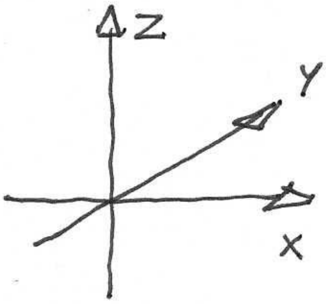
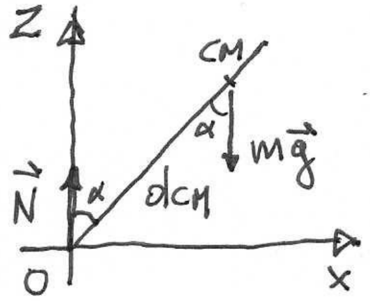
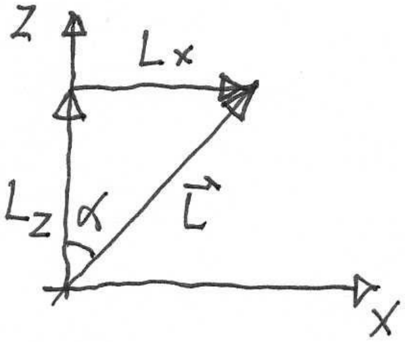


PRENDIAMO UN SISTEMA DI COORDINATE DESTRORSO.
L'ASSE DI SIMMETRIA DELLA TROTTOLA GIACCIA INIZIALMENTE SUL PIANO X-Z



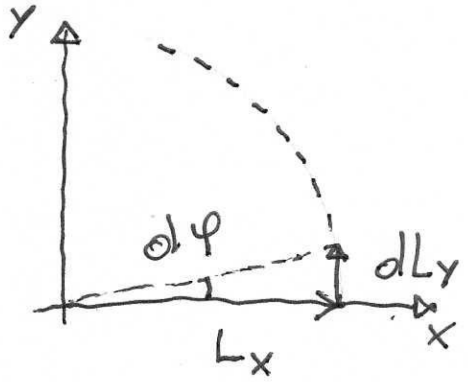
RISPETTO AL POLO O L'UNICA FORZA CHE ESERCITA MOMENTO MECCANICO È $m\vec{g}$. SI HA
$\vec{M} = \hat{j}\, M_y \qquad M_y = d_{CM} \cdot mg \cdot \sin\alpha$
DA NOTARE CHE $\vec{M} = \vec{r}_{CM} \times m\vec{g}$ E SICCOME $m\vec{g}$ È SEMPRE DIRETTO COME Z $\Rightarrow M_z = 0$ SEMPRE (1)



SI HA $|\vec{L}| = I\omega_0 \quad L_z = I\omega_0 \cos\alpha \quad L_x = I\omega_0 \sin\alpha$
PER LA (1) L_z RIMARRÀ COSTANTE DURANTE TUTTO IL MOTO IN QUANTO $\frac{dL_z}{dt} = M_z = 0$

VEDIAMO COSA SUCCEDE SUL PIANO X-Y
SI HA $d\vec{L} = \vec{M}\, dt = \hat{j}\, M_y\, dt$ QUINDI

$$d\vec{L} = \hat{j}\, dL_y = \hat{j}\, d_{CM} \cdot mg \cdot \sin\alpha\, dt$$



$$d\varphi = \frac{dL_y}{L_x} = \frac{d_{CM}\, mg\, \cancel{\sin\alpha}\, dt}{I\omega_0 \cancel{\sin\alpha}}$$

E DI CONSEGUENZA

$$\omega_p = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d_{CM}\, m\, g}{I\omega_0}$$

SIA t^* IL TEMPO CERCATO E SIA T IL PERIODO DEL PENDOLO SMORZATO, DOVE $T = \frac{2\pi}{\omega'}$. QUINDI $t^* = nT$,

$$t^* = \frac{2\pi n}{\omega'} \qquad \omega' = \frac{2\pi n}{t^*} \quad (1)$$

SARÀ INOLTRE UTILE LA PULSAZIONE DEL PENDOLO NON SMORZATO $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$ (3)

CONOSCIAMO [TIPLER 14.41] L'ANDAMENTO TEMPORALE DELLA AMPIEZZA DELLE OSCILLAZIONI

$A = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}$, NEL NOSTRO CASO $\frac{\cancel{A_0}}{K} = \cancel{A_0} e^{-\frac{b}{2m}t^*}$

$$\ln\left(\frac{1}{K}\right) = -\ln(K) = -\frac{b}{2m}t^* \Rightarrow \frac{b}{2m} = \frac{\ln(K)}{t^*} \quad (2)$$

INOLTRE CONOSCIAMO [TIPLER 14.40] LA RELAZIONE TRA PULSAZIONE (FREQUENZA ANGOLARE) SMORZATA E QUELLA NON SMORZATA

$$\omega' = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{b}{2m\omega_0}\right)^2}$$

DA CUI

$$\omega'^2 = \omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2$$

E SOSTITUENDO ω' DALLA (1) E $\frac{b}{2m}$ DALLA (2)

$$\frac{(2\pi n)^2}{t^{*2}} = \omega_0^2 - \frac{\ln^2(K)}{t^{*2}} \qquad \frac{(2\pi n)^2 + \ln^2(K)}{t^{*2}} = \omega_0^2$$

SOSTITUENDO ω_0 DALLA (3) SI OTTIENE

$$t^{*2} = \left(\frac{L}{g}\right)\left[(2\pi n)^2 + \ln^2(K)\right] \qquad t^* = \sqrt{\left(\frac{L}{g}\right)\left[(2\pi n)^2 + \ln^2(K)\right]}$$

LA TRASFORMAZIONE $A \to B$ HA EQ. $P = P_0 - \frac{P_0}{V_0}V$ E QUINDI $\frac{dP}{dV} = -\frac{P_0}{V_0}$ (1)

CERCHIAMO IL SEGNO DEL CALORE SCAMBIATO dQ.

1° PRINCIPIO $dU = dQ + dW$ $\quad dQ = nc_v dT + P\,dV = \frac{c_v}{R} nR\,dT + P\,dV$ (2)

DIFFERENZIANDO L'EQ. DI STATO DEI GAS PERFETTI $nR\,dT = P\,dV + V\,dP$.

SOSTITUIAMO NELLA (2) $\quad dQ = \frac{c_v}{R} P\,dV + \frac{c_v}{R} V\,dP + \frac{R}{R} P\,dV = \frac{1}{R}(c_p P\,dV + c_v V\,dP)$

PER AVERE CALORE IN INGRESSO (POSITIVO) DEVE ESSERE $\frac{dQ}{dV} > 0$

QUINDI $\frac{dQ}{dV} = \frac{1}{R}\left(c_p P + c_v V \frac{dP}{dV}\right) > 0$ $\quad$ SOSTITUIAMO P E $\frac{dP}{dV}$ DALLE (1)

$$c_p\left(P_0 - \frac{P_0}{V_0}V\right) - c_v V \frac{P_0}{V_0} > 0 \qquad (c_p + c_v)\frac{V}{V_0} < c_p \qquad V < \frac{c_p V_0}{c_p + c_v}$$

CIOÈ $V < \frac{\gamma V_0}{(\gamma+1)}$ ED ESSENDO IL GAS MONOATOMICO $\left(\gamma = \frac{5}{3}\right)$ $V < \frac{5}{8}V_0$

QUINDI LE COORDINATE DI X SONO $\left(\frac{5}{8}V_0, \frac{3}{8}P_0\right)$

PER VERIFICARE LA TANGENZA UGUAGLIAMO LA FUNZIONE E LA SUA DERIVATA (1) ALLA FUNZIONE $P = \frac{K}{V^\gamma}$ [ADIABATICA] E ALLA SUA DERIVATA $\frac{dP}{dV} = -\frac{\gamma K}{V^{\gamma+1}}$

$$\begin{cases} P_0 - \frac{P_0}{V_0}V = \frac{K}{V^\gamma} \\ -\frac{P_0}{V_0} = -\frac{\gamma K}{V^{\gamma+1}} \end{cases} \longrightarrow K = \frac{P_0}{\gamma V_0} V^{\gamma+1}$$ SOSTITUISCO NELLA PRIMA EQ

$$1\cancel{P_0} - \frac{\cancel{P_0}V}{V_0} = \frac{\cancel{P_0}}{\gamma V_0}\frac{V^{\cancel{\gamma+1}}}{\cancel{V^\gamma}} \qquad 1 = \frac{V}{V_0} + \frac{1}{\gamma}\frac{V}{V_0} \qquad 1 = \frac{(\gamma+1)}{\gamma V_0}V$$

QUINDI LA TANGENZA SI HA PER $V = \frac{\gamma V_0}{(\gamma+1)} = \frac{5}{8}V_0$

CIOÈ ESATTAMENTE NEL PUNTO X

PRECEDENTEMENTE TROVATO