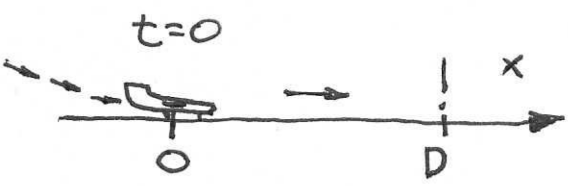


SI HA QUINDI $\vec{F}_1 = -C\vec{V} \Rightarrow F_{1_x} = -C_1 V_x$

E $\vec{F}_2 = -\vec{C}_2 \Rightarrow F_{2_x} = -C_2$

DA $\vec{F}_1(0) = \vec{F}_2(0)$ SI HA $C_2 = C_1 V_0$

ALLORA $F_{TOT_x} = F_{1_x} + F_{2_x} = -C_1 V_x - C_2 = -C_1(V_x + V_0)$

DAL 2° PRINCIPIO DI NEWTON $F_{TOT_x} = m a_x \Rightarrow -C_1(V_x + V_0) = m a_x$

DETTO $K \equiv C_1/m \rightarrow \dfrac{dV_x}{dt} = -K(V_x + V_0)$

SEPARIAMO LE VARIABILI E INTEGRIAMO

$$\int_{V_0}^{V_x} \frac{dV_x}{(V_x + V_0)} = -K\int_0^t dt \qquad \left[\ln(V+V_0)\right]_{V_0}^{V_x} = -Kt \qquad \ln\left(\frac{V_x+V_0}{2V_0}\right) = -Kt$$

$$\frac{V_x+V_0}{2V_0} = e^{-Kt} \qquad V_x = V_0\left(2e^{-Kt} - 1\right) \quad (1)$$

SAPPIAMO CHE L'AEREO SI ARRESTA PER $t = t^*$, QUINDI $V_x(t^*) = 0$

$$V_x(t^*) = V_0\left(2e^{-Kt^*} - 1\right) = 0 \Rightarrow 2e^{-Kt^*} = 1 \qquad e^{-Kt^*} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-Kt^* = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2) \qquad K = \frac{\ln(2)}{t^*} \quad (3)$$

RIPRENDIAMO LA (1), SEPARIAMO LE VARIABILI E INTEGRIAMO

$$\frac{dx}{dt} = V_0\left(2e^{-Kt} - 1\right) \qquad \int_0^D dx = V_0\int_0^{t^*}\left(2e^{-Kt} - 1\right)dt$$

DOVE GLI ESTREMI DI INTEGRAZIONE SI SONO POSTI DALL'INIZIO ALLA FINE DELLA FRENATA

$$D = V_0\left[-\frac{2}{K}e^{-Kt} - t\right]_0^{t^*} = V_0\left[-\frac{1}{K}2e^{-Kt^*} - t^* + \frac{2}{K}\right]$$

SOSTITUENDO e^{-Kt^*} DALLA (2)

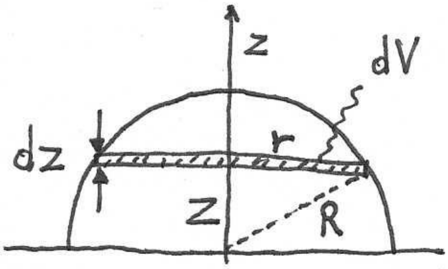
$$D = V_0\left(-\frac{1}{K} - t^* + \frac{2}{K}\right) = V_0\left(\frac{1}{K} - t^*\right)$$

SOSTITUENDO K DALLA (3)

$$D = V_0\left(\frac{t^*}{\ln(2)} - t^*\right) = V_0 t^*\left(\frac{1-\ln(2)}{\ln(2)}\right)$$

QUINDI

$$t^* = \frac{D}{V_0}\,\frac{\ln(2)}{(1-\ln(2))}$$



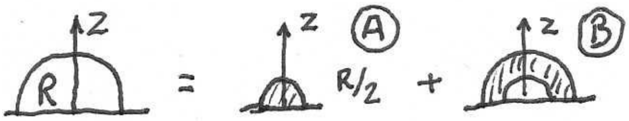
COMINCIAMO A TROVARE L'ALTEZZA DEL CENTRO DI MASSA DI UNA SEMISFERA PIENA DIVIDENDOLA IN FETTE DI ALTEZZA dz E VOLUME $dV = \pi r^2 dz = \pi (R^2 - z^2)\, dz$. INOLTRE, SE LA MASSA DELLA SEMISFERA VALE M SI HA:

$$\frac{dm}{dV} = \frac{M}{V} = M \Big/ \frac{2}{3}\pi R^3 = \frac{3M}{2\pi R^3}$$ QUINDI $z_{cm} = \frac{1}{M}\int z\, dm =$

$$= z_{cm} = \frac{1}{M}\int z \frac{dm}{dV}\, dV = \frac{1}{\cancel{M}} \frac{3\cancel{M}}{2\cancel{\pi} R^3}\int_0^R z\, \cancel{\pi}(R^2 - z^2)\, dz = \frac{3}{2R^3}\left[R^2 \frac{z^2}{2} - \frac{z^4}{4}\right]_0^R =$$

$$= z_{cm} = \frac{3}{2R^3} R^4 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \Rightarrow z_{cm} = \frac{3R}{8}$$

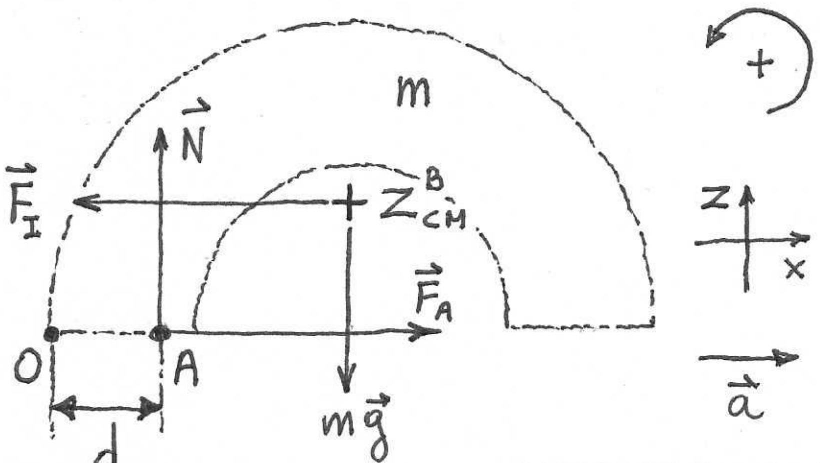
SFRUTTIAMO ORA IL FATTO CHE UNA SEMISFERA PIENA DI RAGGIO R SI OTTIENE COME SOVRAPPOSIZIONE DI UNA SEMISFERA DI RAGGIO $R/2$ (A) PIU' UNA SEMISFERA CAVA COME QUELLA CHE CI INTERESSA (B)



LA SEMISFERA (A) HA RAGGIO $R/2$ PER CUI HA UNA MASSA $M^A = M \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$
$M^A = M/8$ PER CUI $M^B = 7M/8$

QUINDI $M z_{cm} = M^A z^A_{cm} + M^B z^B_{cm} = \frac{M}{8} z^A_{cm} + \frac{7M}{8} z^B_{cm}$

$$\cancel{M}\frac{3R}{\cancel{8}} = \frac{\cancel{M}}{\cancel{8}}\frac{1}{2}\frac{3}{8}R + \frac{7\cancel{M}}{\cancel{8}} z^B_{cm}, \quad z^B_{cm} = \frac{1}{7}R\left(3 - \frac{3}{16}\right) = \frac{R}{7}\frac{45}{16} = \frac{45}{112}R$$



ESEGUIAMO IL DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO IN UN SISTEMA DI RIFERIMENTO X-Z ACCELERATO E SOLIDALE ALLA PIATTAFORMA. APPLICHIAMO LE FORZE DI CONTATTO $\vec{N}$ E $\vec{F}_A$ IN UN PUNTO A CHE SI TROVA A DISTANZA INCOGNITA d DAL BORDO O CHE PRENDIAMO COME POLO. $\vec{F}_I = -m\vec{a}$ E' LA FORZA D'INERZIA.

SUPPONIAMO CHE LA SEMISFERA CAVA <u>NON</u> TRASLI E <u>NON</u> RUOTI. PER LE FORZE SI HA:

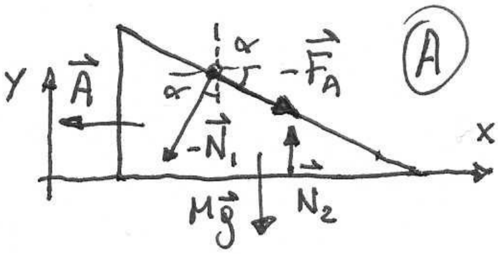
x) $\vec{F}_A = -\vec{F}_I = m\vec{a}$ y) $\vec{N} = -m\vec{g}$ PER I MOMENTI MECCANICI

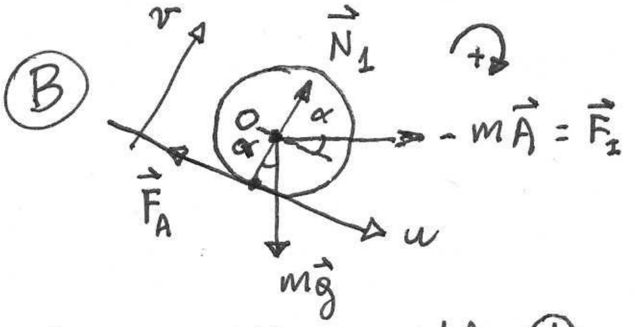
$$+F_I z^B_{cm} + N d - mgR = 0 \Rightarrow \cancel{m} a z^B_{cm} + \cancel{m} g d - \cancel{m} g R = 0$$

DA CUI $d = R - \frac{a}{g} z^B_{cm} = R\left(1 - \frac{45}{112}\frac{a}{g}\right)$ MA SI DEVE AVERE

$d \geq 0$ DA CUI $a \leq \frac{112}{45} g \equiv a_{MIN}$. SI RICORDA CHE NON SI PUO' AVERE SLITTAMENTO PERCHE' L'ATTRITO E' ELEVATO. SE LA CONDIZIONE PRECEDENTE NON E' RISPETTATA LA RISULTANTE DELLE FORZE APPLICATE AL C.M. "PUNTA" FUORI DALLA BASE D'APPOGGIO. PER CUI SE $|\vec{a}| > a_{MIN} = \frac{112}{45} g$ SI HA IL RIBALTAMENTO

ESEGUIAMO I DIAGRAMMI DI CORPO LIBERO PER M ED m UTILIZZANDO RISPETTIVAMENTE UN S.R. INERZIALE X-Y ED UN SISTEMA ACCELERATO u-v COLLEGATO AL PIANO INCLINATO. NOTIAMO CHE IL PIANO INCLINATO HA ACCELERAZIONE $\vec{A}$ DIRETTA NEL VERSO DELLE X NEGATIVE ED AGGIUNGIAMO LA FORZA APPARENTE D'INERZIA NEL SISTEMA u-v





(A) 1ª EQ CARD. SU X) $+F_A\cos\alpha - N_1\sin\alpha = MA_x = -MA$ (1)

(A) 1ª EQ.CARD SU Y) $+N_2 - Mg - N_1\cos\alpha - F_A\sin\alpha = 0$

(B) 1ª EQ CARD SU u) $+mg\sin\alpha + mA\cos\alpha - F_A = m a_u$ (2)

(B) 1ª EQ CARD SU v) $N_1 + mA\sin\alpha - mg\cos\alpha = 0$ (3)

(B) 2ª EQ CARD, POLO O) $F_A R = \frac{2}{5}mR^2\alpha = \frac{2}{5}mR^{\cancel{2}}\frac{a_u}{\cancel{R}}$ (4)

DALLA (4) $a_u = \frac{5}{2}\frac{F_A}{m}$ SOSTITUIAMO NELLA (2)

$$mg\sin\alpha + mA\cos\alpha = F_A + \frac{5}{2}F_A = \frac{7}{2}F_A$$

$$F_A = \frac{2}{7}mg\sin\alpha + \frac{2}{7}mA\cos\alpha \quad (5)$$

DALLA (3) SI OTTIENE:

$$N_1 = mg\cos\alpha - mA\sin\alpha \quad (6)$$

SOSTITUIAMO LA (5) E LA (6) NELLA (1) E SI HA

$$\frac{2}{7}mg\sin\alpha\cos\alpha + \frac{2}{7}mA\cos^2\alpha - mg\cos\alpha\sin\alpha + mA\sin^2\alpha = -MA$$

$$A(7M + 7m\sin^2\alpha + 2m\cos^2\alpha) = (7-2)mg\sin\alpha\cos\alpha$$

$$A(7M + 2m + 5m\sin^2\alpha) = 5mg\sin\alpha\cos\alpha$$

QUINDI

$$A_x = -A = -\frac{5mg\sin\alpha\cos\alpha}{(7M + 2m + 5m\sin^2\alpha)}$$