L'EQUAZIONE GENERICA DEL MOTO PARABOLICO DI UN PROIETTILE È

$$y = tg\theta \, x - \frac{1}{2}\frac{g}{V_0^2 \cos^2\theta} x^2 \qquad (1)$$

USIAMO L'IDENTITÀ TRIGONOMETRICA

$$\frac{1}{\cos^2\theta} = \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos^2\theta} = tg^2\theta + 1$$

LA (1) DIVENTA

$$y = tg\theta \, x - \frac{g}{2V_0^2} tg^2\theta \, x^2 - \frac{g}{2V_0^2} x^2 \qquad (2)$$

LA MELA PUÒ ESSERE COLPITA SE ESISTE ALMENO UN $tg\theta$ PER CUI LA (2) È SODDISFATTA CON $x = x_0$ E $y = y_0$.
RISCRIVIAMO LA (2) COME EQ. DI 2° GRADO IN $tg\theta$

$$\frac{g x_0^2}{2V_0^2} tg^2\theta - x_0 tg\theta + \left(\frac{g x_0^2}{2V_0^2} + y_0\right) = 0$$

QUESTA HA SOLUZIONI SOLO SE IL DETERMINANTE $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$

$$x_0^2 - \cancel{4}^{\,2} \frac{g x_0^2}{\cancel{2} V_0^2}\left(\frac{g x_0^2}{2V_0^2} + y_0\right) \geq 0$$

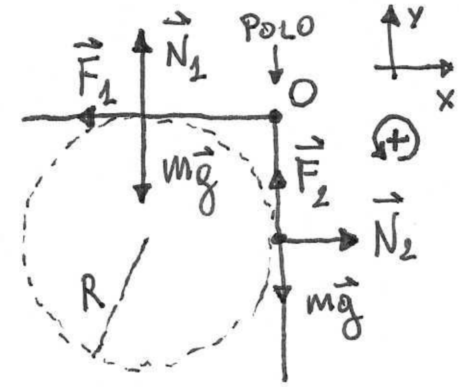
$$x_0^2 - \frac{g^2 x_0^4}{V_0^4} - \frac{2 g x_0^2 y_0}{V_0^2} \geq 0$$

$$1 - \frac{g^2 x_0^2}{V_0^4} - \frac{2 g y_0}{V_0^2} \geq 0$$

$$\frac{V_0^2}{2g} - \frac{g x_0^2}{2V_0^2} - y_0 \geq 0$$

QUINDI GUGLIELMO TELL PUÒ COLPIRE LA MELA SE QUESTA È AD UNA ALTEZZA (RISPETTO ALLA BALESTRA) y_0 TALE CHE

$$y_0 \leq \frac{V_0^2}{2g} - \frac{g x_0^2}{2V_0^2}$$



DISEGNAMO LE FORZE SUI DUE LATI DEL PROFILATO. $m\vec{g}$ SONO LE FORZE PESO, $\vec{N}_1$ E $\vec{N}_2$ LE FORZE NORMALI, $\vec{F}_1$ E $\vec{F}_2$ LE FORZE DI ATTRITO STATICO. SCRIVIAMO LE EQUAZIONI DELLA STATICA PER LE FORZE SU X E Y ED I MOMENTI SULL'ASSE Z

x) $N_2 - F_1 = 0$ (1)

y) $N_1 + F_2 - 2mg = 0$ (2)

z) $N_2 \cancel{R} - N_1 \cancel{R} + mg\cancel{R} = 0$ (3)

E PER GLI ATTRITI AVREMO

$F_1 \leq \mu_s N_1$ (4)

$F_2 \leq \mu_s N_2$ (5)

NEL SISTEMA DI EQUAZIONI ABBIAMO 3 EQUAZIONI IN 4 INCOGNITE. TROVIAMO LE ALTRE IN FUNZIONE (PER ESEMPIO) DI F_1

LA (1) È FACILE: $N_2 = F_1$ (A)

POI SOTTRAIAMO LA (2) DALLA (1). SI HA $N_2 - F_1 - N_1 - F_2 + 2mg = 0$

CIOÈ $N_2 - N_1 = F_1 + F_2 - 2mg$, CHE SOSTITUITA NELLA (3) DÀ

$F_1 + F_2 - 2mg + mg = 0$, CIOÈ $F_2 = mg - F_1$ (B)

DALLA (2) $N_1 = 2mg - F_2$ E USANDO LA (B) $N_1 = 2mg - mg + F_1$, CIOÈ

$N_1 = mg + F_1$ (C) QUINDI IL SISTEMA È DIVENTATO

$$\begin{cases} N_2 = F_1 & \text{(A)} \\ F_2 = mg - F_1 & \text{(B)} \\ N_1 = mg + F_1 & \text{(C)} \end{cases}$$

SOSTITUIAMO QUESTE NELLE DISEQUAZIONI. LA (4) DIVENTA

$$F_1 \leq \mu_s (mg + F_1) \Rightarrow F_1 (1 - \mu_s) \leq \mu_s mg \Rightarrow F_1 \leq \frac{\mu_s mg}{(1 - \mu_s)}$$

LA (5) DIVENTA

$$(mg - F_1) \leq \mu_s F_1 \Rightarrow F_1 (1 + \mu_s) \geq mg \Rightarrow F_1 \geq \frac{mg}{(1 + \mu_s)}$$

CIOÈ TUTTI I VALORI DI F_1 NELL'INTERVALLO

$$\frac{mg}{(1 + \mu_s)} \leq F_1 \leq \frac{\mu_s mg}{(1 - \mu_s)}$$

SONO SOLUZIONI VALIDE PER IL PROBLEMA, E N_2, F_2, N_1 POSSONO ESSERE RICAVATE DA (A), (B), (C)

QUESTO PURCHÈ L'INTERVALLO <u>ESISTA</u>. PER AVERE UNA SOLUZIONE DEL PROBLEMA SI DEVE QUINDI AVERE

$$\frac{\cancel{mg}}{(1 + \mu_s)} \leq \frac{\mu_s \cancel{mg}}{(1 - \mu_s)} \Rightarrow 1 - \mu_s \leq \mu_s (\mu_s + 1) \Rightarrow \mu_s^2 + 2\mu_s - 1 \geq 0$$

RISOLVIAMO L'EQUAZIONE DI SECONDO GRADO ASSOCIATA

$x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{2}$ <u>QUINDI</u> O $\mu_s \leq -\sqrt{2} - 1$ (NON INTERESSA)

OPPURE $\mu_s \geq \sqrt{2} - 1 \approx 0{,}4142$

CALCOLIAMO SUBITO LA PORTATA D'ARIA IN INGRESSO, MISURATA IN MOLI/s

$$I_{IN} \equiv \frac{dn}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{PV}{RT_0} = \frac{P}{RT_0}\frac{dV}{dt} = \frac{PI_V}{RT_0}$$ DOVE $P = 202650$ Pa, $I_V = 0{,}005\ m^3/s$, $T_0 = 293{,}15$ K, $R = 8{,}3145$ J/mol·K

DETTE I_C E I_F LE PORTATE MOLARI CALDA E FREDDA IN USCITA SI HA PER LA CONSERVAZIONE DELLA MASSA:

$$I_{IN} = I_C + I_F \quad (1) \qquad I_C \equiv dn_c/dt \qquad I_F \equiv dn_F/dt$$

SI HA COME AL SOLITO DAL 1° PRINCIPIO $dW = dQ_c - dQ_F$ (2)

DETTO $\Delta T_c = T_c - T_0 = 40K$ E $\Delta T_F = |T_F - T_0| = T_0 - T_F = 40K \equiv \Delta T$

E TENENDO PRESENTE (VEDI TESTO) CHE IL VORTICE INTERNO AL TUBO È A PRESSIONE COSTANTE, SI PUÒ SCRIVERE

$dQ_c = dn_c\, c_p\, \Delta T_c \qquad dQ_F = dn_F\, c_p\, \Delta T_F$ E LA (2) DIVENTA

$$dW = dn_c\, c_p \Delta T_c - dn_F\, c_p \Delta T_F = c_p \Delta T\,(dn_c - dn_F)$$

E DIVIDENDO TUTTO PER dt

$$\Omega \equiv \frac{dW}{dt} = c_p \Delta T\left(\frac{dn_c}{dt} - \frac{dn_F}{dt}\right) \Rightarrow I_c - I_F = \frac{\Omega}{c_p \Delta T} \quad (3) \qquad \Omega = 50W,\ c_p = \frac{7}{2}R$$

METTIAMO A SISTEMA (1) E (3)

$$\begin{cases} I_c + I_F = I_{IN} = \dfrac{PI_V}{RT_0} & [\simeq 0{,}4157\ldots\ mol/s] \\ I_c - I_F = \dfrac{\Omega}{c_p \Delta T} & [\simeq 0{,}04295\ldots\ mol/s] \end{cases}$$

LA CUI SOLUZIONE È

$$I_c = \frac{1}{2}\left(I_{IN} + \frac{\Omega}{c_p\Delta T}\right) \quad [\simeq 0{,}2293\ldots\ mol/s]$$

$$I_F = \frac{1}{2}\left(I_{IN} - \frac{\Omega}{c_p\Delta T}\right) \quad [\simeq 0{,}1864\ldots\ mol/s]$$

E PER IL COP SI HA

$$COP \equiv \frac{Q_F}{W} = \frac{Q_F}{Q_c - Q_F} = \frac{1}{\frac{Q_c}{Q_F} - 1} = \frac{1}{\frac{dQ_c}{dQ_F} - 1} = \frac{1}{\frac{dn_c \cancel{c_p \Delta T}}{dn_F \cancel{c_p \Delta T}} - 1} =$$

$$= COP = \frac{1}{\frac{dn_c}{dt}\frac{dt}{dn_F} - 1} = \frac{1}{\frac{I_c}{I_F} - 1} = \frac{7PI_V \Delta T}{4T_0 \Omega} - \frac{1}{2}$$

DOPO UN PO' DI PASSAGGI

QUINDI

$$COP \simeq 4{,}339$$