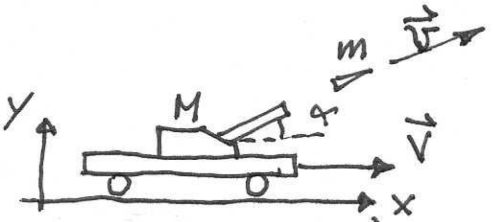
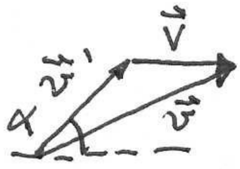


SIANO $\vec{v}$ E $\vec{V}$ LE VELOCITÀ DI m ED M UN ISTANTE DOPO LO SPARO PER LA COMPOSIZIONE DELLE VELOCITÀ



SI HA $v_x = v'\cos\alpha + V_x$ (1) $v_y = v'\sin\alpha$ (2)

VISTO CHE DURANTE LO SPARO NON SI HANNO FORZE IMPULSIVE ESTERNE IMPONIAMO LA CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO LUNGO X

$$(m+M)V_0 = m v_x + M V_x = m v'\cos\alpha + m V_x + M V_x$$

$$(m+M)V_0 - m v'\cos\alpha = (m+M)V_x$$

$$V_x = V_0 - \frac{m}{(m+M)} v'\cos\alpha$$

E DALLA (1) $\quad v_x = v'\cos\alpha + V_0 - \frac{m}{(m+M)} v'\cos\alpha = V_0 + \frac{M}{(m+M)} v'\cos\alpha$

RIPRENDIAMO LA (2). SI HA $y = v'\sin\alpha\, t - \frac{1}{2} g t^2$. IMPONENDO $y = 0$ SI OTTIENE IMMEDIATAMENTE IL TEMPO DI VOLO $t^* = \frac{2v'}{g}\sin\alpha$ DA CUI LA GITTATA $G = v_x t^*$

$$G = \left(V_0 + \frac{M}{(m+M)} v'\cos\alpha\right) \frac{2v'}{g}\sin\alpha$$

PER TROVARE LA GITTATA MASSIMA IMPONIAMO $\frac{dG}{d\alpha} = 0$

$$\frac{dG}{d\alpha} = \cancel{\frac{2v'}{g}}\left[-\frac{M}{(m+M)} v'\sin^2\alpha + V_0\cos\alpha + \frac{M}{(m+M)} v'\cos^2\alpha\right] = 0$$

$$-\frac{M}{(m+M)} v'(1-\cos^2\alpha) + V_0\cos\alpha + \frac{M}{(m+M)} v'\cos^2\alpha = 0$$

$$2\frac{M v'}{(m+M)}\cos^2\alpha + V_0\cos\alpha - \frac{M}{(m+M)} v' = 0$$

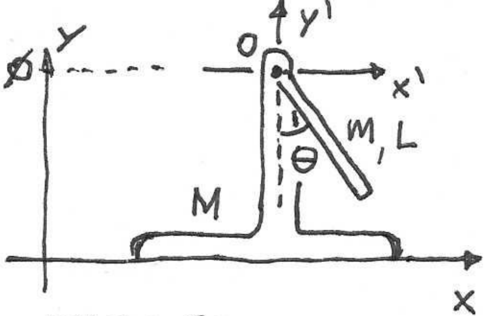
$$2\cos^2\alpha + \left(1+\frac{m}{M}\right)\frac{V_0}{v'}\cos\alpha - 1 = 0$$

RISOLVIAMO L'EQUAZIONE DI 2° GRADO SCEGLIENDO OVVIAMENTE LA RADICE POSITIVA

$$\cos\alpha = \frac{-\left(1+\frac{m}{M}\right)\frac{V_0}{v'} + \sqrt{\left(1+\frac{m}{M}\right)^2\left(\frac{V_0}{v'}\right)^2 + 8}}{4}$$

SE $\frac{m}{M} \to 0$ E $\frac{V_0}{v'} = \frac{1}{6}$

$$\cos\alpha = \frac{-\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{1+288}{36}}}{4} = \frac{-\frac{1}{6} + \frac{17}{6}}{4} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$



CHIAMIAMO X'Y' IL SISTEMA DI RIFERIMENTO CENTRATO IN O. PER IL CENTRO DI MASSA DELLA SBARRA SI HA $x'=\frac{L}{2}\sin\theta$ $y'=-\frac{L}{2}\cos\theta$ DERIVANDO: $v'_x=\frac{L}{2}\cos\theta\dot{\theta}$ $v'_y=\frac{L}{2}\sin\theta\dot{\theta}$ SIA ORA XY UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE SOLIDALE COL C.M. DEL SISTEMA m+M LUNGO X, VISTO CHE IN TALE DIREZIONE NON SI HANNO FORZE ESTERNE, ED AVENTE Y=Ø IN O. DETTA V_x LA VELOCITÀ DELLA MASSA M IN QUESTO SISTEMA SI HA $v_x=v'_x+V_x=\frac{L}{2}\cos\theta\dot{\theta}+V_x$ ① $v_y=v'_y=\frac{L}{2}\sin\theta\dot{\theta}$ ②

PER CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO LUNGO X SI HA: $mv_x+MV_x=0$ ③. DA ①+③ $v_x=\frac{L}{2}\cos\theta\dot{\theta}-\frac{m}{M}v_x$ QUINDI

$v_x\left(1+\frac{m}{M}\right)=\frac{L}{2}\cos\theta\dot{\theta} \rightarrow v_x=\frac{M}{(m+M)}\frac{L}{2}\cos\theta\dot{\theta}$ ④ E DA ④+③

$V_x=-\frac{m}{(m+M)}\frac{L}{2}\cos\theta\dot{\theta}$ SCRIVIAMO ORA L'ENERGIA MECCANICA. PER m USIAMO IL II TEOREMA DI KOENIG

$$E=mgh_{cm}+\frac{1}{2}m(v_x^2+v_y^2)+\frac{1}{2}I_{cm}\omega^2+\frac{1}{2}MV_x^2$$

$$E=-mg\frac{L}{2}\cos\theta+\frac{1}{2}m\frac{M^2}{(m+M)^2}\left(\frac{L}{2}\right)^2\cos^2\theta\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}m\left(\frac{L}{2}\right)^2\sin^2\theta\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}\frac{1}{12}mL^2\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}\frac{Mm^2}{(m+M)^2}\left(\frac{L}{2}\right)^2\cos^2\theta\dot{\theta}^2$$

$$E=-mg\frac{L}{2}\cos\theta+\frac{1}{8}\frac{mM\cancel{(m+M)}}{(m+M)^{\cancel{2}}}L^2\cos^2\theta\dot{\theta}^2+\frac{1}{8}mL^2\sin^2\theta\dot{\theta}^2+\frac{1}{24}mL^2\dot{\theta}^2$$

SICCOME IL TESTO CI CHIEDE DI STUDIARE IL SISTEMA PER PICCOLE OSCILLAZIONI APPROSSIMIAMO $\sin\theta\approx\theta$ E $\cos\theta\approx 1-\frac{\theta^2}{2}$ E TENIAMO I TERMINI FINO AL 2° ORDINE. SI HA:

$\cos\theta\approx 1-\frac{\theta^2}{2}$ $\cos^2\theta\dot{\theta}^2\approx\dot{\theta}^2-\theta^2\dot{\theta}^2+\frac{\theta^4}{4}\dot{\theta}^2\approx\dot{\theta}^2$ $\sin^2\theta\dot{\theta}^2\approx\theta^2\dot{\theta}^2\approx 0$

$$E\approx -mg\frac{L}{2}+mg\frac{L}{4}\theta^2+\frac{1}{8}\frac{mM}{(m+M)}L^2\dot{\theta}^2+\frac{1}{24}mL^2\dot{\theta}^2$$

$$E\cong\frac{mL}{24}\left(-12g+6g\theta^2+\left(\frac{3M}{m+M}+1\right)L\dot{\theta}^2\right)=\frac{mL}{24}\left(-12g+6g\theta^2+\frac{(4M+m)}{(m+M)}L\dot{\theta}^2\right)$$

VISTO CHE IL SISTEMA È CONSERVATIVO SI PUÒ IMPORRE $dE/dt=0$

$$\frac{dE}{dt}=0\rightarrow \overset{6}{\cancel{12}}g\theta\cancel{\dot{\theta}}+\cancel{2}\frac{(4M+m)}{(m+M)}L\cancel{\dot{\theta}}\ddot{\theta}=0$$

$$\ddot{\theta}+\frac{6(m+M)}{(4M+m)}\frac{g}{L}\theta=0 \qquad \text{PER CUI} \qquad \omega^2=\frac{6(m+M)}{(4M+m)}\frac{g}{L}$$

ED INFINE

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{(4M+m)}{6(m+M)}\frac{L}{g}}$$

CONSIDERIAMO COME SISTEMA TERMODINAMICO L'INSIEME DI OLIO + GAS. CONSIDERIAMO IL PRIMO PRINCIPIO

$$dU = dQ + dW$$

NELLA TRASFORMAZIONE CHE CI INTERESSA $dQ = 0$.

$dU_{GAS} = n c_v \, dT \qquad dU_{OLIO} = m c \, dT \qquad$ CON $c = 1'800 \ J/kg \cdot K$

$$(n c_v + m c)\, dT = dW = -P\,dV \qquad (1)$$

$$(n c_v + m c) \frac{dT}{T} = -nR \frac{dV}{V}$$

$$(n c_v + m c) \ln T = -nR \ln V + K$$

$$\ln T^{(n c_v + m c)} = \ln V^{-nR} + K$$

$$T^{(n c_v + m c)} = K' \, V^{-nR}$$

$$T V^{\frac{nR}{(n c_v + m c)}} = K'' \quad \text{COSTANTE}$$

PER CUI

$$T_f = T_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{\frac{nR}{n c_v + m c}}$$

ED ESSENDO $T_i = 353{,}15 \ K \qquad \frac{V_i}{V_f} = 0{,}2 \qquad c_v = \frac{5}{2} R \qquad m = 0{,}2 \ Kg$

$$T_f \cong 279 \ K \cong 5{,}86 \ °C$$

PER IL LAVORO FATTO DAL GAS, DALLA (1) SI OTTIENE

$$W_{GAS} = -W = -(n c_v + m c)(T_f - T_i)$$

$$W_{GAS} \simeq 42'100 \ J$$