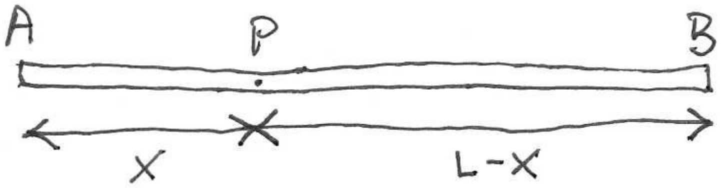


IMPONIAMO CHE LA MASSA TOTALE CALCOLATA A PARTIRE DA λ RISULTI PROPRIO ESSERE M

$$M = \int dm = \int_0^L \frac{dm}{dx} dx = \int_0^L (ax^3+b)\,dx = \frac{aL^4}{4} + bL \quad (1)$$

IMPONIAMO CHE IL MOMENTO D'INERZIA RISPETTO A B RISULTI PROPRIO ESSERE $\frac{1}{10}ML^2$

$$\frac{1}{10}ML^2 = I_B = \int (L-x)^2 dm = \int_0^L (L-x)^2 \frac{dm}{dx} dx = \int_0^L (L^2+x^2-2Lx)(ax^3+b)\,dx =$$

$$= \int_0^L (L^2ax^3 + L^2b + ax^5 + x^2b - 2Lax^4 - 2Lxb)\,dx =$$

$$= \frac{1}{4}L^6a + \cancel{L^3b} + \frac{1}{6}L^6a + \frac{1}{3}L^3b - \frac{2}{5}L^6a - \cancel{L^3b} = aL^6\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{2}{5}\right) + \frac{bL^3}{3} =$$

$$= \frac{aL^6}{60} + \frac{bL^3}{3} \quad (2) \rightarrow \frac{1}{10}M\cancel{L^2} = \frac{a\cancel{L^6}^{4}}{60} + \frac{b\cancel{L^3}^{1}}{3}$$

RISCRIVIAMO LA (1) E LA (2) MOLTIPLICANDO QUEST'ULTIMA PER 3

$$\begin{cases} M = \frac{aL^4}{4} + bL & (1) \\ \frac{3M}{10} = \frac{aL^4}{20} + bL & (2) \end{cases}$$

SCRIVIAMO LA DIFFERENZA (1)−(2) DELLE DUE EQUAZIONI

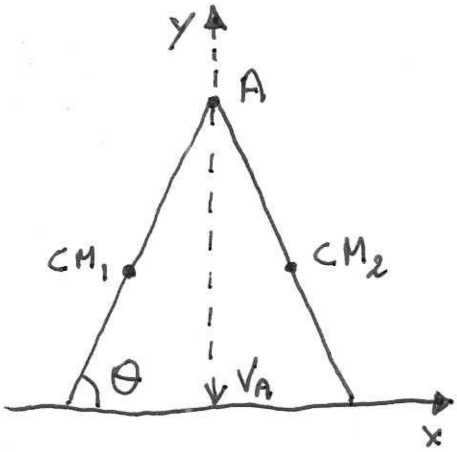
$$M\left(1-\frac{3}{10}\right) = aL^4\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{20}\right); \quad \frac{7}{1\cancel{0}}M = \frac{4}{2\cancel{0}}aL^4;$$

$7M = 2aL^4$ E QUINDI $\boxed{a = \frac{7M}{2L^4}}$

SOSTITUIAMO a NELLA (1)

$$M = \frac{7M}{2\cancel{L^4}}\frac{\cancel{L^4}}{4} + bL \qquad M = \frac{7}{8}M + bL \qquad \frac{M}{8} = bL$$

E QUINDI $\boxed{b = \frac{M}{8L}}$



SCRIVIAMO LA X E LA Y DEI DUE C.M. DELLE SBARRE. θ È L'ANGOLO GENERICO DI INCLINAZIONE DELLE SBARRE

$$X_{CM} = \pm \frac{L}{2}\cos\theta$$

$$Y_{CM} = +\frac{L}{2}\sin\theta$$

DERIVIAMO LE DUE ESPRESSIONI RISPETTO AL TEMPO $[\dot\theta < 0]$

$$\dot X_{CM} = \mp \frac{L}{2}\sin\theta\,\dot\theta$$

$$\dot Y_{CM} = +\frac{L}{2}\cos\theta\,\dot\theta \quad (1)$$

SCRIVIAMO L'ENERGIA POTENZIALE PER QUALSIASI θ

$$U = 2\,mg\,Y_{CM} = \cancel{2}mg\frac{L}{\cancel{2}}\sin\theta$$

SICCOME $\theta_i = \theta_0$ E $\theta_F = 0$

$$U_i = mgL\sin\theta_0 \;;\; U_F = 0$$

(i: INIZIALE F: FINALE)

SCRIVIAMO L'ENERGIA CINETICA PER QUALSIASI θ E $\dot\theta$ USANDO IL 2° TEOREMA DI KOENIG $K = \frac{1}{2}mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$

$$K = \cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}m\left(\dot x_{CM}^2 + \dot y_{CM}^2\right) + \cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}I_{CM}\dot\theta^2 =$$

$$= m\frac{L^2}{4}\left(\sin^2\theta + \cos^2\theta\right)\dot\theta^2 + \frac{1}{12}mL^2\dot\theta^2 = \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{12}\right)mL^2\dot\theta^2 =$$

$$= \frac{1}{3}mL^2\dot\theta^2$$

E VISTO CHE $\dot\theta_i = 0$

$$K_i = 0 \;;\; K_F = \frac{1}{3}mL^2\dot\theta_F^2$$

SI È SCELTO IL SEGNO MENO PERCHÉ DURANTE LA 'DISCESA' θ DIMINUISCE

IL SISTEMA È CONSERVATIVO, DUNQUE

$$U_i + K_i = U_F + K_F \rightarrow \cancel{m}g\cancel{L}\sin\theta_0 = \frac{1}{3}\cancel{m}L^{\cancel{2}}\dot\theta_F^2 \rightarrow \dot\theta_F = -\sqrt{\frac{3g}{L}\sin\theta_0}$$

RIPETIAMO QUANTO FATTO IN (1) PER A INVECE CHE PER CM

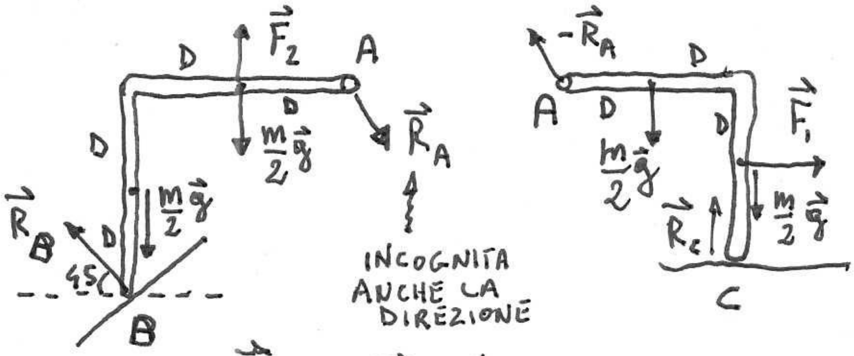
$$Y_A = L\sin\theta \rightarrow \dot Y_A = L\cos\theta\,\dot\theta \quad \text{QUINDI} \quad \dot Y_{A_F} = L\cos\theta_F\,\dot\theta_F =$$

$$= L\cdot 1\cdot -\sqrt{\frac{3g}{L}\sin\theta_0} = -\sqrt{3gL\sin\theta_0}$$

PER LA VELOCITÀ V_A (INTENDENDONE IL MODULO)

$$V_A = |\dot Y_{A_F}| = \sqrt{3gL\sin\theta_0}$$

DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO.



DOVE LE 4 $\frac{m}{2}\vec{g}$ SONO LE FORZE PESO SULLE METÀ DI OGNI SQUADRA, $\vec{R}_B$ E $\vec{R}_C$ SONO LE FORZE NORMALI DI CONTATTO CON LE DUE SUPERFICI LISCIE,

$+\vec{R}_A$ E $-\vec{R}_A$ (UGUALI E OPPOSTE PER IL 3° PRINCIPIO DI NEWTON) SONO LA FORZA SCAMBIATA TRA LE DUE SQUADRE TRAMITE IL GIUNTO (CHE PUÒ TRASMETTERE FORZA MA NON MOMENTO).

IMPOSTIAMO LE EQ. DELLA STATICA. SCRIVIAMO $\sum F_x = 0$ E $\sum F_y = 0$ PER TUTTO IL SISTEMA DELLE DUE SQUADRE.

$$\sum F_x = F_1 - R_B\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \rightarrow F_1 = \frac{R_B\sqrt{2}}{2} \quad (1) \quad \text{OPPURE} \quad R_B = \sqrt{2}F_1 \quad (2)$$

$$\sum F_y = F_2 - 2mg + R_C + R_B\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \xrightarrow[(1)]{} F_2 - 2mg + R_C + F_1 = 0 \quad (3)$$

SCRIVIAMO ORA CHE $\sum M_z = 0$ PRENDENDO COME POLO IL PUNTO A SEPARATAMENTE PER LE DUE SQUADRE

SQUADRA SINISTRA

$$F_2\cancel{D} - \frac{m}{2}g\cancel{D} - \frac{m}{2}g\,2\cancel{D} + R_B\,2\cancel{D}\sqrt{2} = 0$$

CHE DIVENTA (USIAMO LA (2))

$$F_2 - \frac{3}{2}mg + 4F_1 = 0 \quad (4)$$

SQUADRA DESTRA

$$\frac{m}{2}g\cancel{D} + \frac{m}{2}g\,2\cancel{D} - R_C\,2\cancel{D} - F_1\cancel{D} = 0$$

CHE DIVENTA

$$\frac{3}{2}mg - 2R_C - F_1 = 0 \quad (5)$$

(3), (4) E (5) FORMANO UN SISTEMA DI 3 EQ. IN 3 INCOGNITE (F_1, F_2, R_C)

DALLA (5) $R_C = \frac{3}{4}mg - \frac{F_1}{2}$, SOSTITUIAMO R_C NELLA (3)

$$F_2 - 2mg + \frac{3}{4}mg - \frac{F_1}{2} + F_1 = 0 \Rightarrow F_2 - \frac{5}{4}mg + \frac{F_1}{2} = 0 \quad (6)$$

SOTTRAIAMO L'EQ (4) DALLA (6)

$$(6) - (4) \rightarrow -\frac{5}{4}mg + \frac{F_1}{2} + \frac{3}{2}mg - 4F_1 = 0 \rightarrow \frac{1}{4}mg = \frac{7}{2}F_1 \rightarrow \boxed{F_1 = \frac{mg}{14}}$$

SOSTITUIAMO IL RISULTATO NELLA (4)

$$F_2 - \frac{3}{2}mg + 4\frac{mg}{14} = 0 \rightarrow F_2 = \frac{21-4}{14}mg \rightarrow \boxed{F_2 = \frac{17}{14}mg}$$