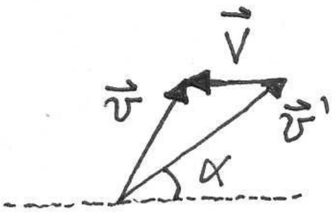


Sia $\vec{v}'$ LA VELOCITÀ RISPETTO AL PIANO INCLINATO, $\vec{v}$ LA VELOCITÀ RISPETTO AL SISTEMA DI RIFERIMENTO FERMO E $\vec{V}$ LA VELOCITÀ DEL PIANO INCLINATO SI HA $\vec{v}' = \vec{a}t$ ED IN COMPONENTI

$$v'_x = at\cos\alpha \qquad v'_y = at\sin\alpha$$

CERCHIAMO LE VELOCITÀ ASSOLUTE $\vec{v}$ E $\vec{V}$ IN COMPONENTI SU Y $v_y = v'_y = at\sin\alpha$ $V_y = 0$. SU X SI HA $v_x = v'_x + V_x$ (1) E PER CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO $mv_x + MV_x = 0$ (2)

METTENDO A SISTEMA (1) E (2) SI HA

$$v_x = at\cos\alpha\,\frac{M}{(m+M)} \qquad V_x = -at\cos\alpha\,\frac{m}{m+M}$$

IL PIANO È LUNGO $\frac{H}{\sin\alpha}$

PER IL TEMPO DI SALITA SI HA $t^* = \sqrt{\frac{2H}{a\sin\alpha}}$ e $at^* = \sqrt{\frac{2aH}{\sin\alpha}}$

QUINDI $v_{x_{FIN}} = \sqrt{\frac{2aH}{\sin\alpha}}\cos\alpha\,\frac{M}{m+M}$, $v_{y_{FIN}} = \sqrt{\frac{2aH}{\sin\alpha}}\sin\alpha$, $V_{x_{FIN}} = -\sqrt{\frac{2aH}{\sin\alpha}}\cos\alpha\,\frac{m}{m+M}$

IL LAVORO FATTO DALL'AUTOMOBILINA (NON CONSERVATIVO) SARÀ UGUALE ALLA VARIAZIONE DI ENERGIA MECCANICA

$$W = \Delta E = \Delta U + \Delta K = mgH + K_{FIN} \quad (3)$$

$$K_{FIN} = \frac{1}{2}m\left(v_{x_{FIN}}^2 + v_{y_{FIN}}^2\right) + \frac{1}{2}MV_{x_{FIN}}^2 =$$

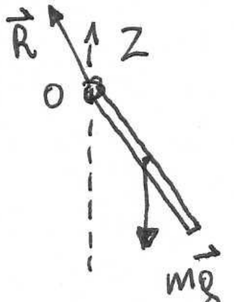
$$= \frac{1}{2}m\left(\frac{2aH}{\sin\alpha}\cos^2\alpha\,\frac{M^2}{(m+M)^2} + \frac{2aH}{\sin\alpha}\sin^2\alpha\right) + \frac{1}{2}M\,\frac{2aH}{\sin\alpha}\cos^2\alpha\,\frac{m^2}{(m+M)^2} =$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}}\,\frac{\cancel{2}aH}{\sin\alpha}\left(m\sin^2\alpha + \frac{mM}{(m+M)^{\cancel{2}}}\cos^2\alpha\,(m\cancel{+M})\right)$$

E SOSTITUENDO NELLA (3)

$$W = mgH + \frac{maH}{\sin\alpha}\left(\sin^2\alpha + \frac{M}{(m+M)}\cos^2\alpha\right)$$

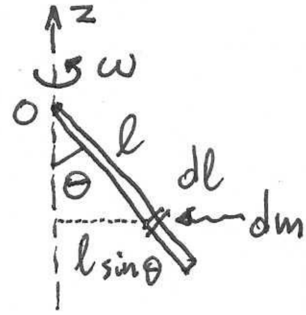
$$W = mH\left(g + \frac{a}{\sin\alpha}\left(\sin^2\alpha + \frac{M}{(m+M)}\cos^2\alpha\right)\right)$$



DURANTE IL MOTO DELLA SBARRA L'UNICA FORZA ESTERNA CHE ESERCITA MOMENTO MECCANICO RISPETTO AL POLO O È $m\vec{g}$, CHE È DIRETTA LUNGO Z $\rightarrow L_z =$ COSTANTE

NON CI SONO ATTRITI $\rightarrow$ E È COSTANTE

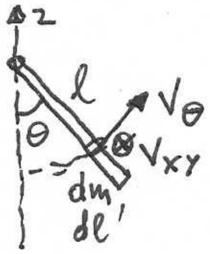
TROVIAMO $L_z = \int r_{xy}\, dp_{xy}$ INTEGRANDO SULLE MASSE INFINITESIME dm.



$$v_{xy} = r_{xy}\omega = l\sin\theta\,\omega \qquad dp_{xy} = dm\, v_{xy} = \frac{dm}{dl}dl\, l\sin\theta\,\omega = \frac{m}{L}\omega\sin\theta\, l\, dl$$

$$dL_z = r_{xy}\, dp_{xy} = l\sin\theta\,\frac{m}{L}\omega\sin\theta\, l\, dl = \frac{m}{L}\omega\sin^2\theta\, l^2\, dl$$

$$L_z = \int dL_z = \int_0^L \frac{m}{L}\omega\sin^2\theta\, l^2\, dl = \frac{m}{L}\omega\sin^2\theta\frac{L^3}{3} = \frac{1}{3}m(L\sin\theta)^2\omega$$



TROVIAMO ORA L'ENERGIA CINETICA. OGNI dm HA UNA VELOCITÀ CHE SI PUÒ SCOMPORRE NELLE DUE COMPONENTI V_{XY} (PERP. AL PIANO DEL DISEGNO) E V_θ (SUL PIANO DEL DISEGNO). QUINDI $dK = \frac{1}{2}dm\, V_{xy}^2 + \frac{1}{2}dm\, V_\theta^2$

$V_{xy} = l\sin\theta\,\omega$, $V_\theta = l\dot\theta$ PER CUI $dK = \frac{1}{2}\frac{dm}{dl}dl\, l^2\sin^2\theta\,\omega^2 + \frac{1}{2}\frac{dm}{dl}dl\, l^2\dot\theta^2$

$$K = \int dK = \frac{1}{2}\frac{m}{L}\sin^2\theta\,\omega\frac{L^3}{3} + \frac{1}{2}\frac{dm}{L}\dot\theta^2\frac{L^3}{3} = \frac{1}{6}m(l\sin\theta)^2\omega^2 + \frac{1}{6}mL^2\dot\theta^2$$

MA È IMPORTANTE NOTARE CHE NELLA POSIZIONE INIZIALE ED ANCHE ALL'ANGOLO PIÙ BASSO DEL MOTO $\dot\theta = 0$ ALLORA ABBIAMO

$$L_{z\,INIZ} = \frac{1}{3}mL^2\omega_0 \qquad K_{INIZ} = \frac{1}{6}mL^2\omega_0^2 \qquad U_{INIZ} = 0$$

$$L_{z\,MIN\theta} = \frac{1}{3}mL^2\sin^2\theta\,\omega \qquad K_{MIN\theta} = \frac{1}{6}mL^2\sin^2\theta\,\omega^2 \qquad U_{MIN\theta} = -mg\frac{L}{2}\cos\theta$$

UGUAGLIAMO $L_{z\,INIZ} = L_{z\,MIN\theta}$ $\qquad E_{INIZ} = E_{MIN\theta}$

$$\begin{cases} \frac{1}{\cancel{3}}\cancel{m}L^{\cancel{2}}\omega_0 = \frac{1}{\cancel{3}}\cancel{m}L^{\cancel{2}}\sin^2\theta\,\omega & (1) \\ \frac{1}{\cancel{6}}\cancel{m}L^{\cancel{2}}\omega_0^2 = \frac{1}{\cancel{6}}\cancel{m}L^{\cancel{2}}\sin^2\theta\,\omega^2 - \cancel{m}g\frac{\cancel{L}}{\cancel{2}}\cos\theta & (2) \end{cases} \rightarrow \omega = \frac{\omega_0}{\sin^2\theta}$$

SOSTITUIAMO IN (2)

$$L\omega_0^2 = L\sin^2\theta\frac{\omega_0^2}{\sin^4\theta} - 3g\cos\theta$$

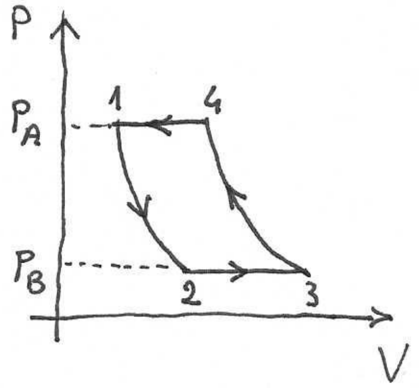
$$L\omega_0^2\sin^2\theta = L\omega_0^2 - 3g\cos\theta\sin^2\theta$$

$$\cancel{L\omega_0^2} - L\omega_0^2\cos^2\theta = \cancel{L\omega_0^2} - 3g\cos\theta + 3g\cos^3\theta$$

$$3g\cos^2\theta + L\omega_0^2\cos\theta - 3g = 0$$

$$\cos\theta = \frac{-L\omega_0^2 + \sqrt{L^2\omega_0^4 + 36g^2}}{6g}$$

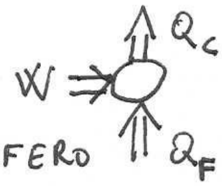
$$\theta_{MIN} = \arccos\left(\frac{-L\omega_0^2 + \sqrt{L^2\omega_0^4 + 36g^2}}{6g}\right)$$



SIA $P_A = P_1 = P_4$ LA PRESSIONE "ALTA"

SIA $P_B = P_2 = P_3$ LA PRESSIONE "BASSA"

SI HA $\dfrac{P_A}{P_B} = K$



SIAMO IN PRESENZA DI UN FRIGORIFERO

$$Q_F = Q_{2\to 3} = m\,c_p\,(T_3 - T_2) \qquad Q_C = |Q_{4\to 1}| = m\,c_p\,(T_4 - T_1)$$

$$C.O.P. \equiv \frac{Q_F}{W} = \frac{Q_F}{Q_C - Q_F} = \frac{1}{\dfrac{Q_C}{Q_F} - 1} = \frac{1}{\dfrac{\cancel{mc_p}(T_4 - T_1)}{\cancel{mc_p}(T_3 - T_2)} - 1}$$

I PUNTI 1 e 2 NONCHÉ 3 e 4 SONO COLLEGATI DA ADIABATICHE, PER LE QUALI $\dfrac{T^{\gamma}}{P^{\gamma-1}} = $ COSTANTE $\rightarrow \dfrac{T}{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = $ COSTANTE, QUINDI

$$\frac{T_1}{P_A^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \frac{T_2}{P_B^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \qquad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = K^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (1)$$

$$\rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} \quad (3)$$

$$\frac{T_4}{P_A^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \frac{T_3}{P_B^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \qquad \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = K^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (2)$$

DALLA (3) SI HA $T_1 = T_4 \dfrac{T_2}{T_3}$ INOLTRE $T_2 = T_3 \dfrac{T_2}{T_3}$ PER CUI

$$C.O.P. = \frac{1}{\dfrac{T_4\cancel{\left(1 - \frac{T_2}{T_3}\right)}}{T_3\cancel{\left(1 - \frac{T_2}{T_3}\right)}} - 1} \underset{(2)}{=} \frac{1}{K^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}$$