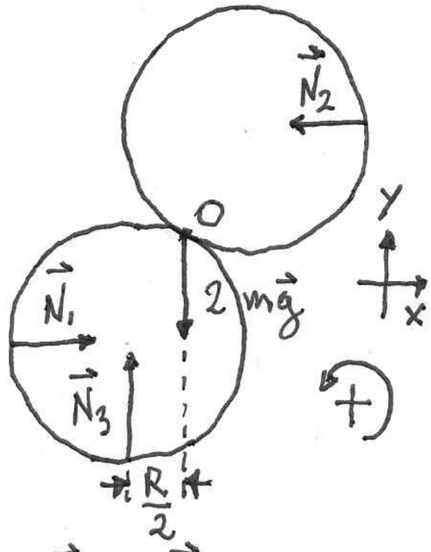
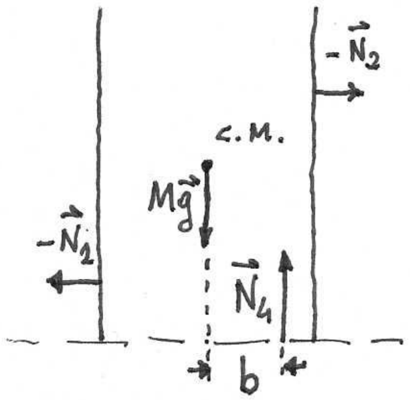



CONSIDERIAMO IL SISTEMA FORMATO DALLE DUE SFERE E DISEGNAMO SOLO LE FORZE <u>ESTERNE</u>.

DALLA I EQ. CARDINALE LUNGO Y SI HA $N_3 = 2mg$
PER LA II EQ. CARDINALE CONSIDERIAMO O COME POLO E IL VERSO ANTIORARIO COME POSITIVO. SIA $M_3$ IL MOMENTO MECCANICO DOVUTO A $\vec{N}_3$, SI HA $M_3 = -\frac{R}{2} \cdot N_3 = -mgR$

SIA $M_{12}$ IL MOMENTO MECCANICO ESERCITATO DAL TUBO SULLE SFERE TRAMITE LE FORZE $\vec{N}_1$ E $\vec{N}_2$. APPLICANDO LA II EQ. CARDINALE $M_3 + M_{12} = 0$
QUINDI $M_{12} = +mgR$. OVVIAMENTE LA FORZA PESO FA MOMENTO NULLO.




VENIAMO ORA AL TUBO. LA PRIMA EQ. CARDINALE LUNGO Y DÀ $N_4 = Mg$
PER LA II EQ. CARDINALE PRENDIAMO IL C.M. COME POLO. SIA $b$ LA DISTANZA LUNGO X DAL CENTRO DELLA BASE AL PUNTO EQUIVALENTE DI APPLICAZIONE DELLA FORZA NORMALE DI REAZIONE VINCOLARE DEL PAVIMENTO. SIA $M_4$ IL MOMENTO MECCANICO DOVUTO AD $\vec{N}_4$. SI HA $M_4 = Mgb$.

PER IL III PRINCIPIO DI NEWTON <u>SE</u> IL TUBO ESERCITA UN MOMENTO MECCANICO $M_{12}$ SULLE SFERE <u>ALLORA</u> LE SFERE ESERCITANO (TRAMITE $-\vec{N}_1$ E $-\vec{N}_2$) UN MOMENTO MECCANICO $-M_{12}$ SUL TUBO.

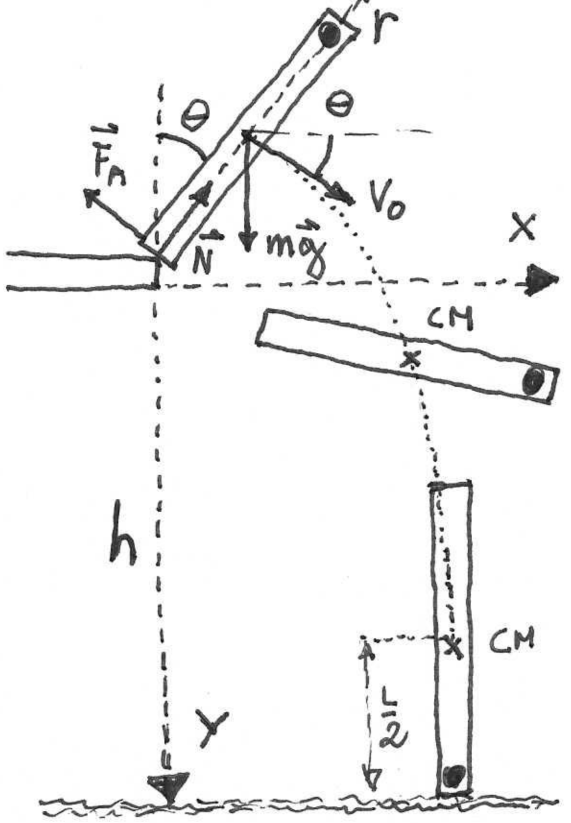
SI HA ALLORA $\quad M_4 - M_{12} = 0$

CIOÈ $\quad M\cancel{g}b - m\cancel{g}R = 0$

QUINDI $\quad M = \dfrac{mR}{b}$

DA QUESTA FORMULA È EVIDENTE CHE PER AVERE M MINIMA POSSIBILE BISOGNA AVERE $b$ MAGGIORE POSSIBILE, CIOÈ
$b = 1{,}5R = \frac{3}{2}R$ PER CUI

$$M = \frac{m\cancel{R}}{\frac{3}{2}\cancel{R}} = \frac{2m}{3}$$




SCRIVIAMO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA DURANTE LA ROTAZIONE INIZIALE

$$\cancel{m} g \frac{\cancel{L}}{\cancel{2}} = \cancel{m} g \frac{\cancel{L}}{\cancel{2}} \cos\theta + \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{1}{3} \cancel{m} L^{\cancel{2}} \omega^2 \quad (1)$$

ANCORA DURANTE LA ROTAZIONE SI HA, PROIETTANDO LE FORZE SULL'ASSE r,

$$\sum_i F_{i_r} = -m a_c \rightarrow N - \cancel{m} g \cos\theta = \cancel{m} \omega^2 \frac{L}{2} \quad (2)$$

AL MOMENTO DEL DISTACCO SI HA $N = 0$, $\omega = \omega_0$ $\theta = \theta_0$, (1) E (2) DIVENTANO

$$\begin{cases} g = g\cos\theta_0 + \frac{1}{3} L \omega_0^2 \\ g\cos\theta_0 = \frac{1}{2} L \omega_0^2 \end{cases}$$

SISTEMA LINEARE A 2 INCOGNITE. PER SOSTITUZIONE:

$$\omega_0^2 = \frac{6g}{5L} \longrightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{6g}{5L}}$$

a) $\cos\theta_0 = \frac{3}{5} \rightarrow \sin\theta_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$ INOLTRE

$$V_0 = \omega_0 \frac{L}{2} = \sqrt{\frac{6g}{5L}} \frac{L}{2} = \sqrt{\frac{3gL}{10}}$$

CALCOLIAMO QUANTO TEMPO È NECESSARIO PERCHÈ IL TUFFATORE ABBIA IL SUO CORPO IN VERTICALE, A PARTIRE DAL MOMENTO


DEL DISTACCO. IL CORPO DEVE RUOTARE DI $\pi - \theta_0$ A VELOCITÀ ANGOLARE COSTANTE $\omega_0$. QUINDI

$$\pi - \theta_0 = \omega_0 t^* \qquad t^* = \frac{\pi - \theta_0}{\omega_0} = \sqrt{\frac{5L}{6g}} \left(\pi - \arccos\left(\frac{3}{5}\right)\right)$$

CALCOLIAMO $Y_{CM}(t^*)$. $Y_{CM}(0) = -\frac{L}{2}\cos\theta_0$, $V_{Y_{CM}}(0) = V_0 \sin\theta_0$

QUINDI $Y_{CM}(t^*) = -\frac{L}{2}\cos\theta_0 + V_0 \sin\theta_0 \, t^* + \frac{1}{2} g t^{*2} =$

$$= -\frac{L}{2} \cdot \frac{3}{5} + \sqrt{\frac{3\cancel{g}L}{10}} \frac{4}{5} \sqrt{\frac{5L}{6\cancel{g}}} (\pi - \theta_0) + \frac{1}{2} \cancel{g} \frac{5L}{6\cancel{g}} (\pi - \theta_0)^2 =$$

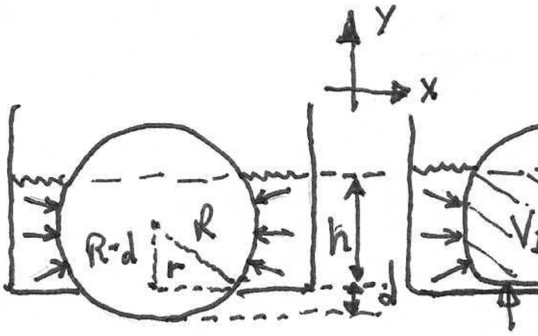
$$= -\frac{3}{10} L + \frac{2}{5} L (\pi - \theta_0) + \frac{5L}{12} (\pi - \theta_0)^2$$

E L'ALTEZZA RICHIESTA VALE

$$h = \frac{L}{2} + Y_{CM}(t^*) = \frac{L}{2} - \frac{3L}{10} + \frac{2L}{5}(\pi - \theta_0) + \frac{5L}{12}(\pi - \theta_0)^2 =$$

$$= L\left[\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\left(\pi - \arccos\left(\frac{3}{5}\right)\right) + \frac{5}{12}\left(\pi - \arccos\left(\frac{3}{5}\right)\right)^2\right] =$$

$$\simeq 6{,}26 \text{ m}$$




BISOGNA CALCOLARE LA SPINTA IDROSTATICA SULLA SFERA $\vec{F}_I$. QUESTA È VERTICALE ED È DOVUTA ALLA PRESSIONE SUI "LATI" DELLA SFERA (FIG. SINISTRA)

A TAL FINE CALCOLIAMO LA SPINTA DI ARCHIMEDE SULL'OGGETTO CHE SI OTTIENE TAGLIANDO LA CALOTTA DI ALTEZZA $d$ DALLA SFERA, ELIMINANDO INOLTRE IL BUCO DEL RECIPIENTE. CIÒ È FACILE PERCHÉ SI PUÒ USARE DIRETTAMENTE IL PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

$F_{A_y} = \rho_A V_I g$ DOVE $V_I$ È IL VOLUME IMMERSO (TRATTEGGIATO FIG. DESTRA)
TALE SPINTA È PERÒ PARI ALLA SPINTA SUI "FIANCHI" [CHE È PROPRIO LA NOSTRA INCOGNITA!] PIÙ LA SPINTA SUL FONDO CHE VALE $F_{F_y} = P_{FONDO} \cdot \pi r^2$ CIOÈ

$$F_{A_y} = F_{I_y} + F_{F_y} \rightarrow F_{I_y} = F_{A_y} - F_{F_y} = \rho_A V_I g - P_{FONDO} \pi r^2$$

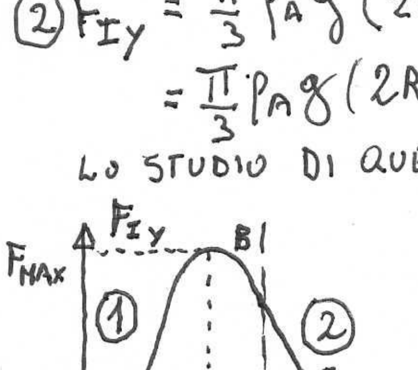
ORA $V_I$ SI PUÒ CALCOLARE COME DIFFERENZA DEI VOLUMI DI DUE CALOTTE, UNA DI ALTEZZA $h+d$ ED UNA DI ALTEZZA $d$, $P_{FONDO}$ VALE $\rho_A g h$, $r^2 = R^2 - (R-d)^2 = 2Rd - d^2 \Rightarrow \pi r^2 = \frac{\pi}{3}(6Rd - 3d^2)$

$$① \; F_{I_y} = \left(\frac{\pi}{3}(h+d)^2(3R-(h+d)) - \frac{\pi}{3}d^2(3R-d)\right)\rho_A g - \rho_A g h \frac{\pi}{3}(6Rd - 3d^2) =$$
$$= \frac{\pi}{3}\rho_A g\left[3Rh^2 - h^3 - dh^2 + \cancel{3Rd^2} - \cancel{hd^2} - \cancel{d^3} + \cancel{6hdR} - 2h^2d - \cancel{2hd^2} - \cancel{3Rd^2} + \cancel{d^3} - \cancel{6Rdh} + \cancel{3d^2h}\right] =$$
$$= \frac{\pi}{3}\rho_A g\left(3Rh^2 - h^3 - 3dh^2\right) = \frac{\pi}{3}\rho_A g\left(3(R-d)h^2 - h^3\right) \qquad \underline{0 < h < (2R-d)}$$

PER $h > (2R-d)$ [SFERA COMPLETAMENTE IMMERSA] IL CONTO È SIMILE MA ORA $V_I$ = VOLUME CALOTTA DI ALTEZZA $(2R-d)$

$$② \; F_{I_y} = \frac{\pi}{3}\rho_A g (2R-d)^2(3R - 2R + d) - \frac{\pi}{3}\rho_A g \cdot 3(2R-d)dh =$$
$$= \frac{\pi}{3}\rho_A g (2R-d)\left[(2R-d)(R+d) - 3dh\right] \qquad \underline{h > (2R-d)}$$

LO STUDIO DI QUESTA FUNZIONE DI $h$ È BANALE (CUBICA + RETTA)




$A \sim +h^2$
$B \sim -h^3$
$C \sim -h$

TROVIAMO IL MASSIMO $\frac{d}{dh}$ ① $F_{I_y} = 0$ QUINDI

$6(R-d)\cancel{h_{MAX}} - 3h_{MAX}^{\cancel{2}} = 0 \qquad h_{MAX} = 2(R-d)$

SOSTITUENDO $F_{MAX} = \frac{4}{3}\pi(R-d)^3\rho_A$.

PERCHÉ LA PALLA NON SI SOLLEVI MAI DEVE ESSERE $F_{PESO} > F_{MAX}$

$\cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi} R^3 \rho_{SFERA} > \cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi}(R-d)^3\rho_A \qquad \rho_{SFERA} > \rho_A\left(1 - \frac{d}{R}\right)^3$