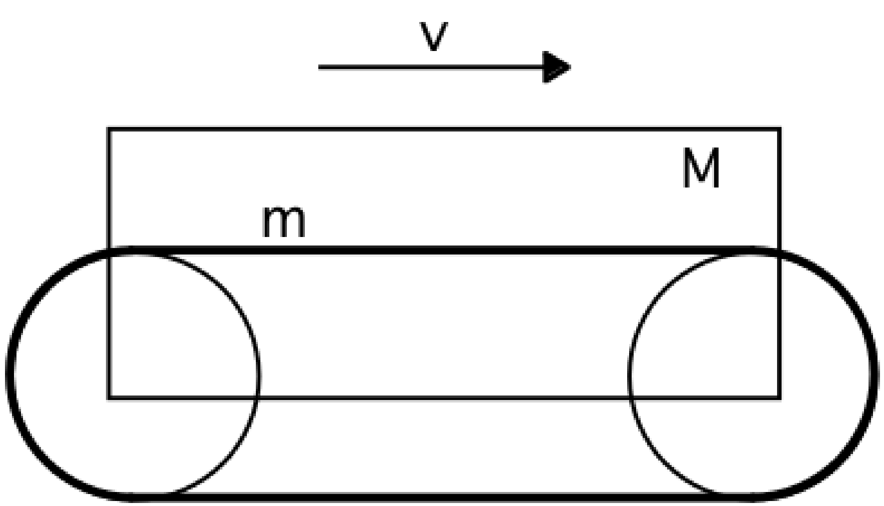
$$L(t) = K(t) - K_{IN} = K(t) \qquad K_{IN} = 0$$

$$K(t) = \left(\frac{1}{2}M + 2m\right) v^2 = \mu v^2 \qquad \mu \equiv \frac{1}{2}M + 2m$$

$$L(t) = Pt = \mu v^2$$

$$v^2 = \frac{Pt}{\mu}$$

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



In figura è rappresentato schematicamente un trattore, di massa M, le cui ruote, di massa trascurabile, fanno presa a terra tramite 2 (due, la destra e la sinistra) cinghie dentate di massa m ognuna, distribuita uniformemente sulla relativa lunghezza.

c) Nelle stesse ipotesi del punto b) si scriva la legge oraria del moto del trattore.

$$L(t) = K(t) - K_{IN} = K(t) \qquad K_{IN} = 0$$

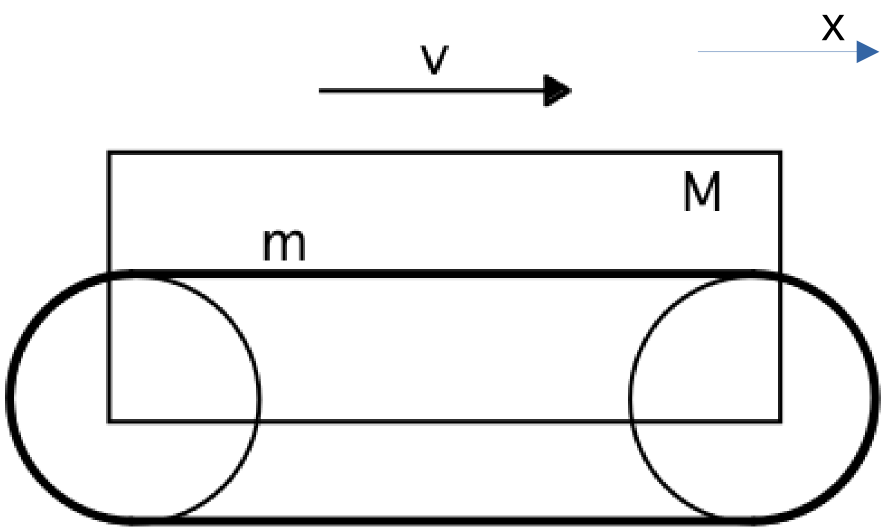
$$K(t) = \left(\frac{1}{2}M + 2m\right) v^2 = \mu v^2 \qquad \mu \equiv \frac{1}{2}M + 2m$$

$$L(t) = Pt = \mu v^2$$

$$v^2 = \frac{Pt}{\mu} \longrightarrow v(t) = \sqrt{\frac{Pt}{\mu}}$$

Come trovo la legge oraria?

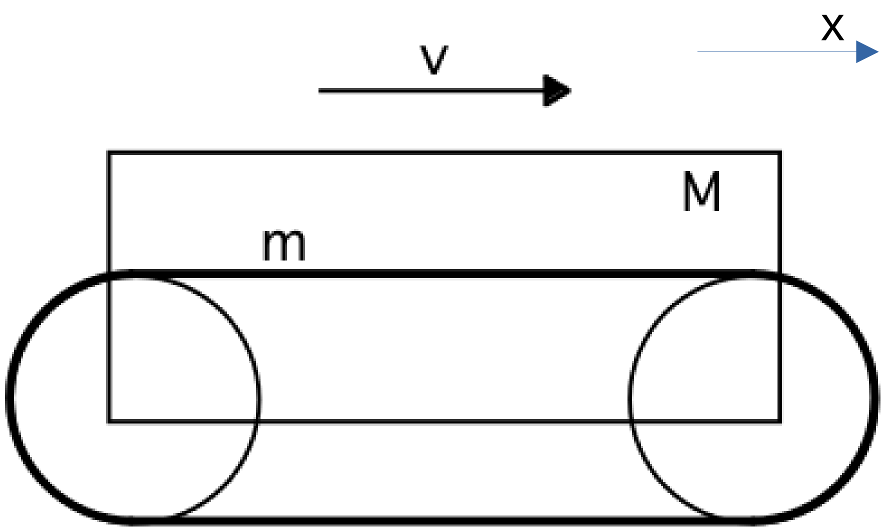
Esercizio d'esame #7 capitolo 6



c) Nelle stesse ipotesi del punto b) si scriva la legge oraria del moto del trattore.

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{Pt}{\mu}}$$

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



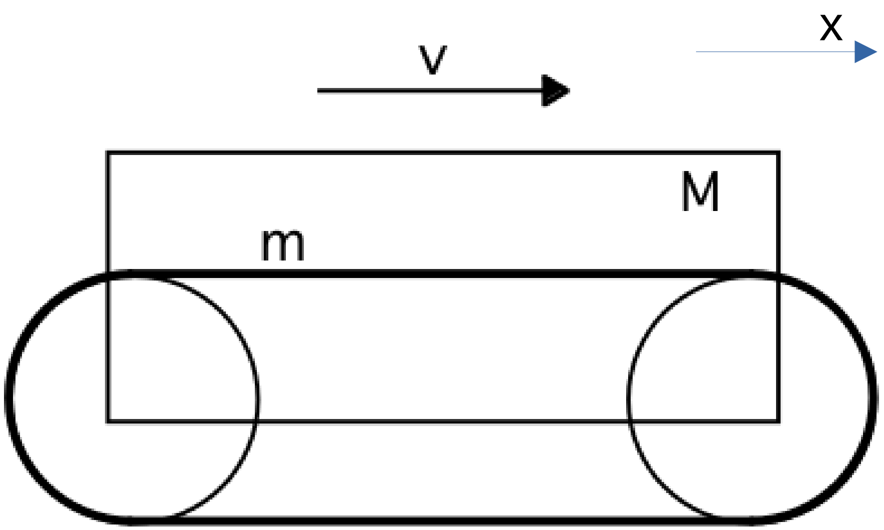
c) Nelle stesse ipotesi del punto b) si scriva la legge oraria del moto del trattore.

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{Pt}{\mu}}$$

Separo le variabili

$$dx = \sqrt{\frac{Pt}{\mu}}dt$$

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



c) Nelle stesse ipotesi del punto b) si scriva la legge oraria del moto del trattore.

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{Pt}{\mu}}$$

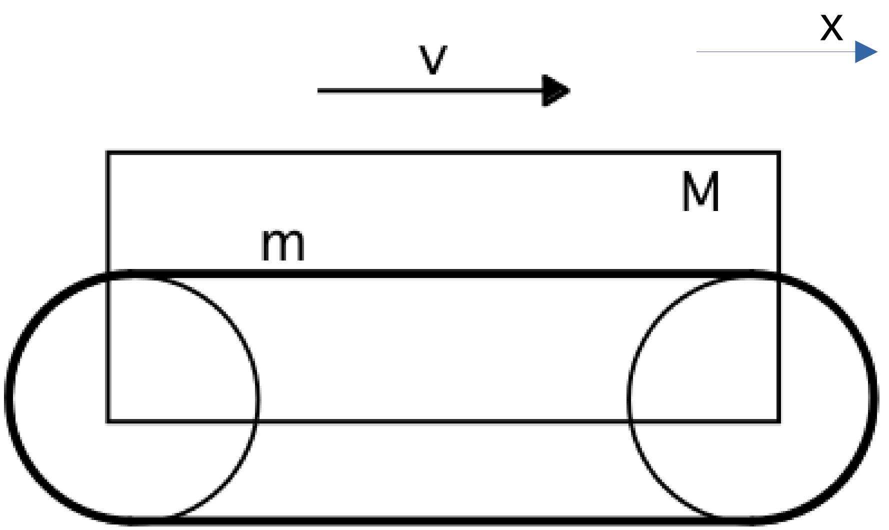
Separo le variabili

$$dx = \sqrt{\frac{Pt}{\mu}}dt$$

Integro tra la situazione iniziale e quella a t generico

$$\int_{x_0}^{x(t)} dx = \int_0^t \sqrt{\frac{Pt}{\mu}}dt$$

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



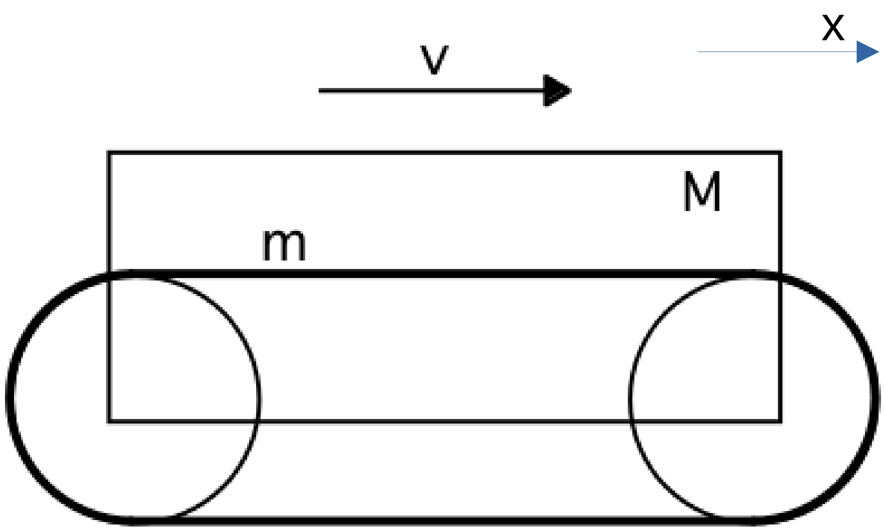
$$\int_{x_0}^{x(t)} dx = \int_0^t \sqrt{\frac{Pt}{\mu}}dt$$

c) Nelle stesse ipotesi del punto b) si scriva la legge oraria del moto del trattore.

$$x(t) - x_0 = \sqrt{\frac{P}{\mu}}\left[\frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_0^t = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{Pt^3}{\mu}}$$

Integrale indefinito: $\int \sqrt{t}dt = \int t^{\frac{1}{2}}dt = \frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + \mathbb{k} = \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \mathbb{k}$

Esercizio d'esame #7 capitolo 6



$$\mu \equiv \frac{1}{2}M + 2m$$

c) Nelle stesse ipotesi del punto b) si scriva la legge oraria del moto del trattore.

$$x(t) - x_0 = \sqrt{\frac{P}{\mu}}\left[\frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_0^t = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{Pt^3}{\mu}}$$

$$x(t) = x_0 + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{Pt^3}{\frac{M}{2} + 2m}}$$